برقی ادوار

خالد خان یوسفزئی
کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

باب 1

بنیاد

اس کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی[1] استعمال کی گئی ہے جس کے چند بنیادی اکایاں کلو گرام (kg)، میٹر (m)، سیکنڈ (s) اور کیلون (K) ہیں۔ان اکایوں کے ساتھ عموماً شکل 1.1 میں دکھائے گئے ضربیے استعمال کئے جاتے ہیں جن سے آپ بخوبی واقف ہیں۔

1.1 برقی بار، برقی رو اور برقی دباو

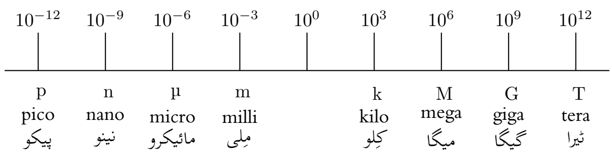
اس کتاب میں برقی بار[2] اور برقی رو[3] کلیدی کردار ادا کریں گے۔ برقی بار کی اصطلاح کو چھوٹا کر کے صرف برق یا صرف بار کی اصطلاح استعمال کی جائے گی جبکہ برقی رو کی اصطلاح کو چھوٹا کر کے رو کی اصطلاح استعمال کی جائے گی۔ برقی بار کے حرکت کو برقی رو کہتے ہیں۔چونکہ بار کی حرکت سے توانائی ایک مقام سے دوسرے مقام منتقل ہوتی ہے لہٰذا ہماری دلچسپی کا مرکز برقی رو ہو گی۔

موصل تار کی مدد سے برقی پرزہ جات کو مختلف انداز میں آپس میں جوڑنے سے برقی دور[4] حاصل ہوتا ہے۔جیسے پائپ سے پانی کو ایک مقام سے دوسرے مقام تک منتقل کیا جاتا ہے، بالکل اسی طرح برقی دور میں ایک نقطے سے دوسرے نقطے تک بار موصل تار کے ذریعہ پہنچایا جاتا ہے۔یوں اگر پانی کو بار تصور کیا جائے تو حرکت کرتے پانی کو برقی رو تصور کیا جائے گا جبکہ موصل تار کو پائپ تصور کیا جائے گا۔ برقی ادوار سمجھنے میں یہ مشابہت مددگار ثابت ہوتی ہے۔

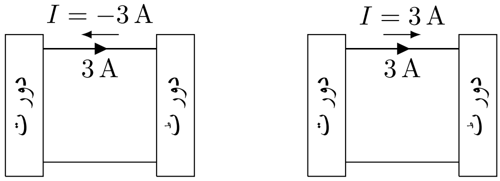
کسی بھی نقطے پر برقی رو سے مراد اس نقطے سے فی سیکنڈ گزرتا بار ہے۔رو اور بار کے تعلق کو تفرقی[5] صورت میں یوں

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \tag{1.1}$$

SI system[1]
electric charge[2]
electric current[3]
electric circuit[4]
differential form[5]



شکل 1.1: بین الاقوامی نظام اکائی کے ضربیے۔



(الف) (ب)

شکل 1.2: برقی رو کو بیان کرنے کے درست طریقے۔

اور تکملہ صورت[6] میں یوں

$$q = \int_{-\infty}^{t} i \,\mathrm{d}t \tag{1.2}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں برقی بار کو q سے ظاہر کیا گیا ہے اور برقی رو کو i سے ظاہر کیا گیا ہے۔ بدلتے متغیرات کو انگریزی کے چھوٹے حروف تہجی مثلاً i یا q سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ غیر متغیر مقدار کو انگریزی کے بڑے حروف تہجی سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں غیر متغیر رو کو I اور غیر متغیر بار کو Q سے ظاہر کیا جائے گا۔

بار کی اکائی کو **کولمب**[7] کہتے ہیں جسے C کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ رو کی اکائی کو **ایمپیئر**[8] کہتے ہیں۔ ایمپیئر کی علامت A ہے۔ اگر تار سے ایک سیکنڈ دورانیے میں ایک کولمب کا بار گزر رہا ہو تب تار میں ایک ایمپیئر کی برقی رو پائی جائے گی۔

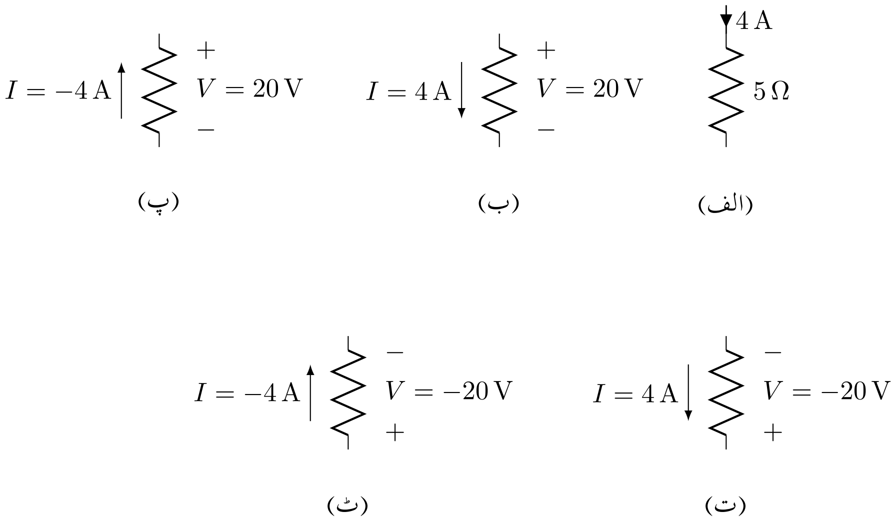
روایتی طور پر یہ تصور کیا جاتا تھا کہ مثبت بار کے حرکت سے برقی رو پیدا ہوتی ہے۔ اب ہم جانتے ہیں کہ حقیقت میں موصل تار میں مثبت ایٹم ساکن ہوتے ہیں اور آزاد منفی الیکٹران کے حرکت سے رو پیدا ہوتی ہے۔ اس حقیقت کے باوجود، تصور کیا جاتا ہے کہ مثبت بار کی حرکت برقی رو کو جنم دیتی ہے۔ شکل-الف میں فی سیکنڈ $3\,\mathrm{C}$ کا بار بائیں سے دائیں جانب منتقل ہو رہا ہے جبکہ شکل-ب میں فی سیکنڈ $2\,\mathrm{C}$ کا بار دائیں سے بائیں جانب منتقل ہو رہا ہے۔ یوں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ برقی رو کی مقدار اور سمت دونوں بیان کرنا ضروری ہیں۔

غیر متغیر برقی رو کو **یک سمتی رو**[9] کہتے ہیں۔ یک سمتی رو کی مقدار وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی۔ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتی برقی رو کو **بدلتی رو**[10] کہتے ہیں۔ ان دونوں کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ موبائل کی بیٹری یک سمتی رو پیدا کرتی ہے جبکہ گھریلو پنکھا بدلتی رو سے چلتا ہے۔

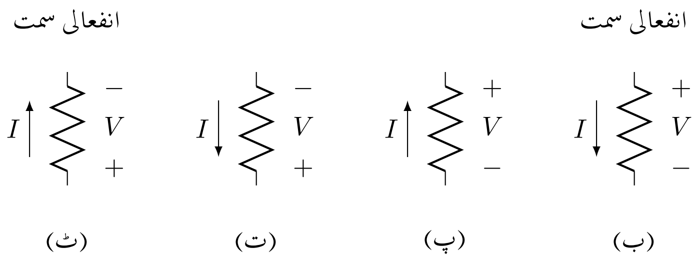
شکل 1.2-الف میں دور-ت اور دور ٹ کو دو تاروں سے آپس میں جوڑا گیا ہے۔ بالائی تار میں دور ت سے دور ٹ کی جانب تین ایمپیئر کی رو پائی جاتی ہے۔ اس تار پر تیر کا نشان رو کی سمت کو ظاہر کرتا ہے جبکہ تار کے نیچے $3\,\mathrm{A}$ لکھ کر رو کی مقدار بیان کی گئی ہے۔ اب تصور کریں کہ تار پر تیر کا نشان نہیں دیا گیا ہے۔ ایسی صورت میں برقی رو I کو یا تو دور ت سے دور ٹ کی جانب تصور کیا جا سکتا ہے اور یا دور ٹ سے دور ت کی جانب۔ پہلی صورت کو شکل-الف میں دکھایا گیا ہے جہاں تار سے ہٹ کر دور ت سے دور ٹ کی جانب تیر سے رو I کو دکھایا گیا ہے۔ چونکہ اصل رو اسی سمت میں ہے لہٰذا $I = 3\,\mathrm{A}$ لکھا جائے گا۔ دوسری صورت کو شکل-ب میں دکھایا گیا ہے جہاں دور ٹ سے دور ت کی جانب تیر کھینچا گیا ہے۔ یوں شکل-ب میں برقی رو کی سمت دور ٹ سے دور ت کی جانب لی گئی ہے۔ چونکہ اصل رو کی سمت تصور کردہ سمت کے الٹ ہے لہٰذا یہاں $I = -3\,\mathrm{A}$ لکھا جائے گا۔ شکل-الف اور شکل-ب میں دکھائے گئے دونوں طریقے درست ہیں۔

شکل 1.3-الف میں $5\,\Omega$ کی مزاحمت میں $4\,\mathrm{A}$ کی رو پائی جاتی ہے۔ اس مزاحمت کے دونوں سرے مزید پرزہ جات سے جڑے ہیں جنہیں شکل میں نہیں دکھایا گیا ہے۔ شکل-ب تا شکل-ٹ میں مزاحمت پر دباو اور مزاحمت میں رو کو مختلف طریقوں سے لکھا گیا ہے۔ کسی بھی دو متغیرات کو کل چار انداز

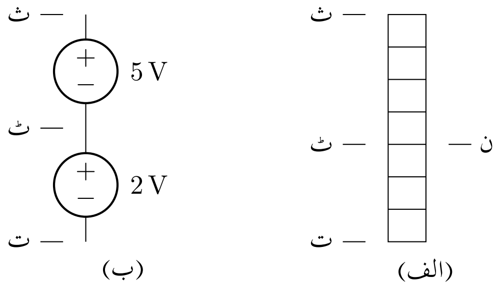
[6] integral form
[7] Coulomb
[8] Ampere
[9] direct current, DC
[10] alternating current, AC



شکل 1.3: مزاحمت کی رو اور دباو لکھنے کے چار ممکنہ طریقے۔



شکل 1.4: انفعالی سمت کے ترکیب کی پہچان۔



شکل 1.5: برقی دباو میں نقطہ حوالہ کی اہمیت۔

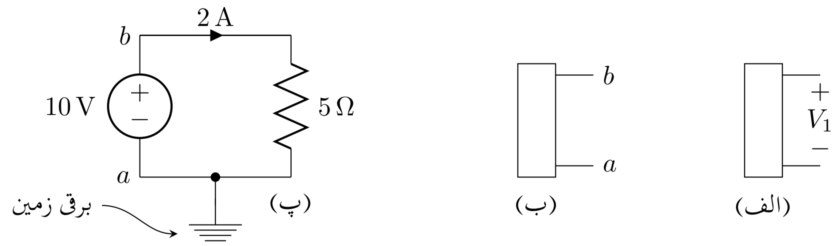
میں لکھا جا سکتا ہے۔یہی دو عدد متغیرات یعنی دباو اور رو کے لئے بھی درست ہے لہٰذا انہیں لکھنے کے کل چار طریقے ہیں۔شکل 1.4 میں برقی دباو اور برقی رو کے مقدار لکھے بغیر یہی چار طریقے دوبارہ دکھائے گئے ہیں۔ان میں شکل-ب اور شکل-ٹ کے طرز کو **انفعالی سمت کی ترکیب**[11] کہتے ہیں۔انفعالی سمت کی ترکیب میں دباو V اور رو I کی سمتیں یوں چننی جاتی ہیں کہ برقی پرزے میں رو مثبت سرے سے داخل ہوتی ہے۔یوں شکل-ب میں مزاحمت کے بالائی سرے کو دباو کا مثبت سرا چنا گیا ہے لہٰذا انفعالی سمت کی ترکیب میں اسی سرے پر رو مزاحمت میں ہو گی۔اسی طرح شکل-ٹ میں مزاحمت کا نچلا سرا دباو کا مثبت سر ہے لہٰذا انفعالی سمت کی ترکیب میں اسی سر پر مزاحمت میں رو داخل ہو گی۔یاد رہے کہ انفعالی سمت کی ترکیب میں اصل برقی رو اور برقی دباو کی درست سمتوں کا کوئی کردار نہیں۔قانونِ اوہم[12] اور طاقت کے حساب میں انفعالی سمت کی ترکیب استعمال کیا جاتا ہے۔

انفعالی سمت کی ترکیب میں برقی پرزے پر دباو کی سمت چننے کے بعد رو کی سمت یوں چننی جاتی ہے کہ چنے گئے دباو کے مثبت سر سے پرزے میں رو داخل ہو۔

عام زندگی میں اونچائی کو زمین سے ناپا جاتا ہے جہاں زمین کی اونچائی صفر کے برابر لی جاتی ہے۔یوں اونچائی کے ناپ میں زمین کو **نقطہ حوالہ**[13] لیا جاتا ہے۔شکل 1.5-الف میں سات منزلہ عمارت دکھائی گئی ہے۔اگر زمین نقطہ ت پر ہو تب نقطہ ن مثبت تین پڑھا جا سکتا ہے۔اس کے برعکس اگر زمین نقطہ ٹ پر ہو تب نقطہ ن زمین یعنی صفر پر ہے جبکہ زمین نقطہ ث پر ہونے کی صورت میں نقطہ ن منفی چار پر ہو گا۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ نقطہ ن کی حتمی اونچائی کوئی معنی نہیں رکھتی۔اونچائی صرف اس صورت میں معنی خیز ہوتی ہے جب نقطہ حوالہ بھی بیان کیا جائے۔ برقی دباو بھی بالکل اونچائی کی طرح ناپی جاتی ہے۔یوں شکل 1.5-ب میں نقطہ ت کے حوالے سے نقطہ ٹ مثبت دو وولٹ $2\,\mathrm{V}$ پر ہے جبکہ نقطہ ث کے حوالے سے نقطہ ٹ منفی پانچ وولٹ $-5\,\mathrm{V}$ پر ہے۔اسی طرح نقطہ ٹ کے حوالے سے نقطہ ت $-2\,\mathrm{V}$ پر اور نقطہ ث $5\,\mathrm{V}$ پر ہیں۔نقطہ ت کے حوالے سے نقطہ ث $7\,\mathrm{V}$ پر ہے جبکہ نقطہ ث کے حوالے سے نقطہ ت $-7\,\mathrm{V}$ پر ہے۔یاد رہے کہ نقطہ حوالہ کی برقی دباو صفر تصور کی جاتی ہے۔

برقی دباو کی قیمت بھی بیان کرتے ہوئے ضروری ہے کہ نقطہ حوالہ بیان کیا جائے۔برقی دور میں دباو کی نشاندہی کرتے ہوئے نقطہ حوالہ کو منفی کی علامت $(-)$ سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ مطلوبہ نقطے کو مثبت علامت $(+)$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔شکل 1.6-الف میں یوں نچلی تار نقطہ حوالہ ہے۔یوں اگر $V_1 = 4\,\mathrm{V}$ ہو تب نچلی تار کی نسبت سے بالائی تار مثبت چار وولٹ پر ہو گا۔اسی طرح $V_1 = -7\,\mathrm{V}$ کی صورت میں نچلی تار کی نسبت سے بالائی تار منفی سات وولٹ پر ہو گا جس کا مطلب ہے کہ بالائی تار کو حوالہ لیتے ہوئے نچلی تار کی برقی دباو مثبت سات وولٹ ہو گی۔شکل 1.6-ب میں نچلی تار کو a نام دیا گیا ہے جبکہ بالائی تار کو b کہا گیا ہے۔اس صورت میں نچلی تار کے حوالے سے بالائی تار کی دباو کو V_{ba} لکھا جاتا ہے۔یوں اگر V_{ba} کی قیمت منفی ہو تب بالائی تار کے حوالے سے نچلی تار پر مثبت دباو ہو گا۔برقی دور میں عموماً کسی ایک نقطے کو **برقی زمین**[14] چنا جاتا ہے۔یوں مختلف مقامات کے دباو بیان کرتے ہوئے ہر مرتبہ برقی زمین کی نشاندہی کرنا ضروری نہیں ہوتا۔شکل 1.6-پ میں برقی زمین کی علامت استعمال کی گئی ہے۔برقی زمین کی برقی دباو صفر کے برابر لی جاتی ہے۔جب کسی نقطے کی دباو کو برقی زمین کی نسبت سے ناپا جائے تب نقطہ حوالے کا ذکر کرنا ضروری نہیں ہوتا۔یوں اس شکل میں

[11] passive sign convention
[12] Ohm's law
[13] reference
[14] electrical ground



شکل 1.6: برقی دباو کا اظہار۔

بالائی تار کی برقی دباو $V_b = 10\,\mathrm{V}$ لکھی جا سکتی ہے جہاں زیر نوشت میں نقطہ حوالہ کا ذکر نہیں کیا گیا۔شکل-پ میں اب بھی $V_{ba} = 10\,\mathrm{V}$ یا $V_{ab} = -10\,\mathrm{V}$ لکھا جا سکتا ہے۔

1.2 قانونِ اوہم

قانونِ اوہم[15] سے آپ بخوبی واقف ہیں

$$V = IR \tag{1.3}$$

جو مزاحمت کی برقی رو اور مزاحمت کی برقی دباو کا تعلق بیان کرتا ہے۔اس قانون[16] کے استعمال میں دباو V اور رو I کو انفعالی سمت کی ترکیب سے چننا جاتا ہے۔شکل 1.7 میں ایک عدد مزاحمت اور دو عدد منبع دباو کا دور دکھایا گیا ہے۔برقی زمین کے حوالے سے مزاحمت کے بائیں سرے پر $5\,\mathrm{V}$ اور دائیں سرے پر $9\,\mathrm{V}$ دباو پایا جاتا ہے۔ قانون اوہم میں مزاحمت کے دو سروں کے مابین برقی دباو استعمال کیا جاتا ہے۔یوں مزاحمت کے ایک سرے کو حوالہ لیتے ہوئے مزاحمت کے دوسرے سرے پر برقی دباو لی جاتی ہے۔شکل-الف میں مزاحمت کا بایاں سرا بطور حوالہ چنا گیا ہے جبکہ مزاحمت کے دائیں سرے پر برقی دباو استعمال کی جائے گی۔یہ حقیقت مزاحمت کے قریب V_R کے بائیں جانب $(-)$ کی علامت اور دائیں جانب $(+)$ کی علامت سے ظاہر کی جاتی ہے۔یوں انفعالی سمت کی ترکیب کے تحت برقی رو کی سمت دائیں سے بائیں جانب چننی جائے گی۔ شکل-الف میں یوں

$$V_R = 9 - 5 = 4\,\mathrm{V}$$

ہو گا جسے اوہم کے قانون میں استعمال کرتے ہوئے

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{4}{8} = 0.5\,\mathrm{A}$$

حاصل ہوتا ہے۔حاصل برقی رو کی قیمت مثبت مقدار ہے جس کا مطلب ہے کہ رو کی سمت وہی ہے جو شکل-الف میں چننی گئی ہے۔

شکل 1.7-ب میں مزاحمت کا دایاں سرا بطور نقطہ حوالہ چنا گیا ہے۔یوں V_R کے دائیں جانب $(-)$ کی علامت لگائی گئی ہے۔انفعالی سمت کی ترکیب کے تحت رو کی سمت بائیں سے دائیں کو چننی گئی ہے۔یہاں

$$V_R = 5 - 9 = -4\,\mathrm{V}$$

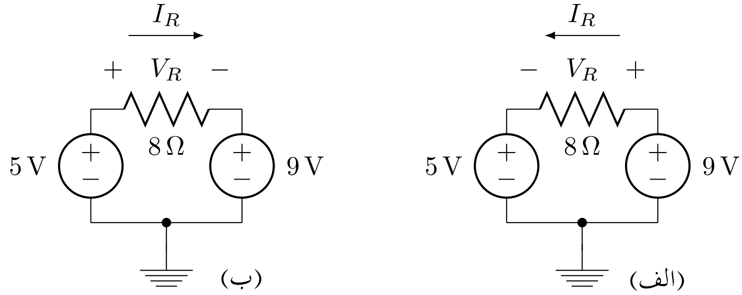
کے برابر ہے جسے اوہم کے قانون میں استعمال کرتے ہوئے

$$I_R = \frac{-4}{8} = -0.5\,\mathrm{A}$$

---

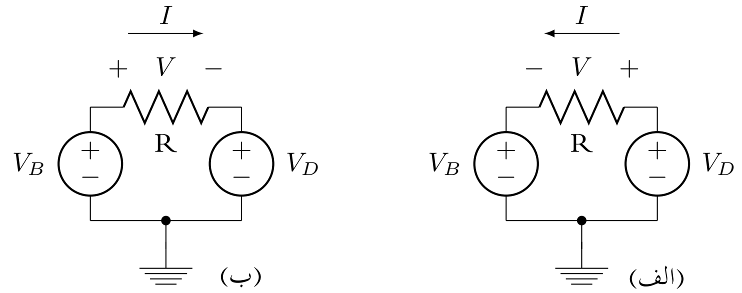
[15] Ohm's law

[16] یہ قانون جرمنی کے جارج سائمن اوہم نے پیش کیا۔



شکل 1.7: قانونِ اوہم اور انفعالی سمت کی ترکیب۔

$$(V_B - V_D) = IR \qquad\qquad (V_D - V_B) = IR$$



شکل 1.8: قانونِ اوہم کا صحیح استعمال۔

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ب میں V_R کی قیمت منفی حاصل ہوئی جس کا مطلب ہے کہ حقیقت میں مزاحمت پر برقی دباو چننی گئی سمت کے الٹ ہے۔ اسی طرح رو I_R کی قیمت بھی منفی حاصل ہوئی ہے جس کا مطلب ہے کہ حقیقت میں رو چننی گئی سمت کے الٹ ہے یعنی برقی رو حقیقت میں دائیں سے بائیں جانب کو ہے۔

شکل 1.8 میں قانون اوہم کا صحیح استعمال دکھایا گیا ہے۔

1.3 توانائی اور طاقت

ثقلی میدان[17] میں میکانی بار m پر قوت $F = mg$ عمل کرتا ہے جہاں $g = 9.8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ کے برابر ہے۔ یوں ثقلی میدان کے مخالف m کو h بلندی تک پہنچانے کی خاطر $w = Fh = mgh$ توانائی درکار ہے۔ بالکل اسی طرح **برقی میدان**[18] E میں برقی بار q پر $F = qE$ قوت عمل کرتا ہے اور برقی میدان کے مخالف h فاصلے تک بار کو منتقل کرنے کی خاطر

$$w = qEh \tag{1.4}$$

توانائی درکار ہے۔ برقی میدان میں ابتدائی نقطے سے اختتامی نقطے تک اکائی برقی بار منتقل کرنے کے لئے درکار توانائی کو ابتدائی نقطے کے حوالے سے اختتامی نقطے کی برقی دباو کہا جاتا ہے۔

---

[17] gravitational field
[18] electric field

مثال 1.1: برقی میدان $E=600\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ میں $0.2\,\mathrm{C}$ بار قوت کے مخالف $12\,\mathrm{mm}$ فاصلہ دُور منتقل کیا جاتا ہے۔درکار توانائی حاصل کریں۔ابتدائی نقطہ i اور اختتامی نقطہ k کے مابین برقی دباو حاصل کریں۔

حل: درکار توانائی

$$w=0.2\times600\times0.012=1.44\,\mathrm{J}$$

کے برابر ہے جبکہ برقی دباو

$$V_{ki}=\frac{1.44}{0.2}=7.2\,\mathrm{V}$$

کے برابر ہے۔

مساوات 1.4 کی تفرقی صورت

$$\mathrm{d}w=Eh\,\mathrm{d}q$$

لکھی جا سکتی ہے جو چھوٹی برقی بار $\mathrm{d}q$ کو منتقل کرنے کے لئے درکار توانائی $\mathrm{d}w$ دیتی ہے۔یوں اکائی بار کو منتقل کرنے کی خاطر $\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}q}$ توانائی درکار ہو گی جسے برقی دباو v کہتے ہیں یعنی

$$v=\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}q} \tag{1.5}$$

لکھی جا سکتی ہے۔

مساوات 1.5 کو مساوات 1.1 سے ضرب دینے سے

$$v\times i=\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}q}\times\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}=p \tag{1.6}$$

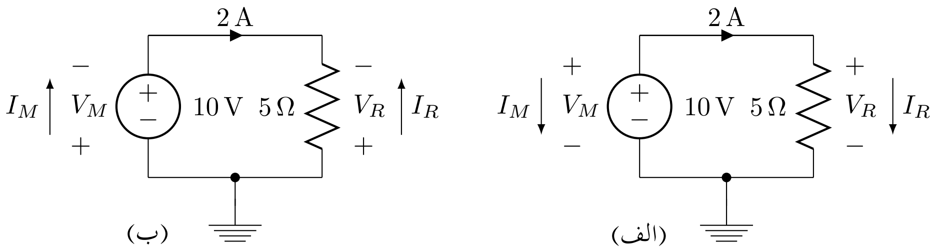
حاصل ہوتا ہے جو طاقت[19] p کو ظاہر کرتا ہے۔فی سیکنڈ درکار توانائی کو طاقت کہتے ہیں۔طاقت کی اکائی واٹ[20] W ہے۔مندرجہ بالا مساوات کی تکملہ صورت درج ذیل ہے۔

$$w=\int_{t_1}^{t_2}p\,\mathrm{d}t=\int_{t_1}^{t_2}vi\,\mathrm{d}t \tag{1.7}$$

آئیں ان معلومات کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 1.9 پر غور کریں جہاں $10\,\mathrm{V}$ کی منبع برقی دباو[21] کے ساتھ $5\,\Omega$ کی برقی مزاحمت[22] جوڑی گئی ہے۔اس دور میں برقی رو کو منبع پیدا کرتی ہے لہٰذا منبع کو فعال پرزہ[23] جبکہ مزاحمت کو انفعال پرزہ[24] کہا جاتا ہے۔انفعالی سمت کی ترکیب کا نام اسی حقیقت سے نکلا ہے کہ اس ترکیب کے استعمال سے انفعالی پرزہ جات پر مثبت طاقت حاصل ہوتا ہے۔

---

power[19]
watt[20]
voltage source[21]
electrical resistance[22]
active component[23]
passive component[24]



شکل 1.9: طاقت کی پیداوار اور طاقت کا ضیاع۔

قانون اوہم[25] کے تحت شکل 1.9 کے دور میں **سمتِ گھڑی**[26] $2\,\text{A}$ کی برقی رو پائی جائے گی جسے دور میں بالائی تار پر تیر کے نشان سے دکھایا گیا ہے۔دور میں $2\,\text{A}$ برقی رو سے مراد یہ ہے کہ دور میں کسی بھی نقطے پر اگر دیکھا جائے تو اس نقطے سے فی سیکنڈ $2\,\text{C}$ بار گزرے گا۔اس دور میں نچلی تار کے حوالے سے بالائی تار پر مثبت دس وولٹ کی دباو ہے۔یوں مزاحمت کے بالائی یعنی مثبت سرے سے مزاحمت کے نچلے یعنی منفی سرے کی جانب فی سیکنڈ دو کولمب بار منتقل ہوتا ہے۔یہ بالکل ایسا ہی ہے جیسے ثقلی میدان میں بلند مقام سے میکانی بار گر رہا ہو۔دو کولمب کا بار دس وولٹ نیچے گرتے ہوئے $20\,\text{J}$ کی **مخفی توانائی**[27] کھوئے[28] گا جو **حرارتی توانائی**[29] میں تبدیل ہو کر مزاحمت کو گرم کرے گی۔ہم کہتے ہیں کہ مزاحمت میں فی سیکنڈ توانائی کا **ضیاع**[30] $20\,\text{J}$ ہے یا کہ مزاحمت میں **طاقتی ضیاع**[31] $20\,\text{W}$ ہے۔مزاحمت میں طاقت کے ضیاع کو **حرارتی ضیاع**[32] اور **مزاحمتی ضیاع**[33] بھی کہتے ہیں۔

انفعالی سمت کی ترکیب استعمال کرتے ہوئے ہم شکل 1.9-الف میں منبع کی دباو کو V_M اور مزاحمت کی دباو کو VR چننے کے بعد ان دباو کے مثبت سر سے منفی سر کی جانب رو کی سمت چنتے ہیں۔یوں حاصل منبع کی برقی رو I_M اور مزاحمت کی برقی رو I_R کو شکل-الف میں دکھایا گیا ہے۔شکل-کو دیکھتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
V_M &= 10\,\text{V}\\
V_R &= 10\,\text{V}\\
I_M &= -2\,\text{A}\\
I_R &= 2\,\text{A}
\end{aligned}
$$

ان قیمتوں کو مساوات 1.6 میں پر کرتے ہوئے منبع اور مزاحمت کی طاقت حاصل کرتے ہیں۔

$$P_M = 10 \times (-2) = -20\,\text{W}$$ طاقت کی منفی قیمت، طاقت کی پیداوار کو ظاہر کرتی ہے

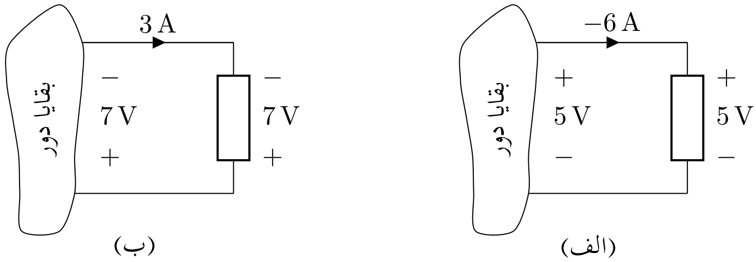
$$P_R = 10 \times 2 = 20\,\text{W}$$ طاقت کی مثبت قیمت، طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتی ہے

یہاں غیر متغیر طاقت کو بڑھے حروف تہجی میں P_M اور P_R لکھا گیا۔مزاحمت کی طاقت مثبت مقدار حاصل ہوئی ہے جبکہ منبع کی طاقت منفی مقدار ہے۔یوں مساوات 1.6 سے حاصل مثبت مقدار طاقت کے ضیاع کو ظاہر کرتی ہے جبکہ منفی مقدار طاقت کی پیداوار کو ظاہر کرتی ہے۔

شکل 1.9 میں برقی دباو کے سمت الٹ چننے گئے جس کی وجہ سے رو کی سمتیں بھی الٹ کر دی گئی ہیں۔یوں

$$
\begin{aligned}
V_M &= -10\,\text{V}\\
V_R &= -10\,\text{V}\\
I_M &= 2\,\text{A}\\
I_R &= -2\,\text{A}
\end{aligned}
$$

[25] Ohm's law
[26] clockwise
[27] potential energy
[28] مخفی توانائی کی اصطلاح خفیہ توانائی سے حاصل کی گئی ہے۔
[29] thermal energy
[30] loss
[31] power loss
[32] thermal loss
[33] resistive loss



شکل 1.10: فعال اور انفعال پرزے کی مثال۔

لکھے جائیں گے جن سے دوبارہ

طاقت کی منفی قیمت، طاقت کی پیداوار کو ظاہر کرتی ہے $\quad P_M = (-10) \times 2 = -20\,\mathrm{W}$

طاقت کی مثبت قیمت، طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتی ہے $\quad P_R = (-10) \times (-2) = 20\,\mathrm{W}$

حاصل ہوتے ہیں۔

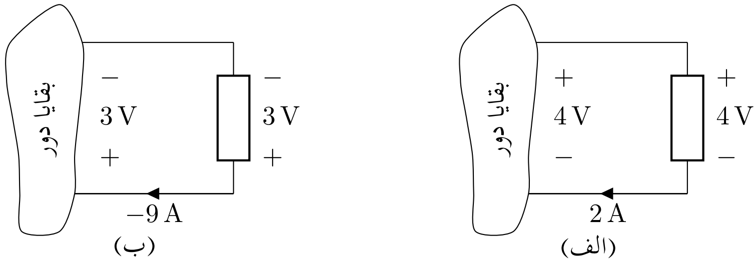
مثال 1.2: شکل 1.10 میں دو ادوار دکھائے گئے ہیں۔دریافت کریں کہ آیا بیرونی پرزہ بقایا دور کو طاقت فراہم کرتا ہے یا کہ اس سے طاقت حاصل کرتا ہے۔طاقت کی قیمت بھی دریافت کریں۔

حل: شکل-الف میں برقی رو کی قیمت منفی لکھی گئی ہے جس کا مطلب ہے کہ حقیقت میں رو تیر کے نشان کے الٹ سمت میں ہے۔رو کی سمت الٹ تصور کرتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ بقایا دور کے مثبت سرے پر رو اندر داخل ہوتی ہے۔یوں بقایا دور انفعال ہے۔بیرونی پرزے کے مثبت سرے سے حقیقی رو خارج ہوتی ہے لہٰذا یہ فعال پرزہ ہے۔یوں بیرونی پرزہ طاقت فراہم کرتا ہے جبکہ بقایا دور میں طاقت خرچ ہوتا ہے۔یہی نتائج انفعال سمت کے ترکیب سے یوں حاصل ہوتی ہے۔بیرونی پرزے کے برقی دباو کو دیکھتے ہوئے رو کی دکھائی گئی سمت ہی استعمال کی جائے گی۔یوں بیرونی پرزے کی طاقت $P = 5 \times (-6) = -30\,\mathrm{W}$ ہے جو طاقت کی پیداوار ہے۔بقایا دور میں رو کی انفعال سمت دکھائے گئے سمت کے الٹ ہے لہٰذا طاقت $P = 5 \times 6 = 30\,\mathrm{W}$ حاصل ہوتا ہے جو طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتا ہے۔آپ نے دیکھا کہ بیرونی پرزہ $30\,\mathrm{W}$ طاقت پیدا کرتا ہے جبکہ بقایا دور اتنی ہی طاقت استعمال کرتا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں قانونِ بقا[34] کارآمد ہے۔کسی بھی دور میں توانائی کی پیداوار اور خرچ برابر ہوتے ہیں۔

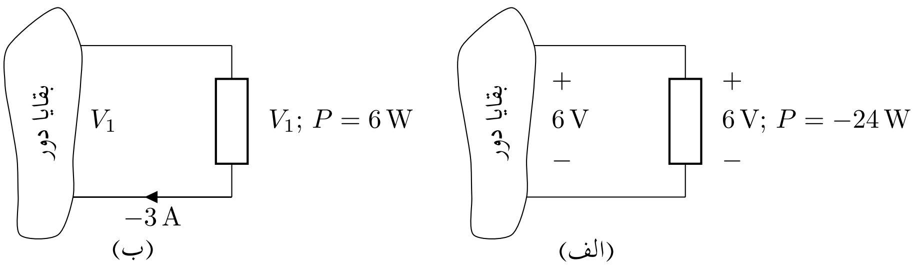
شکل-ب میں رو نچلی تار میں دائیں سے بائیں طرف رواں ہے۔یوں بیرونی پرزے کے مثبت سرے سے رو خارج ہوتی ہے جبکہ بقایا دور کے مثبت سرے میں رو داخل ہوتی ہے۔یوں بیرونی پرزہ فعال اور بقایا دور انفعال ہے۔بیرونی پرزے کی طاقت $P = 7 \times (-3) = -21\,\mathrm{W}$ ہے جو طاقت کی پیداوار ہے جبکہ بقایا دور کی طاقت $P = 7 \times 3 = 21\,\mathrm{W}$ ہے جو طاقت کی ضیاع کو ظاہر کرتی ہے۔

مشق 1.1: شکل 1.11 میں بیرونی پرزے کی طاقت حاصل کریں۔

[34] law of conservation of energy



شکل 1.11: فعال اور انفعال پرزے کی مشق۔



شکل 1.12: طاقت اور ایک متغیرہ دیا گیا ہے۔دوسرا دریافت کرنا ہے۔

جوابات: (الف) 8 W ؛ (ب) 27 W

مثال 1.3: شکل 1.12-الف میں برقی رو کی مقدار اور سمت حاصل کریں جبکہ شکل-ب میں برقی دباو اور اس کا مثبت سرا دریافت کریں۔

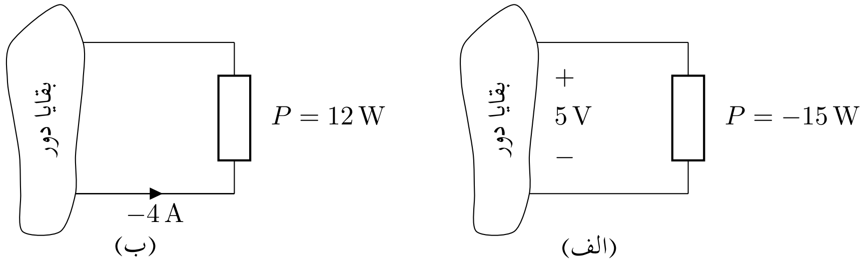
حل: شکل-الف میں بیرونی پرزے کی طاقت منفی ہے۔یوں بیرونی پرزہ طاقت پیدا کرتا ہے لہٰذا اس کے مثبت سرے سے رو خارج ہو گی یعنی دور میں گھڑی کے الٹ سمت میں رو پائی جائے گی۔رو کی قیمت 4 A ہو گی۔

شکل-ب میں بیرونی پرزے کی طاقت مثبت ہے لہٰذا اس میں طاقت کا ضیاع ہو گا اور برقی رو مثبت سرے سے پرزے میں داخل ہو گی۔دور میں گھڑی کی سمت میں منفی رو دکھائی گئی ہے لہٰذا حقیقت میں رو گھڑی کی الٹ سمت ہے۔ حقیقی رو کو گھڑی کے الٹ سمت تصور کرتے ہوئے بیرونی پرزے کا نچلا سرا مثبت ہو گا اور برقی دباو کی قیمت 2 V ہو گی۔

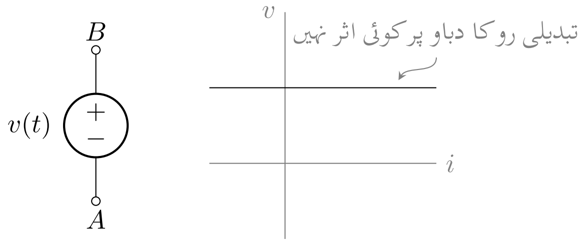
مشق 1.2: شکل 1.13 میں نا معلوم متغیرہ دریافت کریں۔

حل: (الف) گھڑی کے الٹ 3 A ؛ (ب) بالائی تار مثبت ہے جبکہ دباو 3 V ہے۔

آخر میں دوبارہ اس حقیقت کی نشاندہی کرتے ہیں کہ کسی بھی برقی دور میں پیداوار طاقت اور طاقت کا ضیاع برابر ہوں گے۔



شکل 1.13: طاقت اور ایک متغیرہ دیا گیا ہے۔دوسرا دریافت کریں۔



شکل 1.14: غیر تابع منبع دباو اور اس کا $v - i$ خط۔

1.4 برقی پرزے

برقی پرزوں کو دو اقسام میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔وہ پرزے جو طاقت پیدا کرتے ہیں **فعال پرزے**[35] کہلاتے ہیں جبکہ طاقت ضائع کرنے والے پرزوں کو **انفعال پرزے**[36] کہتے ہیں۔ جنریٹر اور بیٹری فعال پرزوں کی مثال ہے جبکہ مزاحمت، امالہ گیر[37] اور برق گیر[38] انفعال پرزے ہیں۔

فعال پرزوں پر اس باب میں غور کیا جائے گا جبکہ انفعال پرزوں پر اگلے باب میں تفصیلاً غور کیا جائے گا۔

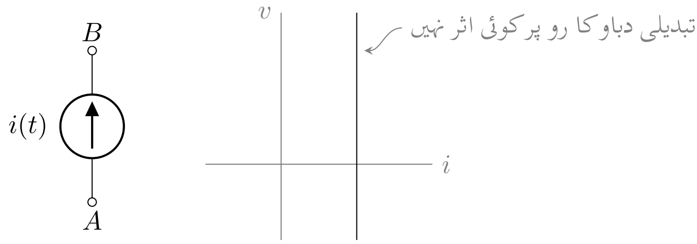
1.4.1 غیر تابع منبع

غیر تابع منبع دباو[39] سے مراد ایسی منبع ہے جو، منبع میں سے گزرتی رو کے قطع نظر، اپنے دو سروں کے درمیان مخصوص برقی دباو برقرار رکھتا ہے۔ غیر تابع منبع دباو کی علامت کو شکل 1.14 میں دکھایا گیا ہے جہاں نقطہ A کے حوالے سے نقطہ B پر $v(t)$ برقی دباو برقرار رہتا ہے۔شکل میں غیر تابع منبع دباو کا دباو بالمقابل رو $v - i$ خط بھی دکھایا گیا ہے۔اس خط کے مطابق برقی دباو کی قیمت پر برقی رو کا کوئی اثر نہیں پایا جاتا۔

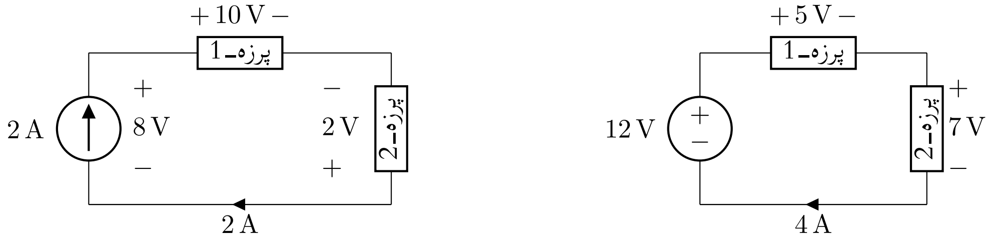
شکل 1.15 میں **غیر تابع منبع رو**[40] کی علامت اور رو بالمقابل دباو $v - i$ خط دکھایا گیا ہے۔غیر تابع منبع رو سے مراد ایسی منبع ہے جو، منبع پر دباو کے قطع نظر، مخصوص برقی رو برقرار رکھتا ہے۔غیر تابع منبع رو کے دباو بالمقابل رو خط کے تحت منبع پر برقی دباو کے تبدیلی کا منبع کی رو پر کوئی اثر نہیں پایا جاتا۔منبع رو میں مثبت رو کی سمت کو تیر کے نشان سے دکھایا جاتا ہے۔

عام استعمال میں منبع بقایا دور کو طاقت فراہم کرتی ہے۔ شکل 1.13-ب میں اگر بیرونی پرزہ منبع ہو تب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ منبع کو بھی طاقت فراہم کی جا سکتی ہے۔

[35] active components
[36] passive components
[37] inductor
[38] capacitor
[39] independent voltage source
[40] independent current source



شکل 1.15: غیر تابع منبع رو اور اس کا $v - i$ خط۔



(ب) (ا)

شکل 1.16: طاقت کا حساب۔

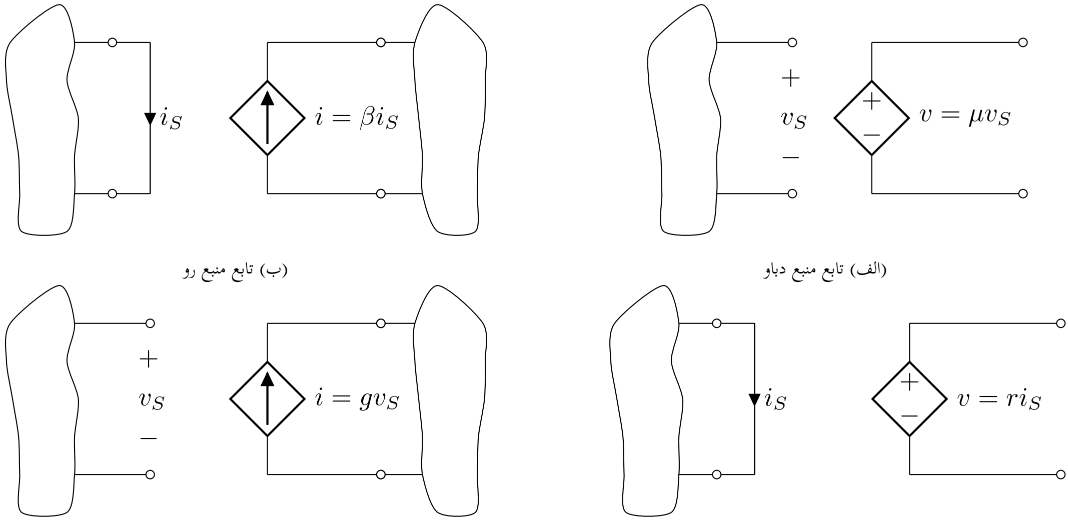
منبع محدود صلاحیت کا حامل ہے۔اگرچہ ہم توقع کرتے ہیں کہ منبع دباو کسی بھی قیمت کی برقی رو فراہم کرتے ہوئے پیدا کردہ برقی دباو برقرار رکھے گا، حقیقت میں کوئی بھی منبع کسی محدود رو کی حد تک ایسا کر پاتا ہے۔

مثال 1.4: شکل 1.16-الف میں تینوں پرزوں کی طاقت دریافت کریں۔(اشارہ: سلسلہ وار جڑے پرزوں میں یکساں رو پائی جاتی ہے۔)

حل: منبع کے مثبت سر سے رو خارج ہو رہی ہے لہٰذا یہ پرزہ طاقت فراہم کر رہا ہے جبکہ بقایا دو پرزوں کے مثبت سر سے رو پرزے میں داخل ہوتی ہے لہٰذا ان دونوں پرزوں میں طاقت ضائع ہوتا ہے۔منبع کی طاقت $-48\,\mathrm{W} = (-4) \times 12$ ہے جبکہ پرزہ-1 کی طاقت $5 \times 4 = 20\,\mathrm{W}$ اور پرزہ-2 کی طاقت $7 \times 4 = 28\,\mathrm{W}$ ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ طاقت کی ضیاع $20\,\mathrm{W} + 28\,\mathrm{W} = 48\,\mathrm{W}$ عین طاقت کی پیداوار کے برابر ہے۔

مشق 1.3: شکل 1.16-ب میں تینوں پرزوں کی طاقت حاصل کریں۔

جوابات: منبع رو کی طاقت $-16\,\mathrm{W}$ ہے۔پرزہ-1 کی طاقت $20\,\mathrm{W}$ ہے۔پرزہ-2 بھی منبع ہے اور اس کی طاقت $-4\,\mathrm{W}$ ہے۔



(الف) تابع منبع دباو

(ب) تابع منبع رو

(پ) تابع منبع مزاحمت-نما

(ت) تابع منبع موصلیت-نما

شکل 1.17: تابع منبع کے چار اقسام۔

1.4.2 تابع منبع

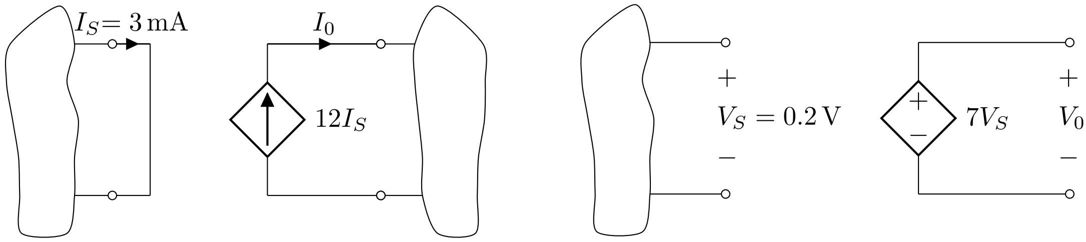
غیر تابع منبع دباو کی پیدا کردہ دباو کا انحصار منبع سے گزرتی رو پر بالکل نہیں ہوتا۔ اسی طرح غیر تابع منبع رو کی پیدا کردہ رو کا انحصار منبع پر دباو پر بالکل نہیں ہوتا۔اس کے برعکس **تابع منبع دباو**[41] کی پیدا کردہ دباو، دور میں کسی مخصوص مقام کی رو یا دباو پر منحصر ہوتا ہے۔اسی طرح **تابع منبع رو**[42] کی پیدا کردہ رو، دور میں کسی مخصوص مقام کی رو یا دباو پر منحصر ہوتا ہے۔تابع منبع برقیات کی میدان میں کلیدی کردار ادا کرتے ہیں جہاں برقیاتی پرزہ جات مثلاً **دو جوڑ ٹرانزسٹر**[43] یا **میدانی ٹرانزسٹر**[44] کے **ریاضی نمونے**[45] تابع منبع سے بنائے جاتے ہیں۔متعدد ٹرانزسٹر پر مبنی برقیاتی ادوار کا حسابی حل انہیں ریاضی نمونوں کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے۔

غیر تابع منبع کو گول دائرے سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ تابع منبع کو ہیرا شکل سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ شکل 1.17 میں چار اقسام کے تابع منبع دکھائے گئے ہیں۔ شکل-الف میں **تابع منبع دباو**[46] کی پیدا کردہ دباو کا انحصار بائیں جانب کے دباو v_S پر ہے۔یوں v_S **ضابط دباو**[47] کہلاتا ہے۔یہ منبع μv_S دباو پیدا کرتا ہے۔ شکل-ب میں **تابع منبع رو**[48] کو i_S قابو کرتا ہے۔ان دو اقسام کے منبع کے مستقل μ اور β **بے بُعد**[49] مقدار ہیں۔ شکل-پ میں i_S رو پیدا کردہ دباو کو قابو کرتی ہے۔اس منبع کے مستقل r کا **بُعد**[50] $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$ ہے جو عین مزاحمت کی بُعد ہے۔اسی لئے اس منبع کو **تابع منبع مزاحمت-نما**[51] کہا جاتا ہے۔ شکل-ت میں **تابع منبع موصلیت-نما**[52] کی پیدا کردہ رو کا انحصار v_S پر ہے۔اس منبع کے مستقل g کا بُعد $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}}$ ہے جو موصلیت کی بھی بُعد ہے۔

مثال 1.5: شکل 1.18-الف میں خارجی دباو اور شکل-ب میں خارجی رو دریافت کریں۔

---

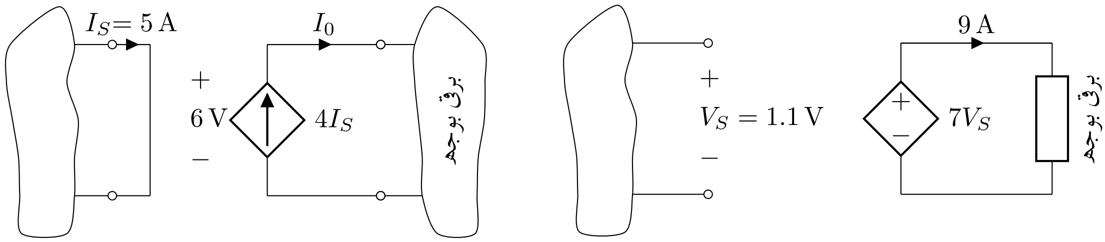
[41] dependent voltage source
[42] dependent current source
[43] bipolar transistor, BJT
[44] MOSFET
[45] mathematical model
[46] dependent voltage source
[47] control voltage
[48] depended current source
[49] dimensionless
[50] dimension
[51] dependent transresistance source
[52] dependent transconductance source



(ب) تابع منبع رو کی مثال

(الف) تابع منبع دباو کی مثال

شکل 1.18: تابع منبع دباو اور تابع منبع رو کے استعمال کی مثال۔



(ب) تابع منبع رو کی مشق

(الف) تابع منبع دباو کی مشق

شکل 1.19: تابع منبع دباو اور تابع منبع رو کے استعمال کی مشق۔

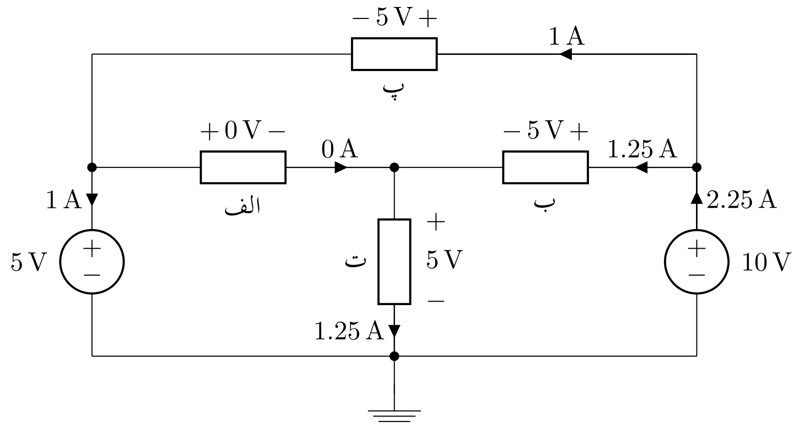
حل: شکل-الف میں ضابط دباو $0.2\,\mathrm{V}$ اور منبع کا مستقل 7 ہے۔ یوں پیدا کردہ دباو $0.2 \times 7 = 1.4\,\mathrm{V}$ ہو گا۔ شکل-ب میں ضابط رو $3\,\mathrm{mA}$ اور منبع کا مستقل 12 ہے۔ یوں پیدا کردہ رو $0.003 \times 12 = 36\,\mathrm{mA}$ ہو گی۔

اس مثال میں تابع منبع دباو داخلی دباو کو 7 گنا بڑھاتا ہے گویا منبع بطور **ایمپلیفائر دباو**[53] کردار ادا کرتا ہے اور اس ایمپلیفائر کی **افزائش دباو**[54] 7 ہے۔ اسی طرح شکل-ب میں تابع منبع رو نے داخلی رو کو 12 گنا بڑھا کر خارج کیا، گویا یہ منبع بطور **ایمپلیفائر رو**[55] کردار ادا کرتا ہے اور اس ایمپلیفائر کی **افزائش رو**[56] کی قیمت 12 ہے۔

شکل 1.17-پ بالکل اسی طرح داخلی ضابط رو کی نسبت سے برقی دباو خارج کرتے ہوئے بطور **ایمپلیفائر مزاحمت۔نما**[57] کردار ادا کرتا ہے جہاں منبع کا مستقل **افزائش مزاحمت۔نما**[58] کہلاتا ہے۔ شکل 1.17-ت بطور **ایمپلیفائر موصلیت۔نما**[59] کام کرتا ہے اور اس کے مستقل کو **افزائش موصلیت۔نما**[60] کہتے ہیں۔

مشق 1.4: شکل 1.19 میں برقی بوجھ کی طاقت دریافت کریں۔

[53] voltage amplifier
[54] voltage gain
[55] current amplifier
[56] current gain
[57] transresistance amplifier
[58] transresistance gain
[59] transconductance amplifier
[60] transconductance gain



شکل 1.20: مثال 1.6 کا دور۔

جوابات: (الف): $69.3\,\text{W}$ ، (ب) $120\,\text{W}$

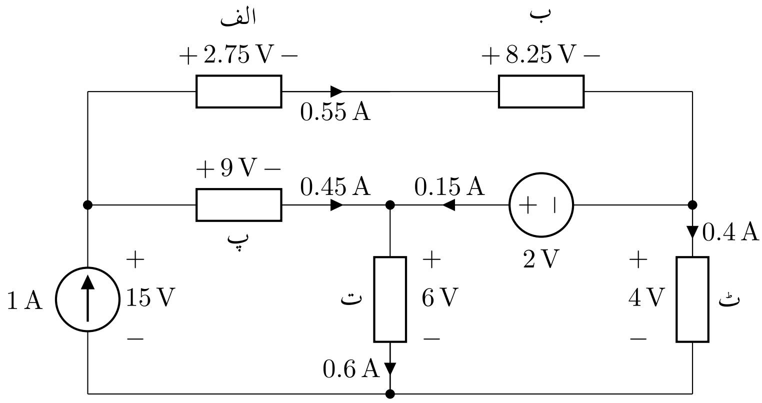
مثال 1.6: شکل 1.20 میں تمام پرزہ جات کی طاقت دریافت کریں۔

حل: بوجھ-الف میں برقی رو صفر ہے اور اس کے دونوں سروں کے مابین دباو بھی صفر ہے لہٰذا اس کی طاقت $0 \times 0 = 0\,\text{W}$ ہے۔ بوجھ-ب کی طاقت $5 \times 1.25 = 6.25\,\text{W}$ ہے۔ بوجھ-پ کی طاقت $5 \times 1 = 5\,\text{W}$ اور بوجھ-ت کی طاقت $5 \times 1.25 = 6.25\,\text{W}$ ہے۔ بائیں منبع کی طاقت $5 \times 1 = 5\,\text{W}$ جبکہ دائیں منبع کی طاقت $10 \times (-2.25) = -22.5\,\text{W}$ ہے۔

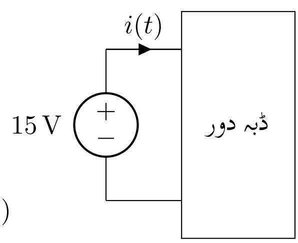
کل طاقت کا ضیاع $0 + 6.26 + 5 + 6.25 + 5 = 22.5\,\text{W}$ ہے۔ دایاں منبع تمام طاقت پیدا کرتا ہے جبکہ بائیں منبع کو از خود طاقت درکار ہے۔

مشق 1.5: شکل 1.21 کے تمام پرزوں میں طاقت حاصل کریں۔ کیا طاقت کی پیداوار اور اس کا ضیاع برابر ہیں۔

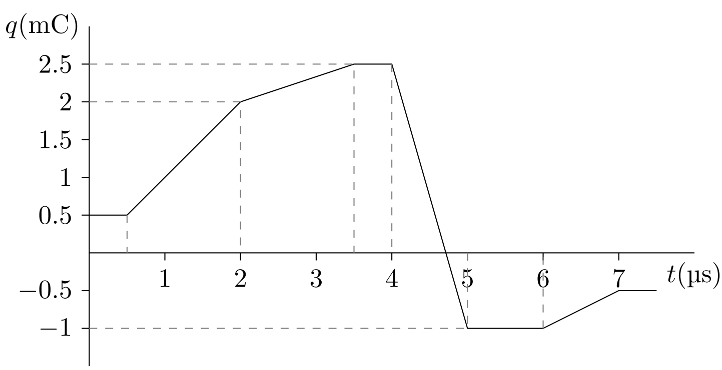
جوابات: بالترتیب الف تا ٹ: $1.5125\,\text{W}$ ، $4.5375\,\text{W}$ ، $4.05\,\text{W}$ ، $3.6\,\text{W}$ ، $1.6\,\text{W}$ ؛ منبع دباو کی طاقت $-0.3\,\text{W}$ اور منبع رو کی طاقت $-15\,\text{W}$ ہے۔ دور میں کل طاقت کی پیداوار $15.3\,\text{W}$ ہے۔ اتنی ہی طاقت پیدا بھی ہوتی ہے لہٰذا دونوں برابر ہیں۔



شکل 1.21: طاقت کے حصول کی مشق۔

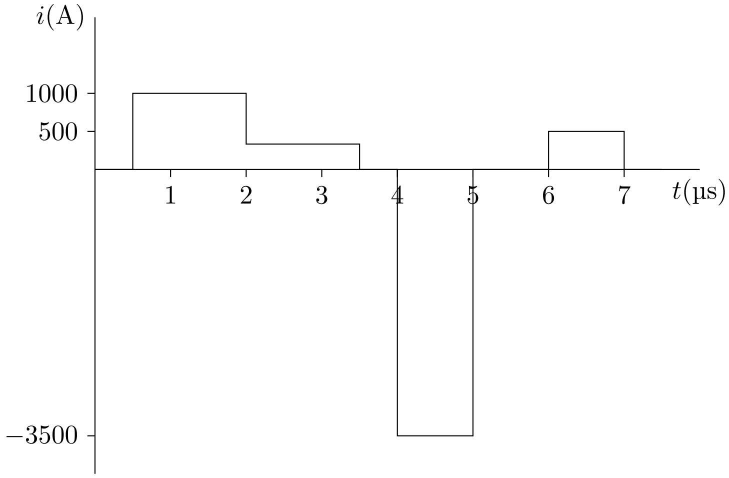


(ا) ڈبہ دور



(ب) بار بالمقابل وقت کا خط۔

شکل 1.22: مثال 1.7 کا شکل۔



شکل 1.23: برقی رو مثال 1.7

مثال 1.7: شکل 1.22-الف میں ڈبہ دور دکھایا گیا ہے جس میں برقی بار بھری جا رہی ہے۔ برقی بار بالمقابل وقت کا خط شکل-ب میں دیا گیا ہے۔ اس خط سے برقی رو بالمقابل وقت کا خط حاصل کریں۔

حل: وقت $t = 0$ تا $t = 0.5\,\mathrm{\mu s}$ تک برقی بار بلا تبدیلی ہوئے $0.5\,\mathrm{mC}$ رہتا ہے لہٰذا $\Delta q = 0$ ہے اور یوں اس دورانیے میں

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{0\,\mathrm{C}}{0.5\,\mathrm{\mu s}} = 0\,\mathrm{A} \qquad (0 < t < 0.5\,\mathrm{\mu s})$$

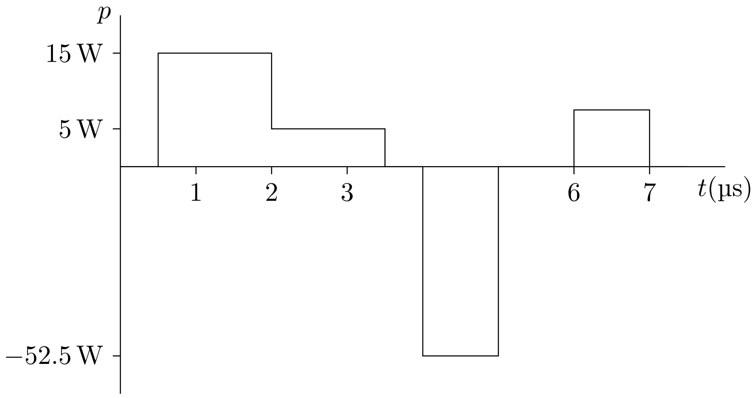
ہو گا۔ وقت $t = 0.5\,\mathrm{\mu s}$ تا $t = 2\,\mathrm{\mu s}$ کے دوران برقی بار $0.5\,\mathrm{mC}$ سے تبدیل ہو کر $2\,\mathrm{mC}$ ہو جاتا ہے لہٰذا اس دورانیے کے لئے

$$i = \frac{2\,\mathrm{mC} - 0.5\,\mathrm{mC}}{2\,\mathrm{\mu s} - 0.5\,\mathrm{\mu s}} = 1000\,\mathrm{A} \qquad (0.5\,\mathrm{\mu s} < t < 2\,\mathrm{\mu s})$$

ہو گا۔ اسی طرح بقایا دورانیوں میں

$$\begin{aligned}
i &= \frac{2.5\,\mathrm{mC} - 2\,\mathrm{mC}}{3.5\,\mathrm{\mu s} - 2\,\mathrm{\mu s}} = 333.33\,\mathrm{A} \qquad (2\,\mathrm{\mu s} < t < 3.5\,\mathrm{\mu s})\\
i &= \frac{2.5\,\mathrm{mC} - 2.5\,\mathrm{mC}}{4\,\mathrm{\mu s} - 3.5\,\mathrm{\mu s}} = 0\,\mathrm{A} \qquad (3.5\,\mathrm{\mu s} < t < 4\,\mathrm{\mu s})\\
i &= \frac{-1\,\mathrm{mC} - 2.5\,\mathrm{mC}}{5\,\mathrm{\mu s} - 4\,\mathrm{\mu s}} = -3500\,\mathrm{A} \qquad (4\,\mathrm{\mu s} < t < 5\,\mathrm{\mu s})\\
i &\frac{-1\,\mathrm{mC} - (-1\,\mathrm{mC})}{6\,\mathrm{\mu s} - 5\,\mathrm{\mu s}} = 0\,\mathrm{A} \qquad (5\,\mathrm{\mu s} < t < 6\,\mathrm{\mu s})\\
i &= \frac{-0.5\,\mathrm{mC} - (-1\,\mathrm{mC})}{7\,\mathrm{\mu s} - 6\,\mathrm{\mu s}} = 500\,\mathrm{A} \qquad (6\,\mathrm{\mu s} < t < 7\,\mathrm{\mu s})\\
i &= 0\,\mathrm{A} \qquad (7\,\mathrm{\mu s} < t)
\end{aligned}$$

اور اس کے بعد $i = 0\,\mathrm{A}$ ہے۔ ان نتائج کو شکل 1.23 میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بار نہ بدلنے کی صورت میں رو صفر ہوتی ہے۔ بڑھتے بار کی صورت میں مثبت رو اور گھٹتے بار کی صورت میں منفی رو پائی جاتی ہے۔



شکل 1.24: طاقت بالمقابل وقت

مثال 1.8: مندرجہ بالا مثال میں طاقت بالمقابل وقت حاصل کریں۔

حل: طاقت $p = vi$ ہوتا ہے۔ شکل 1.22-الف سے دباو کی قیمت $15\,\mathrm{V}$ ملتی ہے جبکہ شکل 1.23 سے رو کی قیمت مختلف دورانیے کے لئے حاصل کی جا سکتی ہے۔ یوں مختلف دورانیے کے طاقت درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
p &= 15 \times 0 = 0\,\mathrm{W} && (0 < t < 0.5\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 1000 = 15\,\mathrm{kW} && (0.5\,\mu\mathrm{s} < t < 2\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 333.33 = 5\,\mathrm{kW} && (2\,\mu\mathrm{s} < t < 3.5\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 0 = 0\,\mathrm{W} && (3.5\,\mu\mathrm{s} < t < 4\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times (-3500) = -52.5\,\mathrm{kW} && (4\,\mu\mathrm{s} < t < 5\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 0 = 0\,\mathrm{W} && (5\,\mu\mathrm{s} < t < 6\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 500 = 7.5\,\mathrm{kW} && (6\,\mu\mathrm{s} < t < 7\,\mu\mathrm{s})\\
p &= 15 \times 0 = 0\,\mathrm{W} && (7\,\mu\mathrm{s} < t)
\end{aligned}
$$

ان جوابات کو شکل 1.24 میں دکھایا گیا ہے۔

مثال 1.9: آج کل کمپیوٹر[61] کا زمانہ ہے اور یو-ایس-بی[62] یعنی **عمومی سلسلہ وار پھاٹک** کا استعمال عام ہے۔ کسی بھی کمپیوٹر یا **عددی دور**[63] کو **عددی مواد**[64] جن برقی تاروں کے ذریعہ فراہم کیا جاتا ہے وہ کمپیوٹر یا عددی دور کے **داخلی پھاٹک**[65] کہلاتے ہیں اور جن تاروں کے ذریعہ کمپیوٹر یا عددی دور سے عددی مواد حاصل کیا جاتا ہے، کمپیوٹر یا عددی دور کے **خارجی پھاٹک**[66] کہلاتے ہیں۔ عمومی سلسلہ وار پھاٹک (یو-ایس-بی) پر کمپیوٹر عددی مواد حاصل

[61] computer
[62] USB Universal Serial Port
[63] digital circuit
[64] digital data
[65] input port
[66] output port

بھی کر سکتا ہے اور خارج بھی کر سکتا ہے۔یوں یہ **داخلی۔خارجی پھاٹک**[67] ہے۔اس پھاٹک کی مدد سے کمپیوٹر کے ساتھ بیرونی آلات مثلاً موبائل فون، عددی کیمرہ وغیرہ جوڑے جا سکتے ہیں۔یہ پھاٹک بیرونی آلات کو برقی طاقت فراہم کرنے کی صلاحیت بھی رکھتا ہے۔یہ پھاٹک چار عدد برقی تاروں پر مشتمل ہے جن میں دو تار عددی مواد کے ترسیل اور دو تار برقی طاقت کی فراہمی کے لئے استعمال ہوتے ہیں۔یہ پھاٹک عام حالت میں $100\,\mathrm{mA}$ برقی رو فراہم کر سکتا ہے جبکہ سافٹ ویئر کے ذریعہ پھاٹک سے برقی رو کی فراہمی $500\,\mathrm{mA}$ تک بڑھائی جا سکتی ہے۔

یو۔ایس۔بی پھاٹک استعمال کرتے ہوئے موبائل کی بیسے بار[68] بیٹری میں بار بھرا جاتا ہے۔بیٹری کی استعداد $1700\,\mathrm{mA\,h}$ ہے۔الف) بیٹری کی استعداد کولمب C میں حاصل کریں۔ب) اگر پھاٹک $100\,\mathrm{mA}$ رو فراہم کر رہا ہو تب بیٹری کو مکمل بھرنے میں کتنی دیر لگے گی۔

حل:الف) مکمل بھری بیٹری میں کل بار ہی بیٹری کی استعداد ہوتی ہے۔بیٹری کی استعداد کو کولمب C کی بجائے $\mathrm{A\,h}$ میں بیان کیا جاتا ہے۔دی گئی بیٹری کی استعداد

$$Q = I \times t = 1700 \times 10^{-3} \times 3600 = 6120\,\mathrm{C}$$

ہے جہاں ایک گھنٹہ 3600 سیکنڈ کے برابر ہے۔

ب) یوں $100\,\mathrm{mA}$ کی رو سے بیٹری بھرنے میں

$$t = \frac{6120}{100 \times 10^{-3}} = 61\,200\,\mathrm{s} = 17\,\mathrm{h}$$

سترہ گھنٹے درکار ہوں گے۔

---

[67] input-output port
[68] discharged

باب 2

مزاحمتی ادوار

2.1 قانون اوہم

شکل 2.1-الف میں **کارتیسی محدد**[1] پر سیدھے خطوط دکھائے گئے ہیں۔ بالائی خط کی مساوات $y = m_1x + c_1$ ہے جہاں خط کی **ڈھلوان**[2] m_1 ہے جبکہ خط y محدد کو c_1 پر کاٹتا ہے۔ نچلی خط کی ڈھلوان m_2 ہے جبکہ یہ محدد کے مرکز $(0,0)$ سے گزرتی ہے لہٰذا یہ خط y محدد کو 0 پر کاٹتی ہے اور یوں اس کی مساوات $y = m_2x$ ہے۔

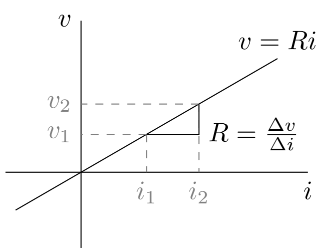
مزاحمت کے دو سروں کے مابین مختلف برقی دباو v لاگو کرتے ہوئے برقی رو i ناپی گئی۔ برقی دباو کو عمودی محدد اور برقی رو کو افقی محدد پر رکھتے ہوئے ان کے تعلق کو شکل 2.1-ب میں دکھایا گیا ہے۔اس خط کو مزاحمت کی **دباو بالمقابل رو خط** کہا جاتا ہے۔شکل-ب کا شکل-الف کی نچلی خط کے ساتھ موازنہ کرتے ہوئے اس خط کو

$$v = Ri \qquad \text{قانون اوہم} \tag{2.1}$$

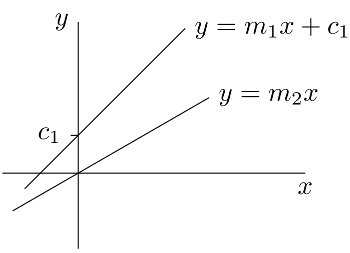
لکھا جا سکتا ہے جہاں خط کی ڈھلوان کو R لکھا اور **برقی مزاحمت**[3] یا صرف **مزاحمت** پکارا جاتا ہے۔اس مساوات کو **قانون اوہم**[4] کہتے ہیں۔ شکل-ب میں مزاحمت R کو بطور ڈھلوان دکھایا گیا ہے۔

$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} = \frac{\Delta v}{\Delta i} \qquad \text{مزاحمت کی تعریف} \tag{2.2}$$

[1] Cartesian coordinates
[2] slope
[3] electrical resistance
[4] Ohm's law

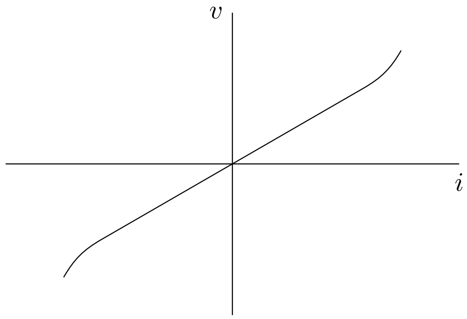


(ب) مزاحمت کے برقی دباو بالمقابل رو خط اور اوہم کا قانون۔

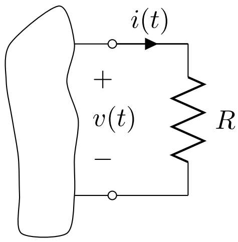


(ا) سیدھے خطوط اور ان کی ریاضی مساوات۔

شکل 2.1: قانون اوہم دراصل سیدھے خط کی مساوات ہے۔



شکل 2.2: غیر خطی دباو بالمقابل رو کی تعلق۔



شکل 2.3: اوہم کا قانون اور مزاحمتی ضیاع۔

شکل 2.1-ب میں دباو اور رو راست تناسب کا تعلق رکھتے ہیں۔راست تناسبی تعلق کو خطی[5] تعلق کہا جاتا ہے۔اگرچہ اس کتاب میں مزاحمت کو خطی پرزہ[6] ہی تصور کیا جائے گا، یہ جاننا ضروری ہے کہ کئی نہایت اہم اقسام کے پرزے غیر خطی مزاحمت کی خاصیت رکھتے ہیں۔عام استعمال میں $220\,\mathrm{V}$ پر جلنے والا بلب غیر خطی مزاحمت کی مثال ہے۔اس بلب کے $v-i$ تعلق کو شکل 2.2 میں دکھایا گیا ہے۔

وقت کے ساتھ بدلتا دباو اور بدلتی رو کی صورت میں قانون اوہم

$$v(t)=Ri(t) \tag{2.3}$$

لکھا جائے گا جہاں وقت t کے ساتھ بدلتے برقی دباو اور بدلتی برقی رو کو چھوٹے حروف میں لکھا گیا ہے۔مساوات 2.3 سے مزاحمت کا بُعد $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$ حاصل ہوتا ہے جسے اوہم[7] پکارا اور Ω سے ظاہر کیا جاتا ہے۔یوں اگر کسی مزاحمت پر $10\,\mathrm{V}$ کا برقی دباو لاگو کرنے سے مزاحمت میں $5\,\mathrm{A}$ کی رو گزرے تب مزاحمت کی قیمت $R=\frac{10}{5}=2\,\Omega$ ہو گی۔

شکل 2.3 میں برقی دور کے ساتھ مزاحمت R جڑی ہے۔مزاحمت کی دباو $v(t)$ اور رو $i(t)$ ہیں۔ صفحہ 7 پر مساوات 1.6 کے تحت اس مزاحمت میں طاقت کا ضیاع

$$p(t)=v(t)i(t)$$

ہو گا۔اس مساوات میں برقی دباو $v(t)$ میں قانون اوہم پُر کرتے ہوئے

$$p(t)=Ri(t)\times i(t)=Ri^2(t)$$

حاصل ہوتا ہے۔اسی طرح طاقتی ضیاع کی مساوات میں $i(t)$ کی جگہ قانون اوہم استعمال کرتے ہوئے

$$p(t)=v(t)\times\frac{v(t)}{R}=\frac{v^2(t)}{R}$$

[5] linear
[6] linear component
[7] Ohm

حاصل ہوتا ہے۔مندرجہ بالا تین مساوات کو اکٹھے لکھتے ہیں۔

$$p(t) = v(t)i(t) = Ri^2(t) = \frac{v^2(t)}{R} \qquad \text{مزاحمتی ضیاع} \tag{2.4}$$

درج بالا مساوات مزاحمت کی طاقت دیتی ہے۔یہ طاقت حرارتی توانائی میں تبدیل ہوتی ہے جس سے مزاحمت کا درجہ حرارت بڑھتا ہے۔

مزاحمت کے علاوہ **موصلیت**[8] G بھی بہت مقبول ہے جہاں

$$G = \frac{1}{R} \tag{2.5}$$

کے برابر ہے۔موصلیت کی اکائی **سیمنز**[9] S ہے جہاں

$$1\,\mathrm{S} = 1\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}} \tag{2.6}$$

کے برابر ہے۔مساوات 2.5 کے استعمال سے اوہم کے قانون کو

$$i(t) = Gv(t) \tag{2.7}$$

اور مزاحمت کی طاقت کو

$$p(t) = Gv^2(t) = \frac{i^2(t)}{G} \tag{2.8}$$

لکھا جا سکتا ہے۔

مثال 2.1: ایک عدد مزاحمت پر $20\,\mathrm{V}$ لاگو کرنے سے مزاحمت میں $4\,\mathrm{A}$ پیدا ہوتی ہے۔اس کی موصلیت دریافت کریں۔

حل: مساوات 2.7 کی مدد سے

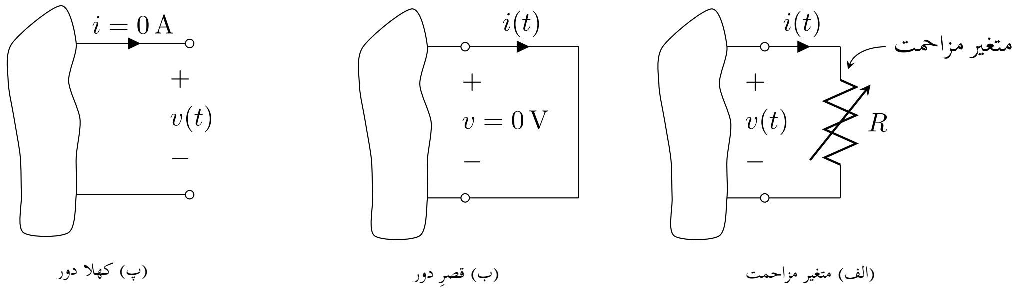
$$G = \frac{i}{v} = \frac{4}{20} = 0.2\,\mathrm{S}$$

حاصل ہوتا ہے۔یہی جواب، اوہم کے قانون سے $R = \frac{20}{4} = 5\,\Omega$ لکھتے اور $G = \frac{1}{R} = 0.2\,\mathrm{S}$ سے بھی حاصل ہوتا ہے۔

شکل 2.4-الف میں برقی دور کے ساتھ **متغیر مزاحمت**[10] جڑا دکھایا گیا ہے۔مزاحمت پر ترچھا تیر کھینچ کر متغیر مزاحمت کو ظاہر کیا جاتا ہے۔اگر متغیر مزاحمت کی قیمت کم کرتے کرتے صفر کر دی جائے تو کسی بھی رو $i(t)$ کی صورت میں مزاحمت پر لاگو برقی دباو، قانون اوہم کے تحت $v = i(t) \times 0 = 0\,\mathrm{V}$ ہو گا۔یہ صورت حال شکل-ب میں دکھائی گئی ہے اور اس صورت کو **قصر دور**[11] کہتے ہیں۔دو نقطوں کو موصل تار سے جوڑ کر قصر دور کیا جاتا ہے۔اس کے برعکس اگر متغیر مزاحمت کی قیمت لامحدود کر دی جائے تب کسی بھی دباو $v(t)$ پر، قانون اوہم کے تحت $i = \frac{v(t)}{\infty} = 0\,\mathrm{A}$ ہو گی۔ایسی صورت، جسے **کھلا دور**[12] کہتے ہیں کو شکل-پ میں دکھائی گئی ہے۔کسی بھی دو نقطوں کو کھلا دور کرنے کا مطلب یہ ہے کہ ان نقطوں کے مابین مزاحمت لامحدود کر دی جائے۔قصر دور پر ہر صورت صفر دباو پایا جاتا ہے جبکہ کھلا دور پر ہر صورت صفر رو پائی جاتی ہے۔

---

[8] conductance
[9] Siemens
[10] variable resistor
[11] short circuit
[12] open circuit



شکل 2.4: قصر دور اور کھلا دور۔

مثال 2.2: شکل 2.5-الف میں رو اور مزاحمتی طاقت دریافت کریں۔

حل: قانون اوہم سے مزاحمت میں رو

$$i = \frac{12}{3} = 4\,\mathrm{A}$$

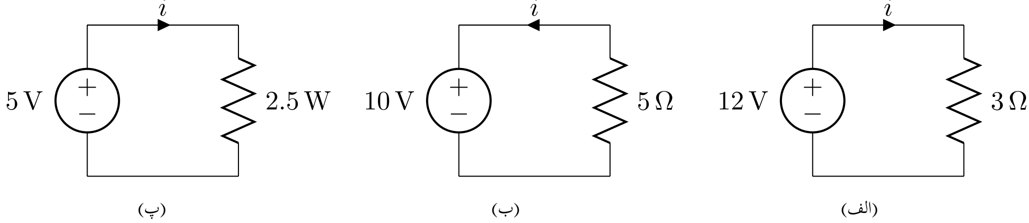
حاصل ہوتی ہے اور یوں مزاحمتی طاقت درج ذیل ہو گا۔

$$p = v \times i = 12 \times 4 = 48\,\mathrm{W}$$

یہی جواب مساوات 2.4 میں دیئے دیگر کلیات سے بھی حاصل ہو گا یعنی

$$p = \frac{v^2(t)}{R} = \frac{12^2}{3} = 48\,\mathrm{W}$$
$$p = i^2(t)R = 4^2 \times 3 = 48\,\mathrm{W}$$

مثال 2.3: شکل 2.5-ب میں رو اور مزاحمتی طاقت دریافت کریں۔



شکل 2.5: مزاحمتی ادوار مثال 2.2 تا مثال 2.4

حل: مزاحمت کا بالائی سرا مثبت ہے لہٰذا اس میں رو کی سمت اوپر سے نیچے ہو گی جو دکھلائے گئی سمت کے الٹ ہے۔اس طرح دی گئی سمت میں رو کی قیمت منفی ہو گی یعنی

$$i = -\frac{10}{5} = -2\,\mathrm{A}$$

جبکہ مزاحمت طاقت درج ذیل ہو گا۔

$$p = i^2 R = 20\,\mathrm{W}$$

مثال 2.4: شکل 2.5-پ میں رو اور مزاحمتی دریافت کریں۔

حل: دور میں طاقت کی پیداوار اور ضیاع برابر لیتے ہوئے طاقت کی مساوات $p = vi$ سے منبع کی رو حاصل کرتے ہیں۔

$$i = \frac{p}{v} = \frac{2.5}{5} = 0.5\,\mathrm{A}$$

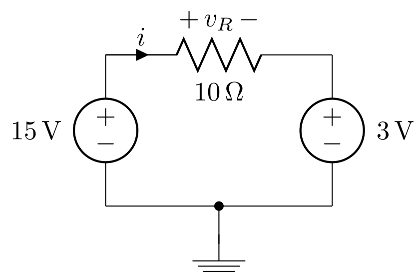
اوہم کے قانون سے مزاحمت کی قیمت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$R = \frac{v}{i} = \frac{5}{0.5} = 10\,\Omega$$

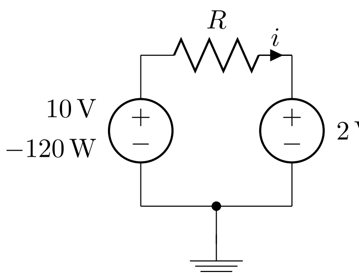
مثال 2.5: شکل 2.6-الف میں مزاحمت کی رو اور طاقت دریافت کریں۔

حل: قانون اوہم میں مزاحمت کا دباو $v_R = 15\,\mathrm{V} - 3\,\mathrm{V} = 12\,\mathrm{V}$ لیتے ہوئے رو حاصل کرتے ہیں۔

$$i = \frac{v_R}{R} = \frac{12}{10} = 1.2\,\mathrm{A}$$



(الف)



(ب)

شکل 2.6: مزاحمتی ادوار مثال 2.5 تا مثال 2.6

اسی طرح مزاحمت کی دباو $12\,\mathrm{V}$ لیتے ہوئے اس کی طاقت درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$p = vi = 12 \times 1.2 = 14.4\,\mathrm{W}$$

یہی جواب مساوات 2.4 میں دئے دیگر کلیات سے بھی حاصل کرتے ہیں۔

$$p = i^2R = 1.2^2 \times 10 = 14.4\,\mathrm{W}$$
$$p = \frac{v_R^2}{R} = \frac{12^2}{10} = 14.4\,\mathrm{W}$$

مثال 2.6: شکل 2.6-ب میں مزاحمت میں رو اور طاقت دریافت کریں۔دائیں منبع کی طاقت بھی دریافت کریں۔

حل: بائیں منبع کی طاقت اور دباو دیے گئے جس سے منبع کی مثبت سر سے خارج ہوتی رو کی قیمت $12\,\mathrm{A}$ حاصل ہوتی ہے۔مزاحمت کی دباو $8\,\mathrm{V}$ ہے لہٰذا اس کی مزاحمت

$$R = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}\,\Omega$$

ہو گی۔اس طرح مزاحمت کی طاقت

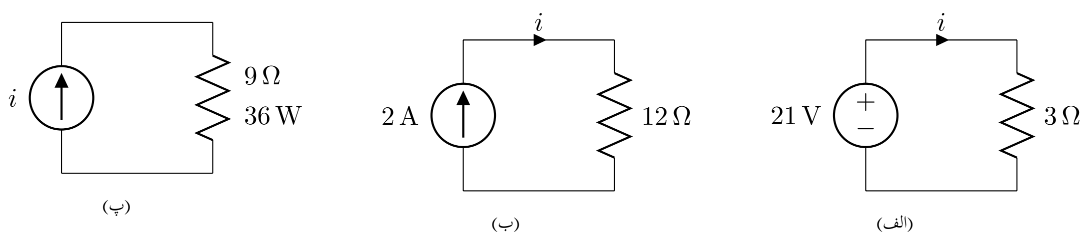
$$p = vi = 8 \times 12 = 96\,\mathrm{W}$$

ہو گا۔دائیں منبع کو طاقت فراہم کی جا رہی ہے جس کی قیمت درج ذیل ہے۔

$$p = vi = 2 \times 12 = 24\,\mathrm{W}$$

یوں کل $96 + 24 = 120\,\mathrm{W}$ طاقت فراہم کی جا رہی ہے جو طاقت کی پیداوار کے عین برابر ہے۔

مشق 2.1: شکل 2.7-الف میں مزاحمت کی رو اور طاقت حاصل کریں۔منبع کی طاقت بھی حاصل کریں۔



شکل 2.7: مزاحمتی ادوار مشق 2.1 تا مشق 2.3

جوابات: $i = 7\,\mathrm{A}$ ، $p = 127\,\mathrm{W}$ ، $p = -127\,\mathrm{W}$

مشق 2.2: شکل 2.7-ب میں مزاحمت کا دباو اور طاقت حاصل کریں۔ منبع کی طاقت بھی دریافت کریں۔

جوابات: $v = 24\,\mathrm{V}$ ، $p = 48\,\mathrm{W}$ ، $p = -48\,\mathrm{W}$

مشق 2.3: شکل 2.7-پ میں مزاحمت کی رو اور دباو حاصل کریں۔ منبع کی طاقت دریافت کریں۔

جوابات: $i = 2\,\mathrm{A}$ ، $v = 18\,\mathrm{V}$ ، $p = -36\,\mathrm{W}$

2.2 قوانین کرخوف

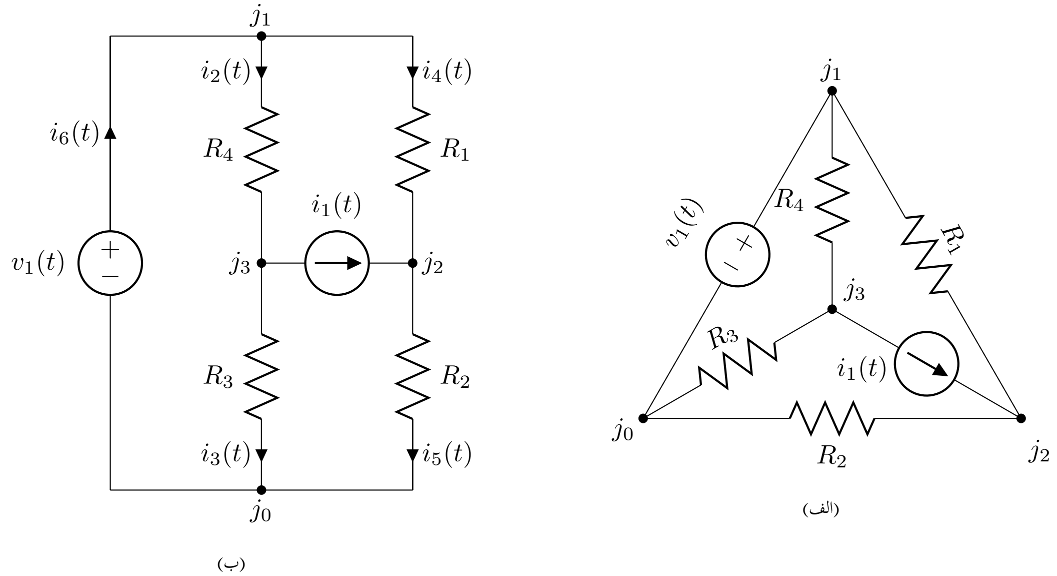
اوہم کے قانون سے ایک مزاحمت اور ایک منبع پر مبنی دور آسانی سے حل ہوتا ہے البتہ زیادہ پرزوں پر مبنی دور حل کرتے ہوئے اس کا استعمال قدر مشکل ہوتا ہے۔ زیادہ پرزہ جات کے ادوار **قوانین کرخوف**[13] [14] کی مدد سے نہایت آسانی کے ساتھ حل ہوتے ہیں۔ برقی دور میں برقی پرزوں کو موصل تاروں سے آپس میں جوڑا جاتا ہے۔ موصل تار کی مزاحمت کو صفر اوہم تصور کیا جاتا ہے لہٰذا ان میں طاقت کا ضیاع صفر ہو گا۔ یوں طاقت کی پیداوار اور ضیاع صرف برقی پرزوں میں ممکن ہے۔

اس سے پہلے کہ ہم کرخوف کے قوانین پر غور کریں، ہم کچھ اصطلاحات مثلاً **جوڑ**[15]، **دائرہ**[16] اور **شاخ**[17] جاننے کی کوشش کرتے ہیں۔ شکل 2.8-الف میں مزاحمت R_2 ، R_3 اور منبع V_1 نقطہ j_0 پر جڑے ہیں۔ اس نقطے کو جوڑ j_0 کہا جائے گا۔ اسی شکل میں جوڑ j_1 ، j_2 اور j_3 بھی دکھائے گئے ہیں۔ شکل 2.8-ب میں اسی شکل کو قدر مختلف طریقے سے دکھایا گیا ہے۔ یہاں بھی ان جوڑوں کی نشاندہی کی گئی ہے۔ کسی بھی دو یا دو سے زیادہ پرزوں کو جوڑنے والے موصل تار کو جوڑ تصور کیا جاتا ہے۔ یوں شکل-الف میں جوڑ j_0 نقطہ مانند ہے جبکہ شکل-ب میں نچلی پوری تار جوڑ j_0 ہے۔ جوڑ کو ظاہر کرنے والی تار کی لمبائی کچھ بھی ہو سکتی ہے۔

کسی بھی دور میں متعدد راستے ممکن ہیں۔ شکل 2.8 میں جوڑ j_1 سے مزاحمت R_4 کے راستے جوڑ j_3 تک پہنچا جا سکتا ہے جہاں سے منبع $i_1(t)$ کے راستے جوڑ j_1 اور پھر مزاحمت R_1 کے راستے واپس جوڑ j_1 تک پہنچا جا سکتا ہے۔ ایسا بند راستہ جو ابتدائی جوڑ پر ہی اختتام پذیر ہو **بند راستہ** کہلاتا

---

[13] Kirchoff's laws
[14] جرمنی کے گستاف روبرٹ کرخوف نے ان قوانین کو 1845 میں پیش کیا۔
[15] node
[16] loop
[17] branch



شکل 2.8: جوڑ اور دائرے۔

ہے۔ایسا بند راستہ جس پر کسی بھی جوڑ سے صرف ایک مرتبہ گزرا جائے **دائرہ**[18] کہلاتا ہے۔اس طرح R_1 ، $i_1(t)$ اور R_4 **دائرہ** ہے۔اسی طرح R_1 ، R_2 ، R_3 اور R_4 بھی دائرہ ہے۔دائرے کی ایک اور مثال $v_1(t)$ ، R_4 ، $i_1(t)$ اور R_2 ہے۔اس کے برعکس R_4 ، $i_1(t)$ ، R_2 ، R_3 ، $i_1(t)$ اور R_1 دائرہ نہیں ہے چونکہ اس میں جوڑ j_2 اور جوڑ j_3 سے دو مرتبہ گزرا گیا۔

برقی دور میں ہر برقی پرزے کو **شاخ**[19] کہتے ہیں۔ شکل 2.8 میں کل چھ (6) **شاخ** ہیں۔جوڑ j_3 پر تین شاخ یعنی R_4 ، R_3 اور $i_1(t)$ جڑتے ہیں۔جوڑ j_0 پر تین شاخ $v_1(t)$ ، R_2 اور R_3 جڑتے ہیں۔آئیں اب **قوانین کرخوف** کی بات کریں۔

کرخوف کا قانون برائے برقی رو کہتا ہے کہ کسی بھی جوڑ پر داخلی برقی رو کا مجموعہ خارجی برقی رو کے مجموعے کے عین برابر ہوتا ہے۔

کرخوف کے قانون برائے برقی رو کو **کرخوف قانونِ رو** کہا جائے گا۔اس قانون کو کسی بھی جوڑ کے لئے یوں

$$\sum i_{\text{داخلی}} = \sum i_{\text{خارجی}} \qquad \text{کرخوف قانونِ رو} \tag{2.9}$$

لکھا جاتا ہے۔شکل 2.8-ب میں جوڑ j_0 پر درج بالا مساوات سے

$$i_3(t) + i_5(t) = i_6(t) \qquad j_0 \text{ جوڑ} \tag{2.10}$$

حاصل ہوتا ہے۔اسی طرح بقایا جوڑوں پر کرخوف قانونِ رو سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں جہاں مساوی علامت $(=)$ کے بائیں جانب داخلی رو کا مجموعہ اور دائیں جانب خارجی رو کا مجموعہ ہے۔

$$i_6(t) = i_2(t) + i_4(t) \qquad j_1 \text{ جوڑ} \tag{2.11}$$
$$i_1(t) + i_4(t) = i_5(t) \qquad j_2 \text{ جوڑ} \tag{2.12}$$
$$i_2(t) = i_1(t) + i_3(t) \qquad j_3 \text{ جوڑ} \tag{2.13}$$

[18] loop
[19] branch

اگر جوڑ پر تمام رو کی سمت خارجی تصور کی جائے تب **قانون کرخوف برائے رو**[20] کو درج ذیل لکھا جا سکتا ہے جہاں $i_s(t)$ شاخ s میں جوڑ سے خارج رو ہے اور جوڑ کے ساتھ جڑے شاخوں کی تعداد N ہے۔

$$\sum_{s=1}^{N} i_s(t) = 0 \qquad \text{کرخوف قانونِ رو} \tag{2.14}$$

اگر جوڑ پر تمام رو کی سمت داخلی تصور کی جائے تب **قانون کرخوف برائے رو** کو درج بالا لکھا جا سکتا ہے جہاں $i_s(t)$ شاخ s میں جوڑ پر داخل رو ہے۔

مساوات 2.14 کو استعمال کرتے ہوئے شکل 2.8-ب کے لئے درج ذیل لکھا جائے گا جہاں خارجی رو مثبت اور داخلی رو منفی لکھے گئے ہیں۔

$$i_6(t) - i_3(t) - i_5(t) = 0 \qquad j_0 \text{ جوڑ} \tag{2.15}$$
$$i_2(t) + i_4(t) - i_6(t) = 0 \tag{2.16}$$
$$i_5(t) - i_1(t) - i_4(t) = 0 \tag{2.17}$$
$$i_1(t) + i_3(t) - i_2(t) = 0 \tag{2.18}$$

مساوات 2.10 تا مساوات 2.13 کو مساوات 2.9 سے حاصل کیا گیا جبکہ مساوات 2.15 تا مساوات 2.18 کو مساوات 2.14 سے حاصل کیا گیا۔ مساوات 2.10 میں داخلی رو یعنی $i_3(t)$ اور $i_5(t)$ کو مساوی نشان $(=)$ کی دوسری جانب منتقل کرنے سے مساوات 2.15 حاصل ہوتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مساوات 2.9 اور مساوات 2.14 عین برابر ہیں۔

مساوات 2.16، مساوات 2.17 اور مساوات 2.18 کو جمع کرنے کے بعد منفی ایک (-1) سے ضرب دینے سے مساوات 2.15 حاصل ہوتا ہے۔ یوں مندرجہ بالا چار **ہمزاد مساوات**[21] میں صرف تین عدد مساوات **غیر تابع**[22] مساوات ہیں۔ ان میں کسی بھی تین مساوات کے استعمال سے چوتھی مساوات حاصل کی جا سکتی ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ دو آزاد متغیرات حاصل کرنے کی خاطر دو عدد غیر تابع مساوات درکار ہوتے ہیں۔ یوں آزاد متغیرات x اور y مندرجہ ذیل ہمزاد مساوات میں سے کسی بھی دو مساوات کو بیک وقت حل کرنے سے حاصل کرنا ممکن ہے۔ ان میں کسی بھی دو عدد مساوات کو غیر تابع تصور کرتے ہوئے تیسری مساوات حاصل کی جا سکتی ہے لہٰذا تیسری تابع مساوات ہے جو کوئی نئی معلومات فراہم نہیں کرتی۔ تابع مساوات غیر ضروری مساوات ہوتی ہے جسے لکھنے کی ضرورت نہیں ہے۔

$$\begin{aligned} x + y &= 3 \\ x - y &= 1 \\ x - 3y &= -1 \end{aligned}$$

جس برقی دور میں کل J عدد جوڑ پائے جاتے ہوں، اس میں $J - 1$ غیر تابع مساوات حاصل ہوتے ہیں لہٰذا کسی بھی ایک جوڑ کے بغیر بقایا تمام پر جوڑ پر مساوات کئے جاتے ہیں۔

کرخوف قانونِ رو کے استعمال میں اصل رو کی سمت کو نہیں دیکھا جاتا بلکہ صرف متغیرات $i_1(t)$ ، $i_2(2)$ ، $i_3(t)$ ، $\cdots$ کی سمت کو دیکھتے ہوئے مساوات لکھی جاتی ہے۔ یوں شکل 2.8-ب میں جوڑ j_2 پر $i_1(t)$ کو داخلی تصور کیا جائے گا اگرچہ $i_1(t) = -3\,\mathrm{A}$ کی صورت میں رو حقیقت میں دکھائی گئی سمت کے الٹ ہو گی۔

کرخوف قانونِ رو عمومی مساوات ہے جسے ہم روزمرہ زندگی میں برقی رو کی بجائے مختلف چیزوں پر لاگو کرتے ہیں۔ شکل 2.9-الف میں ایک گڈریا پورے دن بکریاں چرانے کے بعد انہیں شام کو پہاڑی سے نیچے ایک پگڈنڈی پر اتار رہا ہے۔ گڈریا اپنی بکریوں کو خیر خیریت سے دکھائی گئے راستے سے نیچے اتار

---

[20] Kirchoff's Current Law, KCL
[21] simultaneous equations
[22] independent equations

(ب) (الف)

شکل 2.9: کرخوف قانونِ رو کو بکریوں پر بھی لاگو کیا جا سکتا ہے۔

پاتا ہے۔نقطہ j سے نیچے دو پگڈنڈیاں ہیں۔اگر بالائی پگڈنڈی پر b_1 بکریاں اترتے گنی جائیں تو آپ یقین کر سکتے ہیں کہ نچلی دو پگڈنڈیوں پر کل اتنی ہی بکریاں اترے گی یعنی $b_1 = b_2 + b_3$ ہو گا۔تار میں کسی بھی مقام سے فی سیکنڈ گزرتی برقی بار کو برقی رو کہتے ہیں۔یوں برقی رو کی بات کرتے ہوئے ہم حقیقت میں برقی بار کی بات کرتے ہیں۔تار میں برقی بار کا وجود الیکٹران پر ہے جس کی تعداد نا تو کم ہوتی ہے اور نا ہی بڑھتی ہے۔اسی لئے بالکل پگڈنڈی پر چلتی بکریوں کی طرح تار میں چلتے الیکٹران کی تعداد بھی برقرار رہتی ہے اور کسی جوڑ پر آمدی الیکٹران کی تعداد اس جوڑ سے خارج ہوتے الیکٹران کے برابر ہو گی۔طبیعیات کے اصولوں کے تحت کسی بھی جوڑ پر برقی بار کا انبار نہیں جمع ہوتا۔[23]

کرخوف قانونِ رو کسی بھی بند سطح کے لئے درست ہے۔شکل 2.9-ب میں ہلکی سیاہی میں بند سطح میں داخل بکریوں کی تعداد سطح سے خارج بکریوں کے برابر ہو گی۔اس شکل میں بند سطح کو جوڑ j تصور کیا جا سکتا ہے۔

مثال 2.7: شکل 2.10-الف میں نا معلوم رو دریافت کریں۔

حل:جوڑ j_2 پر داخلی رو $2\,\mathrm{mA} + 5\,\mathrm{mA}$ ہے جو خارجی رو i_4 کے برابر ہو گی یعنی

$$i_4 = 5\,\mathrm{mA} + 2\,\mathrm{mA} = 7\,\mathrm{mA}$$

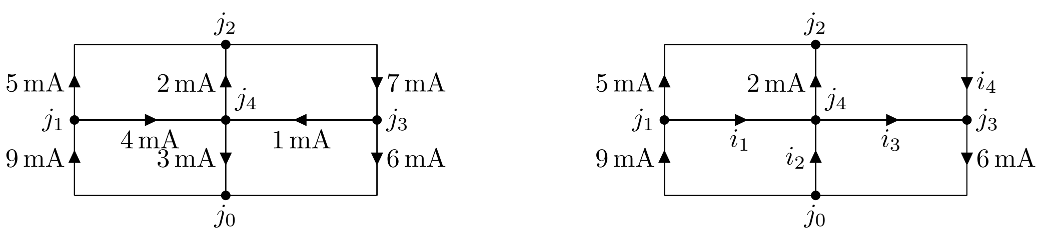
جوڑ j_3 پر داخلی رو کا مجموعہ $i_4 + i_3$ ہے جو خارجی $6\,\mathrm{mA}$ کے برابر ہو گا۔یوں درج بالا حاصل کردہ i_4 کی قیمت پُر کرتے ہوئے

$$7\,\mathrm{mA} + i_3 = 6\,\mathrm{mA}$$

سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$i_3 = -1\,\mathrm{mA}$$

[23] میں امید کرتا ہوں کہ میری شاگردہ فرحانہ مشتاق کی طرح آپ کو بھی گڈریا کی مثال سے کرخوف قانونِ رو کی سمجھ آ گئی ہو گی۔



(ب) (الف)

شکل 2.10: کرخوف قانون رو کی مثال۔

جو منفی قیمت ہے۔ منفی i_3 کا مطلب ہے کہ حقیقت میں رو دکھائی گئی سمت کے الٹ ہے۔ شکل 2.10-ب میں حقیقی سمت دکھائی گئی ہے۔ یوں حقیقت میں جوڑ j_3 سے جوڑ j_4 کی جانب $1\,\mathrm{mA}$ رو پائی جاتی ہے۔ جوڑ j_0 پر داخلی رو $6\,\mathrm{mA}$ ہے جبکہ خارجی رو کا مجموعہ $i_2 + 9\,\mathrm{mA}$ ہے لہٰذا

$$9\,\mathrm{mA} + i_2 = 6\,\mathrm{mA}$$

ہو گا جس سے

$$i_2 = -3\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں حقیقت میں جوڑ j_4 سے جوڑ j_0 کی جانب $3\,\mathrm{mA}$ رو پائی جائے گی۔ جوڑ j_1 پر داخلی رو $9\,\mathrm{mA}$ ہے جبکہ خارجی رو کا مجموعہ $i_1 + 5\,\mathrm{mA}$ ہے۔ یوں

$$9\,\mathrm{mA} = i_1 + 5\,\mathrm{mA}$$

لکھ کر

$$i_1 = 4\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-الف میں جوڑ j_4 پر

$$i_1 + i_2 = i_3 + 2\,\mathrm{mA}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ ہم $i_3 = -1\,\mathrm{mA}$ اور $i_2 = -3\,\mathrm{mA}$ پہلے حاصل کر چکے ہیں۔ یہ قیمتیں پُر کرتے ہوئے

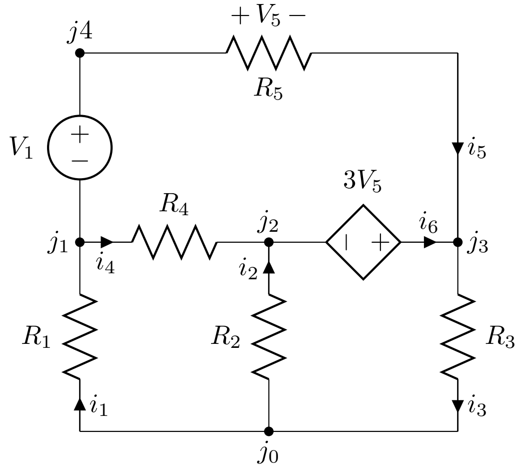
$$\begin{aligned}
i_1 &= i_3 + 2\,\mathrm{mA} - i_2 \\
&= -1\,\mathrm{mA} + 2\,\mathrm{mA} - (-3\,\mathrm{mA}) \\
&= 4\,\mathrm{mA}
\end{aligned}$$

ہی حاصل ہوتا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کرخوف قانونِ رو لکھتے ہوئے i_1 ، i_2 ، i_3 ، $\ldots$ کے دکھائے گئے سمتوں سے ہی انہیں داخلی یا خارجی رو گنا جاتا ہے۔

مثال 2.8: شکل 2.11 میں تمام جوڑ پر کرخوف قانونِ رو کی مساوات لکھیں۔

حل: جوڑ j_0 تا جوڑ j_4 بالترتیب مساوات لکھتے ہیں۔ خارجی رو کو مثبت تصور کیا گیا ہے۔

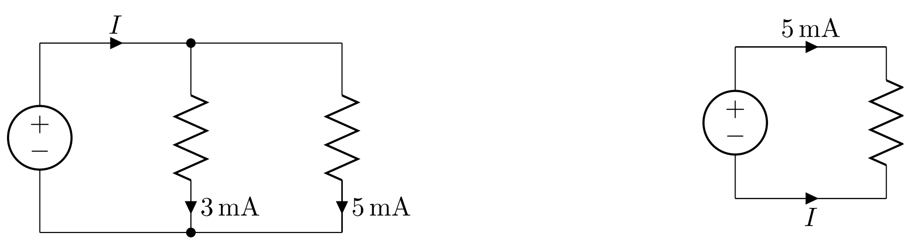
$$\begin{aligned}
i_1 + i_2 - i_3 &= 0 \\
i_4 + i_5 - i_1 &= 0 \\
i_6 - i_2 - i_4 &= 0 \\
i_3 - i_5 - i_6 &= 0 \\
i_5 &= i_5
\end{aligned}$$



شکل 2.11: کرخوف قانون رو کی دوسری مثال۔

مشق 2.4: شکل 2.12 میں I دریافت کریں۔

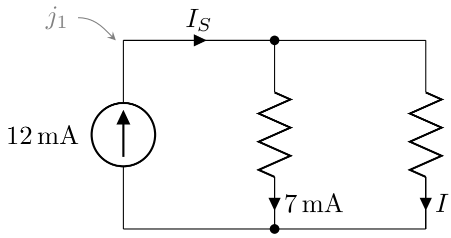
جواب: (الف): $I=-5\,\mathrm{mA}$، (ب): $I=8\,\mathrm{mA}$



(ب) (الف)

شکل 2.12: کرخوف قانونِ رو کا پہلا مشق۔

مشق 2.5: شکل 2.13 میں I_S اور I حاصل کریں۔



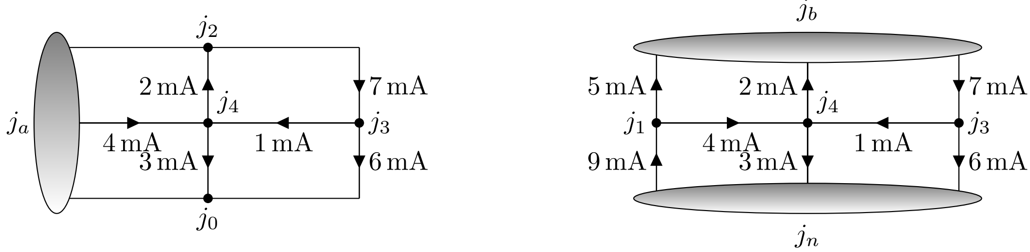
شکل 2.13: مشق 2.5 کی شکل۔

جوابات: $I_S = 12\,\text{mA}$ ، $I = 5\,\text{mA}$ ؛ برقی رو I_S حاصل کرنے کی خاطر نقطہ j_1 کو جوڑ تصور کریں۔

مثال 2.9: شکل 2.10-ب میں کسی بھی جگہ بند سطح کھینچ کر دیکھا جا سکتا ہے کہ کرخوف قانونِ رو بند سطح پر لاگو ہوتا ہے۔ شکل 2.14-الف میں ایسا ہی کیا گیا ہے۔ بالائی اور نچلی سطح کے داخلی اور خارجی رو دریافت کریں۔

حل: بالائی سطح کو جوڑ تصور کیا جا سکتا ہے۔ شکل میں اس جوڑ کو j_b کہا گیا ہے۔ بالائی سطح پر مجموعی داخلی رو $5\,\text{mA} + 2\,\text{mA}$ ہے۔ اس سے $7\,\text{mA}$ رو خارج ہوتی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ داخلی اور خارجی رو برابر ہیں۔

نچلی سطح پر داخلی رو $3\,\text{mA} + 6\,\text{mA}$ ہے اور خارجی رو $9\,\text{mA}$ ہے۔ اس سطح پر بھی داخلی اور خارجی رو برابر ہیں۔ نچلی سطح کو جوڑ j_n کہا گیا ہے۔



(ب) (الف)

شکل 2.14: کرخوف قانونِ رو ہر بند سطح پر لاگو ہوتا ہے۔

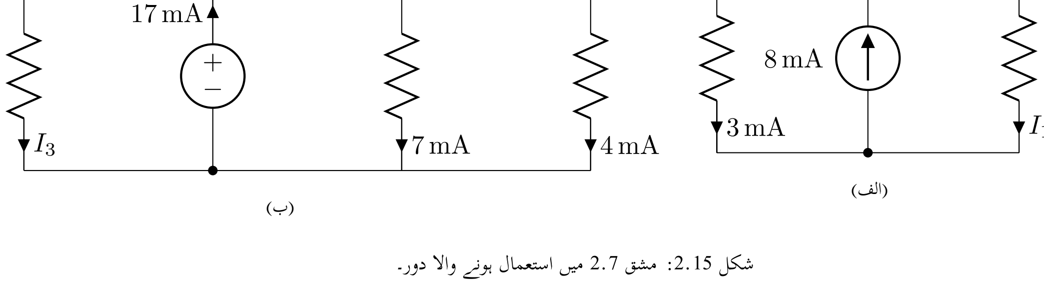
آپ شکل 2.10-ب پر کسی بھی جگہ پر بند سطح کھینچ کر دیکھ سکتے ہیں کہ اس سطح پر داخلی رو عین سطح سے خارجی رو کے برابر ہو گی۔

مشق 2.6: شکل 2.14-ب میں بند سطح کی داخلی اور خارجی رو حاصل کریں۔

جوابات: داخلی رو $9\,\mathrm{mA}$ ہے اور خارجی رو بھی $9\,\mathrm{mA}$ ہے۔

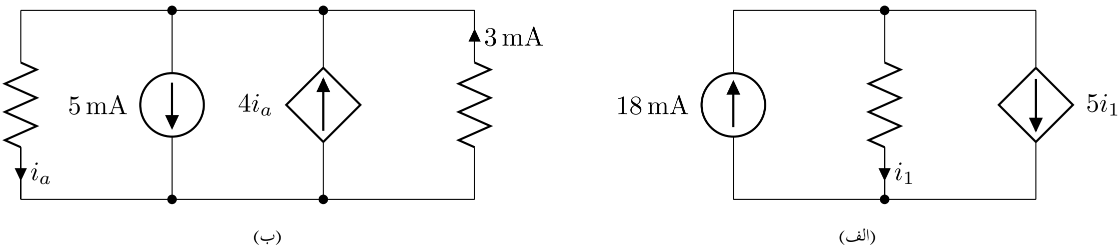
مشق 2.7: شکل 2.15 میں نامعلوم رو دریافت کریں۔

جواب: $I_1 = 5\,\mathrm{mA}$ ، $I_2 = 11\,\mathrm{mA}$ اور $I_3 = 6\,\mathrm{mA}$



شکل 2.15: مشق 2.7 میں استعمال ہونے والا دور۔

مشق 2.8: شکل 2.16-الف میں i_1 اور شکل-ب میں i_a دریافت کریں۔



شکل 2.16: مشق 2.8 میں استعمال ہونے والا دور۔

جوابات: $i_1 = 3\,\mathrm{mA}$ ، $i_a = \frac{2}{3}\,\mathrm{mA}$

کرخوف کا دوسرا قانون، کرخوف قانون برائے برقی دباو ہے۔اس قانون کو عموماً کرخوف قانون دباو[24] کہا جاتا ہے۔

کرخوف قانونِ دباو کہتا ہے کہ کسی بھی بند راہ پر بڑھتے برقی دباو کا مجموعہ، گھٹتے برقی دباو کے مجموعے کے عین برابر ہو گا۔

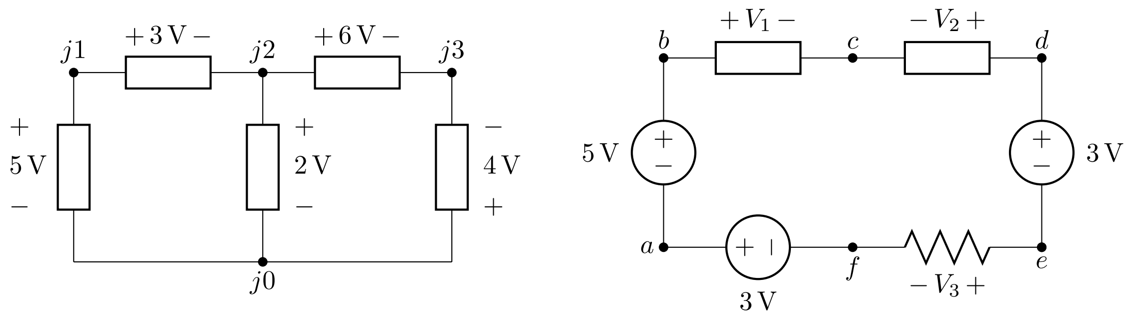
شکل 2.17-الف میں جوڑ $j0$ سے برقی دور میں گھڑی کے سمت گھومتے ہوئے بڑھتے دباو کا مجموعہ

$$\text{بڑھتا دباو} = 5 + V_2 + 3$$

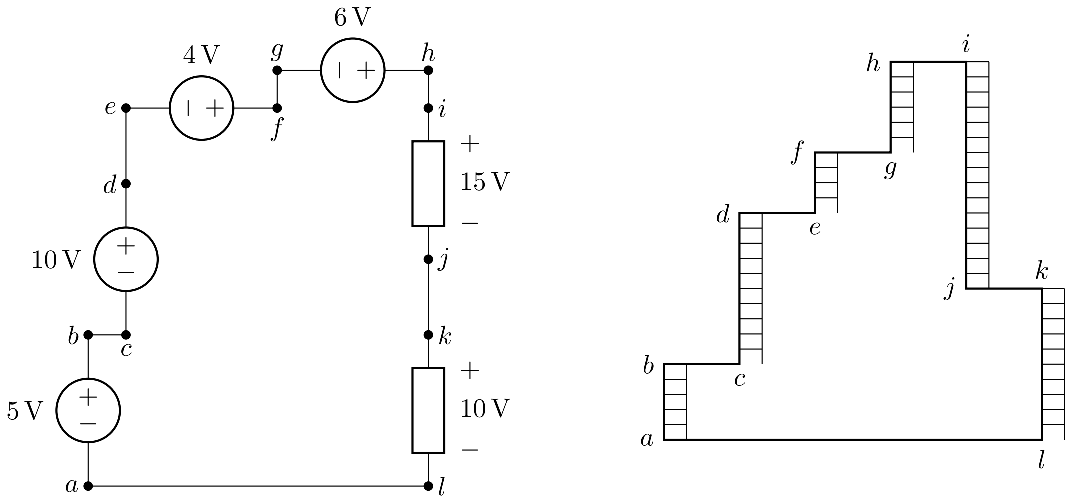
حاصل ہوتا ہے جبکہ گھٹتے دباو کا مجموعہ

$$\text{گھٹتا دباو} = V_1 + 3 + V_3$$

[24] Kirchoff's voltage law, KVL



شکل 2.17: کرخوف قانونِ دباو۔



(ب)

(الف)

شکل 2.18: کرخوف قانون دباو اور بلندی۔

حاصل ہوتا ہے۔کرخوف قانون دباو کے تحت یہ قیمتیں برابر ہیں یعنی

$$5 + V_2 + 3 = V_1 + 3 + V_3$$

ہو گا۔اس مساوات کو یوں

$$5 + V_2 + 3 - V_1 - 3 - V_3 = 0 \tag{2.19}$$

بھی لکھا جا سکتا ہے۔یوں کرخوف قانون دباو کو

$$\sum_{b=1}^{B} V_b = \sum_{g=1}^{G} V_g \qquad \text{کرخوف قانونِ دباو} \tag{2.20}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں بند دائرے میں بڑھتے دباو کی تعداد B اور گھٹتے دباو کی تعداد G ہے۔

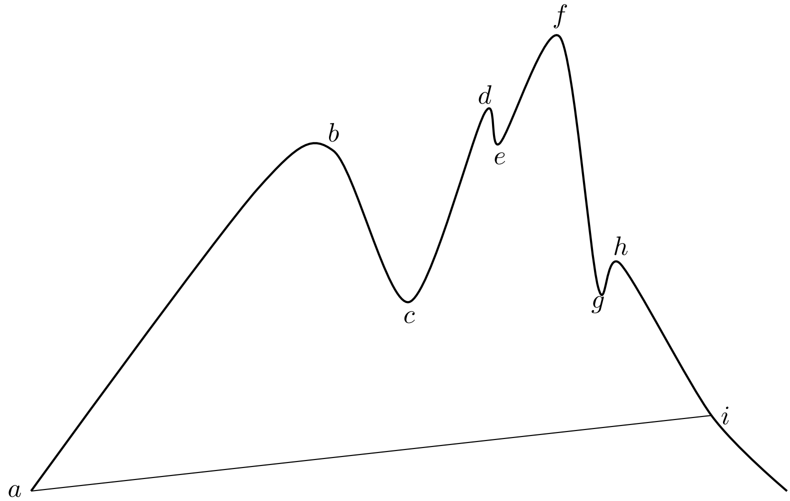
شکل 2.17-الف میں بڑھتے دباو کو مثبت اور گھٹتے دباو کو منفی لکھتے ہوئے مجموعہ حاصل کرنے سے عین مساوات 2.19 حاصل ہوتا ہے لہٰذا کرخوف قانون دباو کو درج ذیل مساوات کی صورت میں بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\sum_{s=1}^{S} V_s = 0 \qquad \text{کرخوف قانونِ دباو} \tag{2.21}$$

اس مساوات میں اگر بڑھتے دباو کو مثبت لکھا جائے تب گھٹتے دباو کو منفی لکھا جائے گا اور اگر گھٹتے دباو کو مثبت لکھا جائے تب بڑھتے دباو کو منفی لکھا جائے گا۔

شکل 2.9 میں کرخوف قانونِ رو کو پہاڑی سے اترتی بکریوں کی مدد سے سمجھایا گیا۔آئیں کرخوف قانون دباو کو شکل 2.18 کی مدد سے سمجھیں۔

شکل 2.18-الف میں ایک عمارت کا بیرونی خاکہ دکھایا گیا ہے۔عمارت کے بائیں طرف سیڑھی کو استعمال کرتے ہوئے پہلی منزل b تک پہنچنا ممکن ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ a سے پانچ سیڑھی بلندی پر b واقع ہے۔یوں a سے b تک پہنچنے پر آپ پانچ سیڑھی بلندی اختیار کریں گے۔اس حقیقت کو ریاضیاتی طور پر $B_{ba} = 5$ لکھا جاتا ہے۔پہلی منزل کی چھت b تا c ہے یوں b سے c تک چلنے میں آپ کی بلندی جوں کی توں

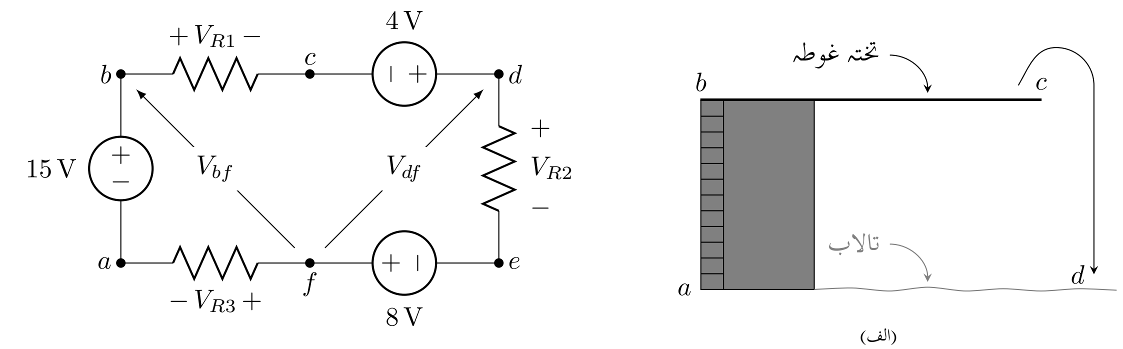


شکل 2.19: کرخوف قانونِ دباو اور پہاڑی پر چرتی بکریاں۔

رہے گی۔اسی طرح d تک پہنچنے کی خاطر مزید دس سیڑھیاں چڑھنی ہو گی یعنی $B_{dc} = 10$ ۔یوں a سے d کی اونچائی پندرہ سیڑھی ہے۔ان حقائق کو ریاضیاتی طور پر $B_{da} = B_{ba} + B_{dc}$ لکھا جائے گا۔اسی طرح a سے h تک $B_{ha} = B_{ba} + B_{dc} + B_{fe} + B_{hg}$ ہو گا۔اب i سے j پہنچنے کے لئے پندرہ سیڑھی اترنا ہو گا یعنی $B_{ja} = B_{ba} + B_{dc} + B_{fe} + B_{hg} - B_{ij}$ جس میں قیمتیں پر کرتے ہوئے $B_{ja} = 5 + 10 + 4 + 6 - 15 = 10$ حاصل ہوتا ہے۔اب j تک پہنچنے کے لئے ضروری نہیں کہ عمارت کے بائیں جانب سے ہی ہم سیڑھیاں چڑھنے شروع ہو جائیں۔ہم عمارت کے دائیں جانب سیڑھی استعمال کرتے ہوئے a سے k چڑھ سکتے ہیں جہاں سے $B_{ka} = 10$ حاصل ہوتا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ a سے j کی اونچائی کا انحصار اس پر بالکل نہیں کہ ہم کس راستے پر چلتے ہوئے اس بلندی کو ناپیں۔اگر عمارت کے بائیں جانب نقطہ a سے شروع ہو کر تمام سیڑھیاں استعمال کرتے ہوئے واپس نقطہ a پہنچا جائے تو ہم کل پچیس سیڑھیاں بلندی تک پہنچنے کے بعد اتنا ہی واپس اتر چکے ہوں گے۔اس حقیقت کو $B_{ba} + B_{dc} + B_{fe} + B_{hg} - B_{ij} - B_{kl} = 0$ لکھا جا سکتا ہے جس کے تحت کسی بھی بند راہ پر چلنے سے جتنا اوپر چلا جائے اتنا ہی نیچے چلنا ہو گا۔یہی کچھ شکل 2.19 سے بھی دیکھا جا سکتا ہے جہاں فرحانہ پورا دن بکریاں چرانے کے بعد واپس ابتدائی نقطہ a پہنچتی ہے۔اگر پورے راستے پر ہر قدم اونچائی ناپی جائے تو جواب صفر ہی حاصل ہو گا۔

شکل 2.18-الف کا مساوی برقی دور شکل 2.18-ب میں دکھایا گیا ہے۔شکل 2.18-الف میں b تا c بلندی برقرار رہتی ہے۔شکل 2.18-ب میں b تا c برقی دباو برقرار رہتا ہے۔اسی طرح شکل-الف میں d تا e بلندی برقرار رہتی ہے۔شکل 2.18-ب میں d تا e برقی دباو برقرار رہتا ہے۔شکل-الف میں برقرار بلندی کو افقی دکھایا جاتا ہے جبکہ بلندی میں تبدیلی کو عمودی دکھایا جاتا ہے۔شکل-ب میں برقرار برقی دباو کو تار ظاہر کرتی ہے اور ایسی تار کو جوڑ[25] کہا جاتا ہے۔شکل-ب میں $V_{ba} = 5\,\mathrm{V}$ لکھا جا سکتا ہے۔اسی طرح $V_{dc} = 10\,\mathrm{V}$ اور $V_{da} = V_{ba} + V_{dc}$ لکھا جائے گا۔اسی طرح $V_{ja} = V_{ba} + V_{dc} + V_{fe} + V_{hg} - V_{ij}$ سے $V_{ja} = 10\,\mathrm{V}$ حاصل ہوتا ہے۔شکل-ب میں a سے شروع ہو کر گھڑی کی سمت میں پورا چکر کاٹتے ہوئے $V_{ba} + V_{dc} + V_{fe} + V_{hg} - V_{ij} - V_{kl} = 0$ لکھا جا سکتا ہے جہاں بڑھتے دباو کو مثبت لکھا گیا ہے۔اسی طرح j سے شروع ہو کر گھڑی کے الٹ چلتے ہوئے $V_{ij} - V_{hg} - V_{fe} - V_{dc} - V_{ba} + V_{kl} = 0$ لکھا جا سکتا ہے۔اگر ہم گھٹتے دباو کو مثبت لکھیں تب j سے شروع ہو کر گھڑی کے الٹ چلتے ہوئے $-V_{ij} + V_{hg} + V_{fe} + V_{dc} + V_{ba} - V_{kl} = 0$ لکھا جائے گا۔عام زندگی میں برقرار بلندی افقی سطح کو ظاہر کرتی ہے لہٰذا شکل 2.18-الف میں افقی لکیر برقرار بلندی کو ظاہر کرتی ہے۔برقی دور میں برقرار دباو کو افقی لکیر سے ظاہر کرنے کی کوئی روایت نہیں۔یوں شکل 2.18-ب میں افقی لکیر $b - c$ اور عمودی لکیر $d - e$ برقرار دباو کو ظاہر کرتے ہیں۔برقی دور میں موصل تار پر دباو تبدیل نہیں ہوتی لہٰذا تار ہی برقرار دباو کو ظاہر کرتی ہے۔

[25]node



(ب)

(الف)

شکل 2.20: کرخوف قانون دباو کے استعمال میں بند دائرہ فرضی ہو سکتا ہے۔

کرخوف قانون دباو کے استعمال بند دائرے پر ہوتا ہے۔ایسا بند دائرہ فرضی بھی ہو سکتا ہے۔آئیں ایسی ایک مثال دیکھیں۔شہروں میں پانی کے تالاب پر عموماً غوطہ لگانے کی خاطر اونچائی پر تختہ نسب ہوتا ہے جہاں سے غوطہ خور قلابازیاں کھاتا ہوا پانی تک پہنچتا ہے۔ شکل 2.20-الف میں ایسا ہی **تختہ غوطہ**[26] دکھایا گیا ہے جس تک بائیں جانب نسب سیڑھی کے ذریعہ پہنچا جا سکتا ہے۔اس سیڑھی کو استعمال کرتے ہوئے غوطہ خور a سے b تک چڑھتا ہے۔یہاں سے وہ دوڑ لگاتا ہوا c پہنچ کر ہوا میں قلابازیاں کھاتا ہوا نیچے تالاب میں ڈبکی لگاتا ہے۔ شکل میں تیر کی لکیر غوطہ خور کے گرنے کو دکھاتی ہے۔اب a سے b اور یہاں سے c تک حقیقی راہ پائی جاتی ہے جس پر غوطہ خور چلتا ہے لیکن c سے d تک کوئی سیڑھی نہیں ہے۔یہ بس خلاء میں فرضی راہ ہے جس پر غوطہ خور نیچے اترتا ہے جس کے بعد وہ واپس a تک لوٹتے ہوئے بند دائرے پر چال قدمی پوری کرتا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بارہ سیڑھیاں چڑنے کے بعد غوطہ خور بارہ[27] سیڑھی ہی نیچے گرتا ہے۔

آئیں اب یہی کچھ برقی دور میں بھی دیکھیں۔ایسا شکل 2.20-ب کی مدد سے دیکھتے ہیں۔گھٹتے دباو کو مثبت لکھتے ہوئے، a سے گھڑی کی سمت چل کر ایک چکر کے بعد $-15+V_{R1}-4+V_{R2}-8+V_{R3}=0$ لکھا جا سکتا ہے جس سے

$$V_{R1}+V_{R2}+V_{R3}=15+4+8$$

حاصل ہوتا ہے۔ایسا حقیقی راہ پر کیا گیا۔آئیں اب f سے a اور یہاں سے b کے بعد فرضی راہ پر واپس f پہنچیں۔فرضی راہ کو نوک دار لکیر سے دکھایا گیا ہے جہاں تیر کا نشان مثبت سرے کو ظاہر کرتی ہے۔یوں

$$V_{R3}-15+V_{bf}=0$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں گھٹتے دباو کو مثبت لکھا گیا ہے۔اس سے

$$V_{bf}=15-V_{R3}$$

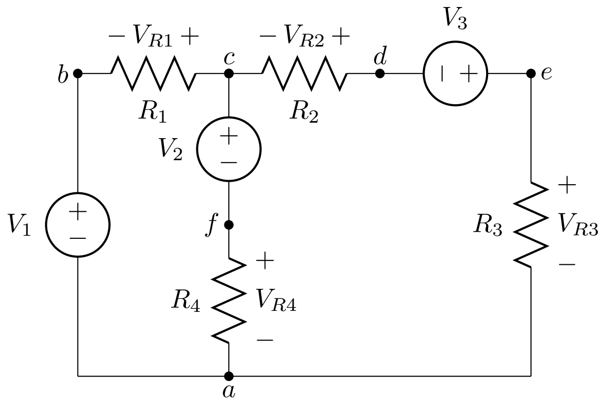
حاصل ہوتا ہے۔یوں اگر $V_{R3}=7\,\mathrm{V}$ ہو تب $V_{bf}=8\,\mathrm{V}$ ہو گا۔ یہاں بتلاتا چلوں کہ اس کتاب میں گھٹتے دباو کو ہی مثبت لکھا جائے گا۔ایسا لکھنے میں آپ کو شروع میں کچھ دقت ہو سکتی ہے۔اسی طرح دیگر فرضی بند دائروں پر مندرجہ ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$\begin{aligned}V_{R3}-15+V_{R1}-4+V_{df}&=0\\8-V_{R2}+V_{df}&=0\\-V_{bf}+V_{R1}-4+V_{df}&=0\end{aligned}$$

جہاں پہلی اور دوسری مساوات میں گھڑی کی سمت جبکہ دوسری مساوات میں گھڑی کی الٹ سمت چلا گیا ہے۔یوں اگر $V_{R1}=9\,\mathrm{V}$ ، $V_{R2}=11\,\mathrm{V}$ اور $V_{R3}=7\,\mathrm{V}$ ہوں تب $V_{df}=3\,\mathrm{V}$ اور $V_{bf}=8\,\mathrm{V}$ ہوں گے۔

[26] diving board

[27] جی مجھے معلوم ہے کہ غوطہ خور اوپر چھلانگ لگا کر بارہ سیڑھی سے زیادہ بلندی سے گرتا ہے۔مجھے امید ہے کہ آپ تمام گفتگو کی اصل مقصد سمجھ گئے ہوں گے۔



شکل 2.21: تابع اور غیر تابع مساوات۔

شکل 2.21 میں کرخوف قانون دباو استعمال کرتے ہوئے کل تین عدد مساوات لکھنا ممکن ہے۔ یہ مساوات بائیں بند دائرہ $abcfa$، دائیں بند دائرہ $afcdea$ اور بیرونی بند دائرہ $abcdea$ پر لکھے جائیں گے جنہیں یہاں پیش کرتے ہیں۔

$$-V_1 - V_{R1} + V_2 + V_{R4} = 0 \tag{2.22}$$
$$-V_{R4} - V_2 - V_{R2} - V_3 + V_{R3} = 0 \tag{2.23}$$
$$-V_1 - V_{R1} - V_{R2} - V_3 + V_{R3} = 0 \tag{2.24}$$

مساوات 2.22 اور مساوات 2.23 کو آپس میں جمع کرنے سے مساوات 2.24 حاصل ہوتا ہے۔اسی طرح مساوات 2.23 سے مساوات 2.24 منفی کرنے سے مساوات 2.22 حاصل ہوتا ہے۔یوں ان میں سے کسی بھی دو مساوات سے تیسری مساوات حاصل کی جا سکتی ہے۔ایسی صورت میں دو عدد مساوات کو غیر تابع مساوات کہتے ہیں جبکہ ان سے حاصل تیسری مساوات **تابع مساوات**[28] کہلاتی ہے۔آپ جانتے ہیں کہ دو آزاد متغیرات حاصل کرنے کی خاطر دو عدد غیر تابع مساوات درکار ہوتے ہیں۔یوں آزاد متغیرات x اور y مندرجہ ذیل ہمزاد مساوات میں سے کسی بھی دو مساوات کو بیک وقت حل کرنے سے حاصل کرنا ممکن ہے۔ان میں کسی بھی دو عدد مساوات کو غیر تابع تصور کرتے ہوئے تیسری مساوات حاصل کی جا سکتی ہے لہٰذا تیسری تابع مساوات ہے جو کوئی نئی معلومات فراہم نہیں کرتی۔تابع مساوات غیر ضروری مساوات ہوتی ہے جسے لکھنے کی ضرورت نہیں ہے۔

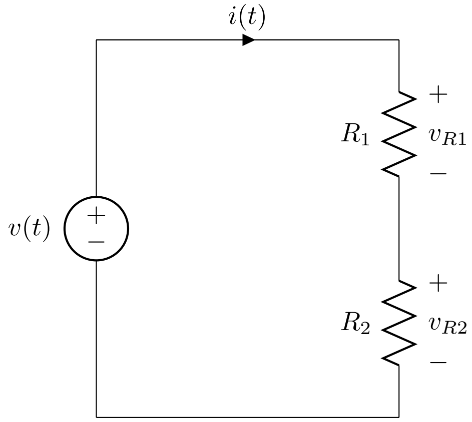
$$\begin{aligned} x + y &= 3 \\ x - y &= -1 \\ 3x + y &= 5 \end{aligned}$$

شکل 2.21 صرف دو عدد غیر تابع مساوات مہیا کرتا ہے لہٰذا اگرچہ ہم اس دور کے لئے تین مساوات لکھ سکتے ہیں لیکن ایسا کرنے کی کوئی ضرورت نہیں۔کسی بھی دور میں مساوات لکھنے سے پہلے بند دائرے چنے جاتے ہیں۔بند دائرے یوں چنیں کہ دور میں نسب تمام اجزاء کسی نہ کسی دائرے کا حصہ بنے۔یوں کم سے کم تعداد کے بند دائرے چننے سے کم سے کم مساوات حاصل ہوں گے۔کم تعداد کے مساوات حل کرنا نسبتاً زیادہ آسان ہوتا ہے۔

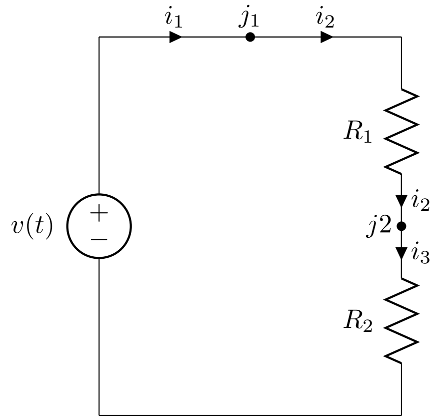
2.3 سلسلہ وار جڑے پرزوں میں رو

کرخوف کے قوانین جاننے کے بعد آئیں انہیں چند سادہ ادوار پر لاگو کرتے ہوئے کچھ کارآمد نتائج حاصل کریں۔شکل 2.22-الف میں منبع دباو $v(t)$ کے ساتھ دو عدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔منبع اور R_1 آپس میں جوڑ j_1 پر ملتے ہیں۔منبع کی رو i_1 اور مزاحمت میں داخل ہوتی رو کو i_2 تصور کرتے ہوئے جوڑ j_1 پر کرخوف قانون رو لاگو کرتے ہوئے $i_1 = i_2$ لکھا جا سکتا ہے۔یوں منبع اور مزاحمت R_1 میں بالکل برابر رو پائی جاتی ہے۔یہی

[28] dependent equation



(ب)



(الف)

شکل 2.22: سلسلہ وار جڑے مزاحمت میں دباو کی تقسیم۔

ترکیب مزاحمت R_1 اور مزاحمت R_2 کے جوڑ j_2 پر لاگو کرتے ہوئے $i_2 = i_3$ لکھا جا سکتا ہے۔یوں اگر $i_1 = 3\,\text{mA}$ ہوتی تب i_2 اور i_3 بھی $3\,\text{mA}$ ہوتے اور یہ برقی رو دور میں گھڑی کی سمت گھومتی۔اس حقیقت کو یوں بہتر بیان کیا جا سکتا ہے کہ سلسلہ وار جڑے پرزوں میں یکساں برقی رو پائی جاتی ہے۔

2.4 تقسیمِ دباو

گزشتہ حصے میں ہم نے دیکھا کہ سلسلہ وار دور میں ہر مقام پر یکساں رو پائی جاتی ہے۔اسی سلسلہ وار دور کو شکل 2.22-ب میں دوبارہ پیش کیا گیا ہے جہاں دور کی رو کو $i(t)$ لکھا گیا ہے۔ شکل-ب کے لئے کرخوف قانون دباو سے

$$v(t) = v_{R1} + v_{R2} \tag{2.25}$$

لکھا جا سکتا ہے۔کسی بھی مزاحمت میں گزرتی رو اور مزاحمت کے سروں کے مابین دباو کا تعلق قانون اوہم دیتا ہے۔یوں مزاحمت R_1 اور R_2 پر درج ذیل دباو ہو گا۔

$$\begin{aligned} v_{R1} &= i(t)R_1 \\ v_{R2} &= i(t)R_2 \end{aligned} \tag{2.26}$$

مساوات 2.26 کو مساوات 2.25 میں پر کرتے ہوئے

$$v(t) = i(t)R_1 + i(t)R_2 \tag{2.27}$$

رو کے لئے حل کرتے ہیں۔

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_1 + R_2} \tag{2.28}$$

مساوات 2.26 اور مساوات 2.28 کی مدد سے مزاحمت R_1 اور R_2 کی دباو حاصل کی جا سکتی ہے۔مزاحمت R_1 کا دباو

$$\begin{aligned} v_{R1} &= i(t)R_1 \\ &= \left[\frac{v(t)}{R_1 + R_2}\right] R_1 \end{aligned}$$

یا

$$v_{R1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v(t) \tag{2.29}$$

حاصل ہوتا ہے۔اسی طرح مزاحمت R_2 کا دباو درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v(t) \tag{2.30}$$

مساوات 2.29 اور مساوات مساوات 2.30 **تقسیم دباو** کے مساوات ہیں۔آئیں ان کی افادیت ایک مثال کی مدد سے سمجھیں۔

مثال 2.10: شکل 2.22 میں $v(t) = 15\,\mathrm{V}$ ہے جبکہ مزاحمت $R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}$ اور $R_2 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ ہیں۔دونوں مزاحمت کے دباو حاصل کریں۔منبع اور مزاحمتوں کی طاقت دریافت کریں۔

مساوات 2.29 سے

$$v_{R1} = \frac{15 \times 1000}{1000 + 2000} = 5\,\mathrm{V}$$

اور مساوات 2.30 سے

$$v_{R2} = \frac{15 \times 2000}{1000 + 2000} = 10\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔یہی جوابات یوں بھی حاصل کئے جا سکتے ہیں کہ پہلے مساوات 2.28 سے رو

$$i(t) = \frac{15}{1000 + 2000} = 5\,\mathrm{mA}$$

حاصل کریں اور پھر قانون اوہم سے

$$\begin{aligned} v_{R1} &= i(t)R_1 = 5 \times 10^{-3} \times 1000 = 5\,\mathrm{V} \\ v_{R2} &= i(t)R_2 = 5 \times 10^{-3} \times 2000 = 10\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

لکھیں۔منبع کی طاقت

$$p_{\text{منبع}} = 15 \times (-5 \times 10^{-3}) = -75\,\mathrm{mW}$$

جبکہ R_1 کی طاقت

$$p_{R1} = 5 \times 5 \times 10^{-3} = 25\,\mathrm{mW}$$

اور R_2 کی طاقت

$$p_{R2} = 10 \times 5 \times 10^{-3} = 50\,\mathrm{mW}$$

حاصل ہوتی ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ طاقت کی پیداوار اور ضیاع برابر ہیں۔

مزاحمت کی طاقت مساوات 2.4 میں دئے دیگر کلیات سے بھی حاصل کر کے دیکھتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
p_{R1} &= i^2(t)R_1 = (5\times10^{-3})^2\times1000 = 25\,\mathrm{mW}\\
p_{R1} &= \frac{v_{R1}^2}{R_1} = \frac{5^2}{1000} = 25\,\mathrm{mW}\\
p_{R2} &= i^2(t)R_2 = (5\times10^{-3})^2\times2000 = 50\,\mathrm{mW}\\
p_{R2} &= \frac{v_{R2}^2}{R_2} = \frac{10^2}{2000} = 50\,\mathrm{mW}
\end{aligned}
$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سلسلہ وار مزاحمت جوڑنے سے داخلی دباو کو مختلف قیمتوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔دو سے زیادہ مزاحمت سلسلہ وار جوڑتے ہوئے داخلی دباو کو زیادہ حصوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔ تقسیم دباو کے مساوات کے تحت داخلی دباو سلسلہ وار جڑے مزاحمت پر مزاحمت کی قیمت کے نسبت سے تقسیم ہوتے ہیں۔مندرجہ بالا مثال میں آپ نے دیکھا کہ تقسیم دباو کی مساوات سے مزاحمت کا دباو حاصل کرتے ہوئے برقی رو کا حصول درکار نہیں ہوتا۔آپ نے یہ بھی دیکھ لیا ہو گا کہ زیادہ قیمت کی مزاحمت پر زیادہ دباو پیدا ہوتی ہے اور اس میں طاقت کا ضیاع بھی زیادہ ہوتا ہے۔

مشق 2.9: شکل 2.22 میں $v(t) = 10\,\mathrm{V}$ ہے جبکہ مزاحمت $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ ہے۔مزاحمت R_2 پر $6\,\mathrm{V}$ درکار ہیں۔اس مزاحمت کی قیمت حاصل کریں اور اس میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔منبع کی پیدا کردہ طاقت بھی دریافت کریں۔اگر R_2 کی قیمت $2\,\mathrm{k\Omega}$ ہوتی تب R_2 کی دباو اور طاقت کے علاوہ منبع کی پیدا کردہ طاقت کیا ہوتی۔

جواب: $R_2 = 3\,\mathrm{k\Omega}$ ، $12\,\mathrm{mW}$ ، $-20\,\mathrm{mW}$ ، $5\,\mathrm{V}$ ، $12.5\,\mathrm{mW}$ ، $-25\,\mathrm{mW}$

اس مشق سے ظاہر ہے کہ کل سلسلہ وار مزاحمت کی قیمت کم کرنے سے پیدا کردہ طاقت اور مزاحمت میں طاقت کا ضیاع بڑھتا ہے۔

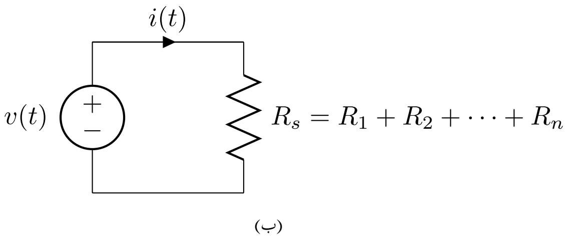
2.5 متعدد سلسلہ وار مزاحمت

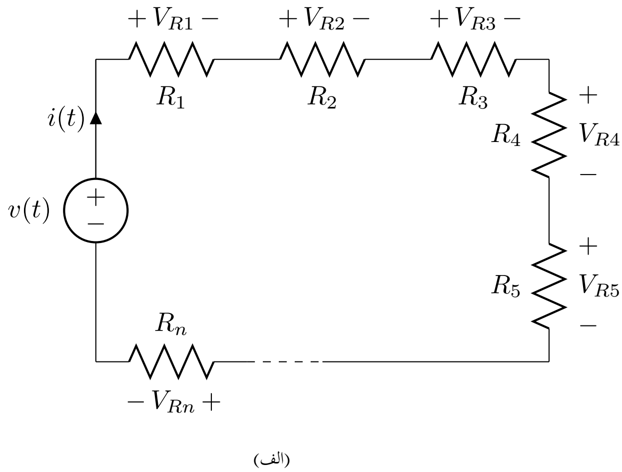
شکل 2.23-الف میں متعدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔تمام سلسلہ وار جڑے پرزوں میں یکساں رو $i(t)$ پائی جاتی ہے۔کرخوف قانون دباو سے

$$v(t) = v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} + \cdots + v_{Rn} \tag{2.31}$$

لکھتے ہیں جہاں قانون اوہم سے

$$
\begin{aligned}
v_{R1} &= i(t)R_1\\
v_{R2} &= i(t)R_2\\
&\vdots\\
v_{Rn} &= i(t)R_n
\end{aligned}
$$





شکل 2.23: متعدد سلسلہ وار مزاحمت اور تقسیم دباو۔

لکھا جا سکتا ہے۔یوں

$$v(t) = i(t)R_1 + i(t)R_2 + \cdots + i(t)R_n$$

یا

$$v(t) = i(t)\left[R_1 + R_2 + \cdots + R_n\right] \tag{2.32}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n \quad \text{متعدد سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت} \tag{2.33}$$

لکھتے ہوئے

$$v(t) = i(t)R_s \tag{2.34}$$

حاصل ہوتا ہے۔مساوات 2.32 اور مساوات 2.34 شکل 2.23-ب پر بھی پوری اترتے ہیں۔یوں شکل 2.23-الف اور شکل 2.23-ب مساوی اشکال ہیں۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ متعدد سلسلہ وار جڑے مزاحمت کی جگہ ان کا مجموعی مزاحمت نسب کیا جا سکتا ہے۔مساوات 2.33 متعدد سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت R_s دیتی ہے۔

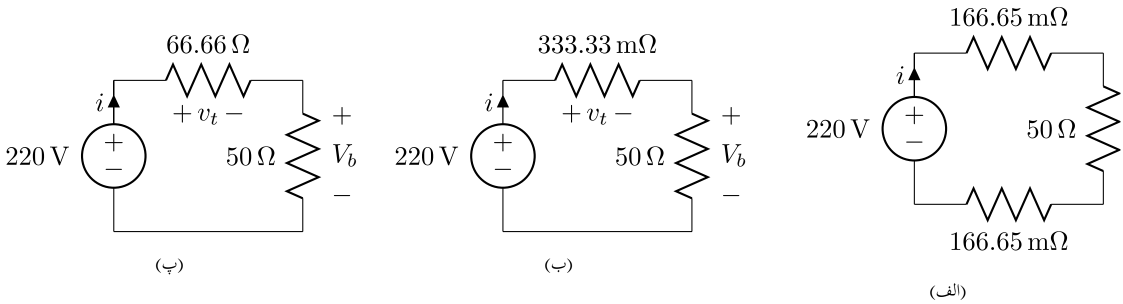
مثال 2.11: شکل 2.23-الف میں چار عدد مزاحمت نسب ہیں جن کی قیمتیں $100\,\Omega$ ، $50\,\Omega$ ، $120\,\Omega$ اور $30\,\Omega$ ہیں۔منبع دباو $9\,\mathrm{V}$ پیدا کرتا ہے۔دور میں رو دریافت کریں۔پچاس اوہم مزاحمت پر دباو بھی حاصل کریں۔

حل: مجموعی مزاحمت کی قیمت

$$R_S = 100 + 50 + 120 + 30 = 300\,\Omega$$

ہے۔یوں قانون اوہم اور شکل-ب سے

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_S} = \frac{9}{300} = 30\,\mathrm{mA}$$



شکل 2.24: برقی بوجھ کو بذریعہ تار طاقت فراہم کی جا رہی ہے۔

حاصل ہوتا ہے۔ پچاس اوہم مزاحمت پر دباو قانون اوہم سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$v_{50\,\Omega} = i(t)R = 30 \times 10^{-3} \times 50 = 1.5\,\mathrm{V}$$

مثال 2.12: ایک ملی میٹر قطر کے المونیم تار کی مزاحمت $33.33\,\Omega$ فی کلو میٹر ہے۔ اس تار کو استعمال کرتے ہوئے $220\,\mathrm{V}$ منبع دباو سے $50\,\Omega$ کے مزاحمتی بوجھ کو طاقت فراہم کی جاتی ہے۔ منبع اور بوجھ کے درمیان $5\,\mathrm{m}$ کا فاصلہ ہونے کی صورت میں مزاحمت میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔ اگر یہ فاصلہ $1\,\mathrm{km}$ ہوتا تب جواب کیا ہوتا؟

حل: منبع کے مثبت اور منفی سروں کو بوجھ کے دو سروں کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ چونکہ ایک کلو میٹر تار کی مزاحمت $33.33\,\Omega$ ہے لہٰذا پانچ میٹر تار کی مزاحمت $166.65\,\mathrm{m\Omega}$ ہو گی۔ صورت حال شکل 2.24-الف میں دکھائی گئی ہے۔ بالائی اور نچلی تار سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا ان کے مزاحمت آپس میں جمع کئے جا سکتے ہیں۔ ایسا کرتے ہوئے مسئلے کو شکل 2.24-ب کے طرز پر ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ ادوار کے اشکال بناتے ہوئے عموماً ایسا ہی کرتے ہوئے تار کی مجموعی مزاحمت کو بالائی تار پر ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ نچلی تار کی مزاحمت صفر تصور کی جاتی ہے۔ دور میں رو

$$i = \frac{220}{50 + 0.16665} = 4.3854\,\mathrm{A}$$

اور بوجھ میں طاقت کا ضیاع

$$p = i^2 R = 4.3854^2 \times 50 = 962\,\mathrm{W}$$

ہے۔ یہاں غور کریں کہ تار کی مزاحمت بوجھ کی مزاحمت سے بہت کم ہے۔ ایسی صورت میں تار کی مزاحمت کو رد کیا جا سکتا ہے اور تار کو کامل موصل تصور کیا جا سکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے تار کی مزاحمت کو $0\,\Omega$ تصور کرتے ہوئے جوابات

$$i = \frac{220}{50 + 0} = 4.4\,\mathrm{A}$$
$$p = 4.4^2 \times 50 = 968\,\mathrm{W}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ ان دو جوابات میں صرف

$$\left| \frac{962 - 968}{962} \right| \times 100 = 0.62\,\%$$

فرق پایا جاتا ہے جسے رد کیا جا سکتا ہے۔اس کے برعکس منبع اور تار کے درمیان ایک کلومیٹر فاصلے کی صورت میں صورت حال شکل-پ ظاہر کرتی ہے جہاں سے

$$
\begin{aligned}
i &= \frac{220}{50+66.66} = 1.8858\,\text{A} \\
p &= 1.8858^2 \times 50 = 179\,\text{W}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یہاں تار کی مزاحمت کو رد نہیں کیا جا سکتا اور اس کے اثرات کو مد نظر رکھنا ضروری ہے۔

2.6 سلسلہ وار متعدد منبع دباو اور مزاحمت

شکل 2.25-الف میں متعدد منبع دباو اور متعدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔ سلسلہ وار دور میں یکساں رو $i(t)$ پائی جائے گی۔ دور میں گھڑی کی سمت گھومتے اور گھٹتے دباو کو مثبت لکھتے ہوئے

$$
v_1(t) - v_2(t) + v_{R1} + v_{R2} - v_3(t) + v_{R3} + v_{R4} + \cdots + v_k(t) + v_{Rn} = 0 \tag{2.35}
$$

لکھا جا سکتا ہے۔ منبع دباو کو ایک جانب اور مزاحمتی دباو کو دوسری جانب لکھتے ہوئے اسے درج ذیل صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔

$$
-v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots - v_k(t) = v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} + v_{R4} + \cdots + v_{Rn} \tag{2.36}
$$

قانون اوہم کی مدد سے $v_{R1} = i(t)R_1$ وغیرہ لکھتے ہوئے

$$
\begin{aligned}
-v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots - v_k(t) &= i(t)R_1 + i(t)R_2 + i(t)R_3 + i(t)R_4 + \cdots + i(t)R_n \\
&= i(t)\left[R_1 + R_2 + \cdots + R_n\right]
\end{aligned} \tag{2.37}
$$

حاصل ہوتا ہے۔اس مساوات میں

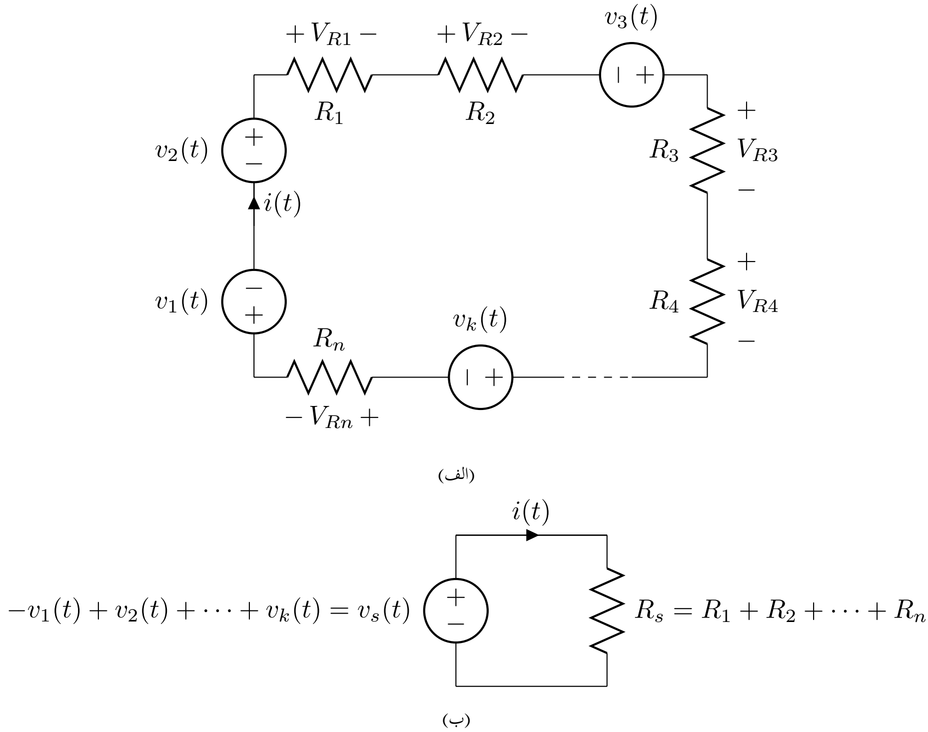
$$
-v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots - v_k(t) = v_s(t) \tag{2.38}
$$

$$
R_1 + R_2 + \cdots + R_n = R_s \tag{2.39}
$$

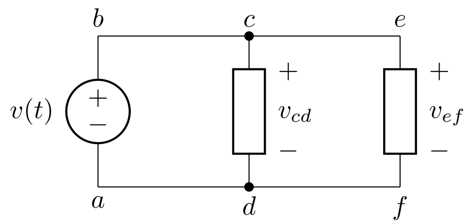
لکھنے سے

$$
v_s(t) = i(t)R_s \tag{2.40}
$$

حاصل ہوتا ہے۔اس مساوات سے حاصل دور کو شکل 2.25-ب میں دکھایا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام سلسلہ وار جڑے مزاحمت کی جگہ ان کا مجموعہ نسب کیا جا سکتا ہے اور اسی طرح تمام سلسلہ وار جڑے منبع کی جگہ ان کا مجموعہ نسب کیا جا سکتا ہے۔جیسا شکل 2.25-ب میں دکھایا گیا ہے، منبع کا مجموعہ حاصل کرتے وقت بڑھتے دباو کو مثبت اور گھٹتے دباو کو منفی لیا جاتا ہے۔یوں مساوات 2.40 میں مساوی نشان $(=)$ کے بائیں جانب بڑھتے دباو کا مجموعہ اور نشان کے دائیں جانب گھٹتے دباو کا مجموعہ ہے۔اس مساوات سے دور کی رو $i(t)$ حاصل کی جا سکتی ہے۔



شکل 2.25: متعدد منبع اور متعدد مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔



شکل 2.26: متوازی جڑے پرزوں پر یکساں دباو پایا جاتا ہے

2.7 متوازی جڑے مزاحمت پر یکساں دباو پایا جاتا ہے

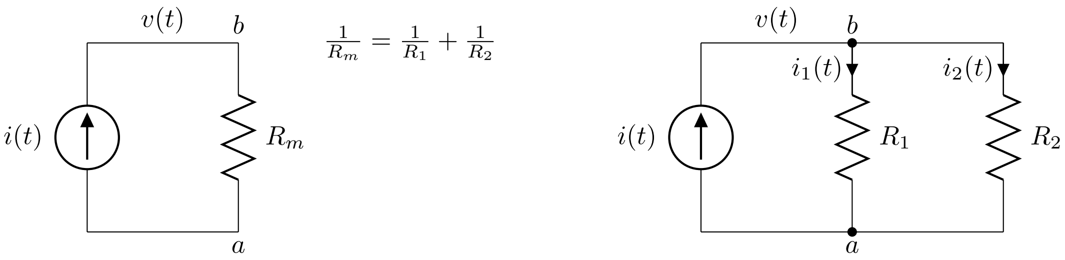
شکل 2.26-الف میں منبع دباو کے متوازی دو عدد برقی پرزے جڑے دکھائے گئے ہیں۔بند دائرہ $abcda$ پر کرخوف قانون دباو سے

$$v(t)=v_{cd} \tag{2.41}$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ بند دائرہ $abefa$ پر کرخوف قانون دباو سے

$$v(t)=v_{ef} \tag{2.42}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں دونوں برقی پرزوں پر $v(t)$ دباو پایا جاتا ہے۔اس مثال میں مزید پرزے متوازی جوڑتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تمام متوازی جڑے پرزوں پر یکساں دباو پایا جاتا ہے۔



(ب) (الف)

شکل 2.27: متوازی جڑے مزاحمت کا مساوی مزاحمت۔

2.8 تقسیم رو

شکل 2.27-الف میں منبع رو $i(t)$ کے متوازی دو عدد مزاحمت جڑے ہیں۔ رو $i(t)$ متوازی جڑے مزاحمت سے گزرتی ہے جس سے اوہم کے قانون کے تحت مزاحمت پر دباو $v(t)$ پیدا ہو گا۔ مزاحمت R_1 میں رو $i_1(t)$ اور مزاحمت R_2 میں رو $i_2(t)$ پائی جائے گی۔ جوڑ b پر کرخوف قانون رو لکھتے ہیں۔

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) \tag{2.43}$$

مزاحمتوں کے لئے قانون اوہم سے

$$i_1(t) = \frac{v(t)}{R_1} \tag{2.44}$$

$$i_2(t) = \frac{v(t)}{R_2} \tag{2.45}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ درج بالا تین مساوات کے ملاپ سے

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{v(t)}{R_1} + \frac{v(t)}{R_2} \\ &= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) v(t) \end{aligned} \tag{2.46}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اس مساوات میں قوسین میں بند قیمت کو

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{2.47}$$

لکھتے ہوئے

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_m} \tag{2.48}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ شکل 2.27-ب سے یہی مساوات لکھی جا سکتی ہے۔ متوازی جڑے مزاحمتوں کی مساوی مزاحمت مساوات 2.47 سے حاصل ہوتی ہے۔

مساوات 2.44 کے پہلی مساوات کو مساوات 2.44 سے تقسیم کرتے ہوئے

$$\frac{i_1(t)}{i(t)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

یا

$$i_1(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i(t) \tag{2.49}$$

لکھا جا سکتا ہے۔اسی طرح مساوات 2.44 کے دوسری مساوات کو مساوات 2.44 سے تقسیم کرتے ہوئے

$$i_2(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i(t) \tag{2.50}$$

حاصل ہوتا ہے۔مساوات 2.49 اور مساوات 2.50 تقسیم رو کے مساوات ہیں۔

مساوات 2.47 سے دو عدد متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت

$$R_m = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{2.51}$$

حاصل کیا جا سکتا ہے۔

مثال 2.13: شکل 2.27 میں $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ ، $R_2 = 6\,\mathrm{k\Omega}$ اور $i(t) = 8\,\mathrm{mA}$ ہیں۔مزاحمت R_1 اور مزاحمت R_2 میں رو دریافت کریں۔کل متوازی مزاحمت دریافت کریں۔مزاحمت R_1 اور R_2 میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔منبع کی طاقت بھی حاصل کریں۔

حل: مساوات 2.49 سے

$$i_1(t) = \left(\frac{6000}{2000 + 6000}\right) \times 8 \times 10^{-3} = 6\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ مساوات 2.50 سے

$$i_2(t) = \left(\frac{2000}{2000 + 6000}\right) \times 8 \times 10^{-3} = 2\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے۔یہی جواب بالائی جوڑ پر کرخوف قانون رو

$$8\,\mathrm{mA} = 6\,\mathrm{mA} + i_2(t)$$

یعنی

$$i_2(2) = 8\,\mathrm{mA} - 6\,\mathrm{mA} = 2\,\mathrm{mA}$$

سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔کل متوازی مزاحمت

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{6000} = \frac{1}{1500}$$

سے

$$R_m = 1.5\,\mathrm{k\Omega}$$

حاصل ہوتا ہے۔مزاحمت R_1 میں طاقت کا ضیاع

$$p_{R1} = i_1(t)^2 R_1 = (6 \times 10^{-3})^2 \times 2000 = 72\,\mathrm{mW}$$

ہے۔اسی طرح مزاحمت R_2 کی طاقت

$$p_{R2} = i_2(t)^2 R_2 = (2\times 10^{-3})^2 \times 6000 = 24\,\text{mW}$$

ہے۔منبع کی طاقت حاصل کرنے کے لئے منبع کا دباو جاننا ضروری ہے۔مساوات 2.48 سے منبع کا دباو

$$v(t) = i(t)R_m = 8\times 10^{-3} \times 1500 = 12\,\text{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں منبع کی طاقت درج ذیل ہو گی جو دونوں مزاحمت کے مجموعی طاقت کے عین برابر ہے۔

$$p_{\text{منبع}} = v(t)i(t) = 12\times 8\times 10^{-3} = 96\,\text{mW}$$

اس مثال سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ متوازی جڑے مزاحمتوں میں کم قیمت کے مزاحمت میں زیادہ رو پائی جاتی ہے۔آپ کو یاد ہو گا کہ سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں میں تقسیم دباو کے تحت زیادہ قیمت کے مزاحمت پر زیادہ دباو پایا جاتا ہے۔

دو سے زیادہ تعداد میں متوازی جڑے مزاحمتوں کو بالکل اسی طرح حل کیا جا سکتا ہے۔یوں شکل 2.28-الف سے

$$\begin{aligned}
i(t) &= i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \cdots + i_n(t)\\
i_1(t) &= \frac{v(t)}{R_1}\\
i_2(t) &= \frac{v(t)}{R_2}\\
i_3(t) &= \frac{v(t)}{R_3}\\
&\vdots\\
i_N(t) &= \frac{v(t)}{R_N}
\end{aligned}$$

یا

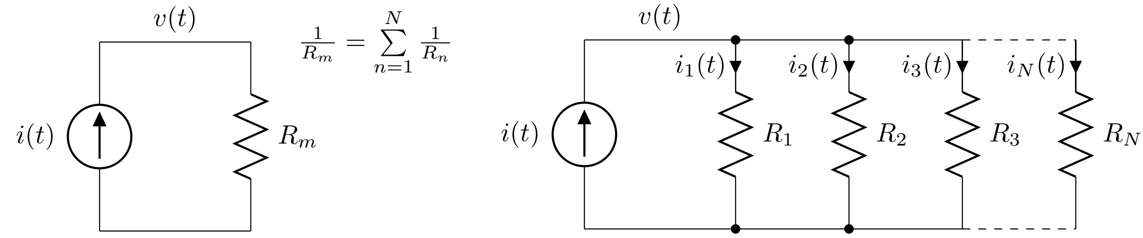
$$i(t) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N}\right) v(t) \tag{2.52}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں

$$\begin{aligned}
\frac{1}{R_m} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N} \qquad \text{متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت}\\
&= \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n}
\end{aligned} \tag{2.53}$$

پر کرنے سے

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_m} \tag{2.54}$$



(ب) (الف)

شکل 2.28: متعدد متوازی جڑے مزاحمت کا مساوی مزاحمت۔

لکھا جا سکتا ہے۔ شکل 2.28-ب سے بھی یہی مساوات حاصل ہوتی ہے لہٰذا شکل-الف اور شکل-ب مساوی ادوار ہیں۔ مساوات 2.53 متعدد متوازی جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت R_m دیتی ہے۔

مثال 2.14: شکل 2.28-الف میں تین عدد مزاحمت استعمال ہوتے ہیں۔ ان کی قیمتیں $2\,\mathrm{k\Omega}$ ، $4\,\mathrm{k\Omega}$ اور $5\,\mathrm{k\Omega}$ ہیں۔ منبع رو $15\,\mathrm{mA}$ ہے۔ مساوی متوازی مزاحمت R_m حاصل کریں۔ دباو $v(t)$ حاصل کرتے ہوئے تمام مزاحمتوں میں رو حاصل کریں۔ منبع کی طاقت اور مزاحمتوں میں طاقت کا ضیاع بھی دریافت کریں۔

جوابات: مساوی مزاحمت پہلے حاصل کرتے ہیں۔ مساوات 2.53 سے

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{4000} + \frac{1}{5000} = \frac{19}{20000}$$

یعنی

$$R_m = \frac{20}{19}\,\mathrm{k\Omega}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل 2.28-ب سے

$$v(t) = 15 \times 10^{-3} \times \frac{20000}{19} \approx 15.7895\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں شکل-الف سے رو درج ذیل حاصل ہوتے ہیں جہاں سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)$ عین منبع کی رو کے برابر ہے۔

$$i_1(t) = \frac{15.7895}{2000} = 7.89\,\mathrm{mA}$$
$$i_2(t) = \frac{15.7895}{4000} = 3.95\,\mathrm{mA}$$
$$i_3(t) = \frac{15.7895}{5000} = 3.16\,\mathrm{mA}$$

منبع کی طاقت

$$p_{\text{منبع}} = 15.7895 \times (-15 \times 10^{-3}) = -236.8\,\mathrm{mW}$$

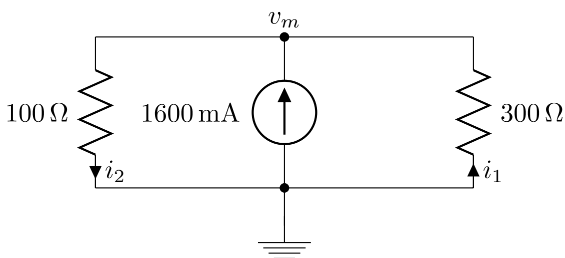
جبکہ مزاحمتوں کی طاقت

$$
\begin{aligned}
p_{2\,\mathrm{k\Omega}} &= 15.7895 \times 7.89 \times 10^{-3} = 124.58\,\mathrm{mW}\\
p_{4\,\mathrm{k\Omega}} &= 15.7895 \times 3.95 \times 10^{-3} = 62.37\,\mathrm{mW}\\
p_{5\,\mathrm{k\Omega}} &= 15.7895 \times 3.16 \times 10^{-3} = 49.89\,\mathrm{mW}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتے ہیں۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ پیدا کردہ طاقت اور طاقت کا ضیاع برابر ہیں۔متوازی جڑے مزاحمتوں میں زیادہ قیمت کے مزاحمت میں کم برقی رو پائی جاتی ہے اور اس میں طاقت کا ضیاع بھی کم ہوتا ہے۔

مشق 2.10: شکل 2.29 میں i_1 ، i_2 ، R_m اور v_m دریافت کریں۔

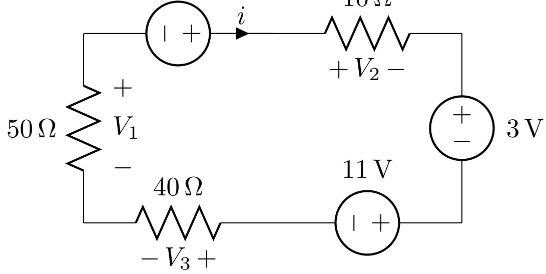
جوابات: $i_1 = -400\,\mathrm{mA}$ ، $i_2 = 1200\,\mathrm{mA}$ ، $R_m = 75\,\Omega$ ، $v_m = 120\,\mathrm{V}$



شکل 2.29: تقسیم رو کی مشق۔

مشق 2.11: شکل 2.30 میں R_s ، i ، v_1 ، v_2 ، اور v_3 دریافت کریں۔ تین وولٹ اور پانچ وولٹ منبع کی طاقت دریافت کریں۔

جوابات: $R_s = 100\,\Omega$ ، $i = -90\,\mathrm{mA}$ ، $v_1 = 4.5\,\mathrm{V}$ ، $v_2 = -0.9\,\mathrm{V}$ ، $v_3 = -3.6\,\mathrm{V}$ ، $p_{3\,\mathrm{V}} = -0.27\,\mathrm{W}$ ، $p_{5\,\mathrm{V}} = 0.45\,\mathrm{W}$



شکل 2.30: تقسیم دباو کی مشق۔

2.9 سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت

ہم جانتے ہیں کہ سلسلہ وار مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_N \tag{2.55}$$

ہوتا ہے جبکہ متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N} \tag{2.56}$$

ہے۔آئیں ان کلیات کو استعمال کرتے ہوئے مختلف انداز میں جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت حاصل کریں۔ایسا کرنے کی خاطر شکل 2.31 میں کو مثال بناتے ہوئے A اور B کے مابین مزاحمت R_{AB} حاصل کرتے ہیں۔

اگر آپ FGH کو دیکھیں تو یہاں $3\,\mathrm{k\Omega}$ اور $1\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں۔دو مزاحمت تب سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں جب دوسری مزاحمت میں وہی رو گزرے جو پہلی میں گزرتی ہو۔ایسے مزاحمتوں کا ایک سرا آپس میں جڑا ہوتا ہے جبکہ ان کا دوسرا سرا آپس میں نہیں جڑا ہوتا۔یوں $1\,\mathrm{k\Omega}$ کا دایاں سرا اور $3\,\mathrm{k\Omega}$ کا نچلا سرا H پر آپس میں جڑے ہیں جبکہ $1\,\mathrm{k\Omega}$ کا بایاں سرا اور $3\,\mathrm{k\Omega}$ کا بالائی سرا آپس میں نہیں جڑے ہیں۔یوں ان مزاحمتوں کا مجموعی مزاحمت مساوات 2.55 سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$R_{FGH} = 3000 + 1000 = 4\,\mathrm{k\Omega}$$

ان سلسلہ وار جڑے مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت R_{FGH} نسب کرتے ہوئے شکل 2.32 حاصل ہوتا ہے۔اس شکل میں F اور G نقطوں کے مابین $6\,\mathrm{k\Omega}$ اور $4\,\mathrm{k\Omega}$ متوازی جڑے ہیں۔متوازی جڑے مزاحمتوں پر یکساں دباو پایا جاتا ہے۔یوں ان متوازی جڑے مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت مساوات 2.56 سے حاصل ہو گا یعنی

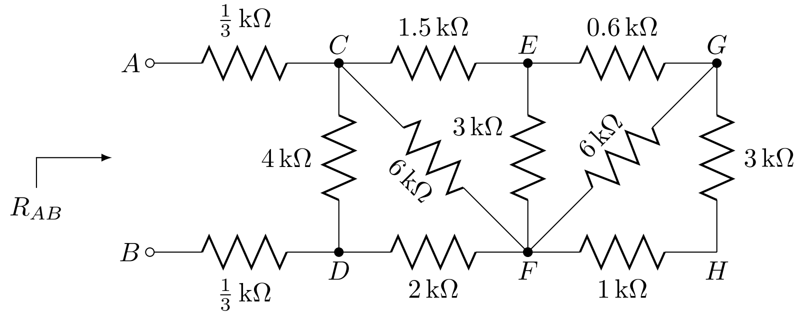
$$\frac{1}{R_{FG}} = \frac{1}{6000} + \frac{1}{4000} = \frac{1}{2400}$$

یا

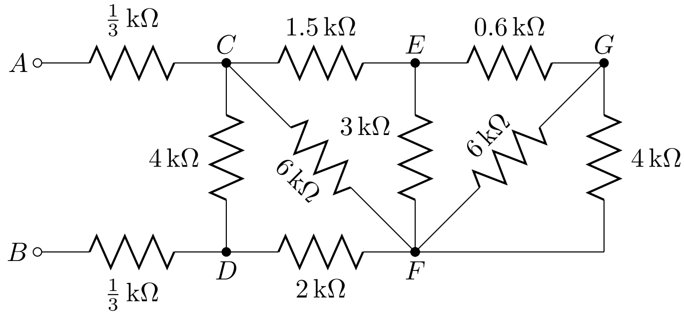
$$R_{FG} = 2.4\,\mathrm{k\Omega}$$

نقطہ F اور نقطہ G کے درمیان مساوی مزاحمت نسب کرنے سے شکل 2.33 حاصل ہوتا ہے۔اب آپ دیکھ سکتے ہیں کہ EGF پر $0.6\,\mathrm{k\Omega}$ اور $2.4\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں جن کا مساوی مزاحمت

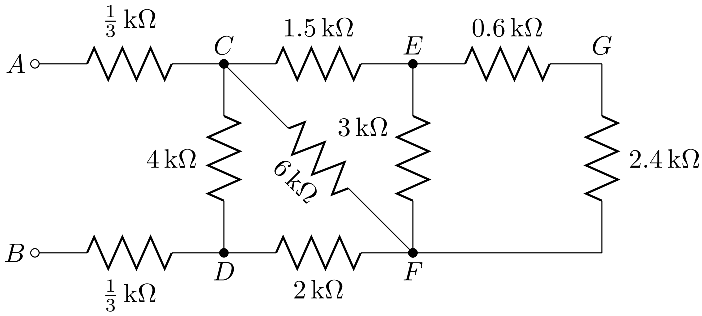
$$R_{EGF} = 600 + 2400 = 3\,\mathrm{k\Omega}$$



شکل 2.31: سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت۔



شکل 2.32



شکل 2.33

ہو گا۔

R_{EGF} کے استعمال سے شکل 2.34 حاصل ہوتا ہے جس میں E اور F کے درمیان دو عدد $3\,\mathrm{k\Omega}$ مزاحمت متوازی جڑے ہیں جن کا مساوی مزاحمت

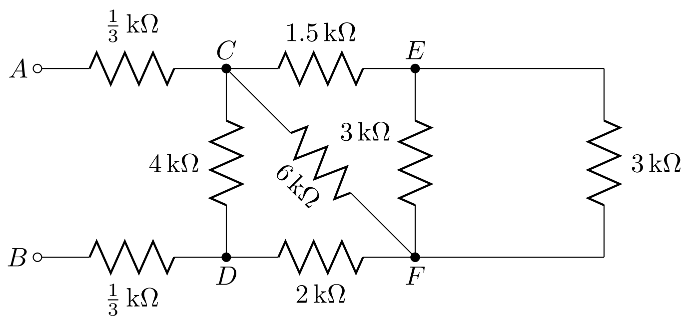
$$\frac{1}{R_{EF}} = \frac{1}{3000} + \frac{1}{3000} = \frac{1}{1500}$$

یعنی

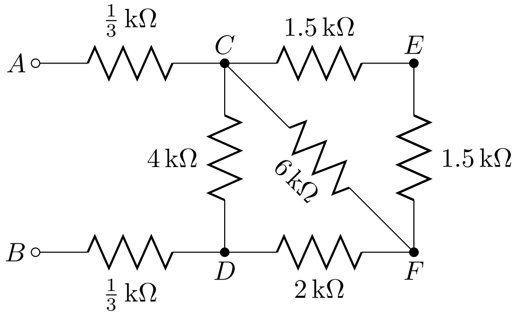
$$R_{EF} = 1.5\,\mathrm{k\Omega}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں شکل 2.35-الف حاصل ہوتا ہے۔ اسی طریقے سے آگے بڑھتے ہوئے آخر کار شکل 2.35-ٹ حاصل ہوتا ہے جس سے R_{AB} درج ذیل حاصل ہوتا ہے

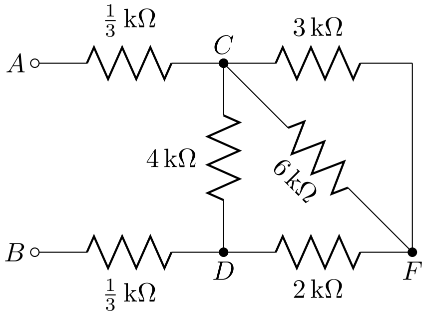
$$R_{AB} = 2\frac{2}{3}\,\mathrm{k\Omega}$$



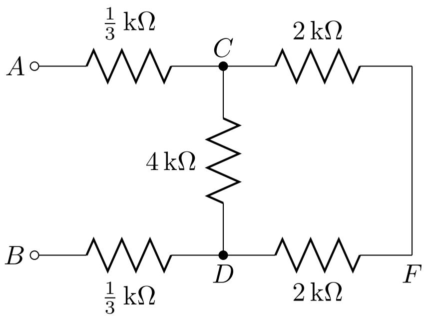
شکل 2.34



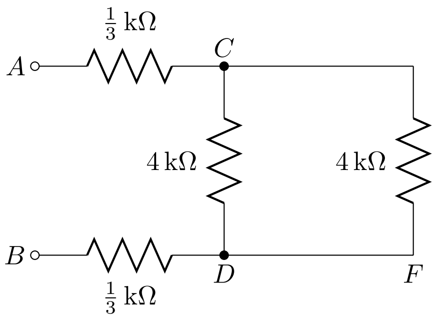
(الف)



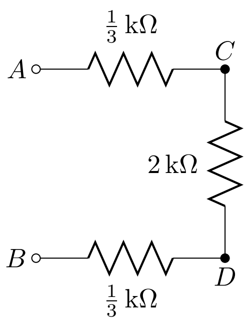
(ب)



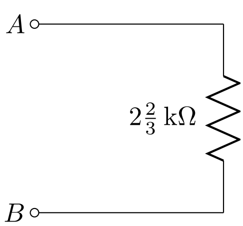
(پ)



(ت)

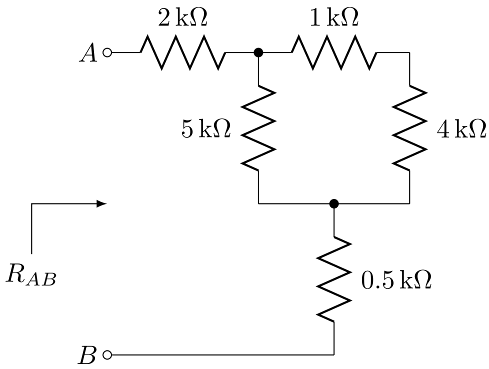


(ٹ)



(ث)

شکل 2.35



شکل 2.36: متعدد سلسلہ وار اور متوازی مزاحمت کا دور۔

یوں شکل 2.31 کو حل کرتے کرتے آخر کار شکل 2.35-ث حاصل کیا گیا جو مساوی مزاحمت دیتا ہے۔

مشق 2.12: شکل 2.36 میں R_{AB} دریافت کریں۔

جواب: $R_{AB} = 5\,\mathrm{k\Omega}$

متعدد سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کا مساوی مزاحمت حاصل کرتے وقت درج ذیل طریقہ کار اختیار کیا جاتا ہے۔

- داخلی برقی سروں سے دور ترین مزاحمت سے شروع کریں۔
- دو عدد سلسلہ وار مزاحمت کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت $R_s = R_1 + R_2$ نسب کریں۔ جس جوڑ پر سلسلہ وار مزاحمت آپس میں جڑے ہوں اس جوڑ پر کوئی تیسرا پرزہ نہیں جڑا ہو سکتا۔ یوں پہلے مزاحمت سے گزرتی رو دوسری مزاحمت سے بھی گزرتی ہے۔ اگر جوڑ پر تیسرا پرزہ بھی نسب ہو تب مزاحمتوں کو سلسلہ وار جڑا تصور نہیں کیا جا سکتا۔
- دو عدد متوازی جڑے مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت $R_m = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ نسب کریں۔ جن دو جوڑ کے ساتھ پہلا مزاحمت جڑا ہوتا ہے اگر انہیں جوڑ کے ساتھ دوسرا مزاحمت بھی جڑا ہو تب ان مزاحمتوں کو متوازی جڑا تصور کیا جاتا ہے۔ متوازی مزاحمتوں پر برابر دباو پایا جاتا ہے۔
- متواتر سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے دور کے داخلی سروں تک پہنچ کر پورے دور کا مساوی مزاحمت حاصل کریں۔

جدول 2.1: مزاحمت کے معیاری قیمتیں۔ قیمتوں میں 5 % خلل ممکن ہے۔

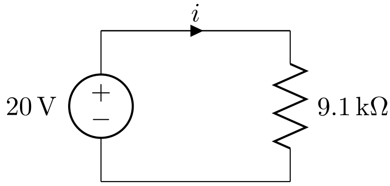
1.0 MΩ	100 kΩ	10 kΩ	1.0 kΩ	100 Ω	10 Ω	1.0 Ω
1.1 MΩ	110 kΩ	11 kΩ	1.1 kΩ	110 Ω	11 Ω	1.1 Ω
1.2 MΩ	120 kΩ	12 kΩ	1.2 kΩ	120 Ω	12 Ω	1.2 Ω
1.3 MΩ	130 kΩ	13 kΩ	1.3 kΩ	130 Ω	13 Ω	1.3 Ω
1.5 MΩ	150 kΩ	15 kΩ	1.5 kΩ	150 Ω	15 Ω	1.5 Ω
1.6 MΩ	160 kΩ	16 kΩ	1.6 kΩ	160 Ω	16 Ω	1.6 Ω
1.8 MΩ	180 kΩ	18 kΩ	1.8 kΩ	180 Ω	18 Ω	1.8 Ω
2.0 MΩ	200 kΩ	20 kΩ	2.0 kΩ	200 Ω	20 Ω	2.0 Ω
2.2 MΩ	220 kΩ	22 kΩ	2.2 kΩ	220 Ω	22 Ω	2.2 Ω
2.4 MΩ	240 kΩ	24 kΩ	2.4 kΩ	240 Ω	24 Ω	2.4 Ω
2.7 MΩ	270 kΩ	27 kΩ	2.7 kΩ	270 Ω	27 Ω	2.7 Ω
3.0 MΩ	300 kΩ	30 kΩ	3.0 kΩ	300 Ω	30 Ω	3.0 Ω
3.3 MΩ	330 kΩ	33 kΩ	3.3 kΩ	330 Ω	33 Ω	3.3 Ω
3.6 MΩ	360 kΩ	36 kΩ	3.6 kΩ	360 Ω	36 Ω	3.6 Ω
3.9 MΩ	390 kΩ	39 kΩ	3.9 kΩ	390 Ω	39 Ω	3.9 Ω
4.3 MΩ	430 kΩ	43 kΩ	4.3 kΩ	430 Ω	43 Ω	4.3 Ω
4.7 MΩ	470 kΩ	47 kΩ	4.7 kΩ	470 Ω	47 Ω	4.7 Ω
5.1 MΩ	510 kΩ	51 kΩ	5.1 kΩ	510 Ω	51 Ω	5.1 Ω
5.6 MΩ	560 kΩ	56 kΩ	5.6 kΩ	560 Ω	56 Ω	5.6 Ω
6.2 MΩ	620 kΩ	62 kΩ	6.2 kΩ	620 Ω	62 Ω	6.2 Ω
6.8 MΩ	680 kΩ	68 kΩ	6.8 kΩ	680 Ω	68 Ω	6.8 Ω
7.5 MΩ	750 kΩ	75 kΩ	7.5 kΩ	750 Ω	75 Ω	7.5 Ω
8.2 MΩ	820 kΩ	82 kΩ	8.2 kΩ	820 Ω	82 Ω	8.2 Ω
9.1 MΩ	910 kΩ	91 kΩ	9.1 kΩ	910 Ω	91 Ω	9.1 Ω

2.10 تخصیص مزاحمت

جدول 2.1 مزاحمت کی وہ مخصوص قیمتیں دیتا ہے جو عام دستیاب ہیں۔مزاحمت کی قیمت کے علاوہ اس کی **طاقتی استعداد**[29] اور **قیمت میں خلل**[30] بھی جاننا ضروری ہے۔اس جدول میں دئے تمام مزاحمتوں کی قیمتوں میں 5 % مزاحمتی خلل ممکن ہے۔یوں انہیں 5 % مزاحمت کہتے ہیں۔مزاحمت کی طاقتی استعداد عموماً 0.25 W ، 0.5 W ، 1 W ، 2 W وغیرہ ہوتی ہے۔اس کے علاوہ زیادہ طاقت کے مخصوص مزاحمت بھی دستیاب ہیں۔

مزاحمت میں طاقت کا ضیاع حرارتی توانائی میں تبدیل ہوتا ہے جس سے مزاحمت کی درجہ حرارت بڑھتی ہے۔دو اجسام کے مابین **ایصال حرارت**[31] یا **اتصال حرارت**[32] کا دار و مدار ان کے درجہ حرارت میں فرق پر منحصر ہے۔دو اجسام کے درجہ حرارت میں فرق بڑھانے سے ان کے مابین ایصال حرارت یا اتصال حرارت بڑھتی ہے۔مزاحمت میں طاقت کے ضیاع سے مزاحمت کا درجہ حرارت ارد گرد کے ماحول سے بڑھ جاتا ہے۔ایصال حرارت اور اتصال حرارت سے مزاحمت کی حرارتی توانائی ارد گرد کے ماحول کو منتقل ہوتی ہے۔جس درجہ حرارت پر مزاحمت کی طاقتی ضیاع اور مزاحمت سے انتقال حرارت برابر ہوں، مزاحمت کا درجہ حرارت اسی حتمی قیمت پر جا رکھتا ہے۔ ہر شے کسی مخصوص درجہ حرارت پر تباہ ہوتا ہے۔یہی مزاحمت کے لئے بھی درست ہے لہٰذا یہ ضروری ہے کہ اس کا درجہ حرارت اتنا نہ بڑھ جائے کہ مزاحمت جل کر راکھ ہو جائے۔طاقتی استعداد سے مراد وہ طاقت ہے جس پر مزاحمت محفوظ رہ سکتا ہے۔اگر طاقتی ضیاع مزاحمت کے طاقتی استعداد سے بڑھ جائے تو مزاحمت جل کر تباہ ہو جاتا ہے۔

[29] power rating
[30] tolerance
[31] heat conduction
[32] heat convection



شکل 2.37: مزاحمت کی قیمت میں خلل اور طاقت کے ضیاع کی مثال۔

مثال 2.15: شکل 2.37 میں 5 % مزاحمت استعمال کیا گیا ہے۔ دور میں کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ رو دریافت کریں۔ دونوں صورتوں میں مزاحمتی ضیاع بھی حاصل کریں۔

حل: مزاحمت کی قیمت $9.1\,\mathrm{k\Omega}$ ہے۔ اس قیمت کو **علامتی قیمت**[33] کہتے ہیں۔ مزاحمت کی حقیقی قیمت اس سے 5 % کم یا زیادہ ممکن ہے۔ یوں اس مزاحمت کی کم سے کم قیمت

$$R_{\text{کمتر}} = (1 - 0.05) \times 9100 = 8.645\,\mathrm{k\Omega}$$

اور زیادہ سے زیادہ قیمت

$$R_{\text{بلند تر}} = (1 + 0.05) \times 9100 = 9.555\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو سکتی ہے۔ مزاحمت کی اصل قیمت ان حدود کے درمیان رہے گی۔ یوں کمتر اور بلند تر رو درج ذیل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} i_{\text{کمتر}} &= \frac{20}{9555} = 2.093\,\mathrm{mA} \\ i_{\text{بلند تر}} &= \frac{20}{8645} = 2.313\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

مزاحمت میں کمتر اور بلند تر طاقت کا ضیاع درج ذیل ہو گا۔

$$\begin{aligned} p_{\text{کمتر}} &= 20 \times 2.093 \times 10^{-3} = 41.86\,\mathrm{mW} \\ p_{\text{بلند تر}} &= 20 \times 2.313 \times 10^{-3} = 46.26\,\mathrm{mW} \end{aligned}$$

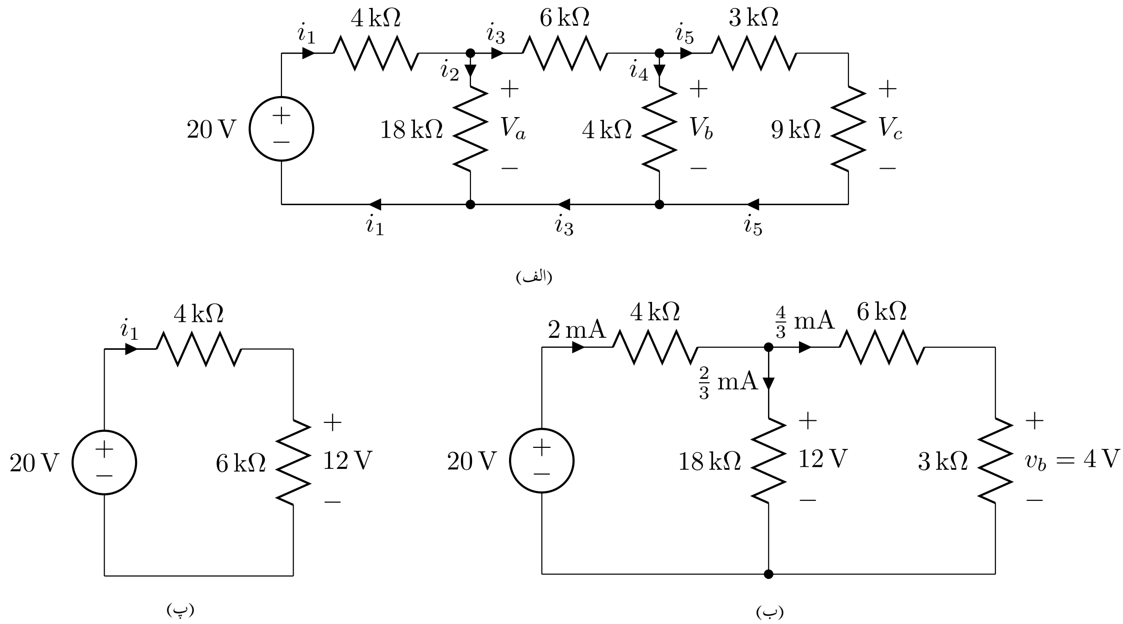
مزاحمت میں طاقت کا ضیاع $42\,\mathrm{mW}$ تا $46\,\mathrm{mW}$ ممکن ہے۔ یوں $0.25\,\mathrm{W}$ کی مزاحمت یہاں استعمال کی جا سکتی ہے جو $250\,\mathrm{mW}$ کی طاقتی ضیاع کو برداشت کرنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔

مندرجہ بالا مثال میں اگر مزاحمت کی قیمت $100\,\Omega$ ہوتی تب رو کی علامتی قیمت $\frac{20}{100} = 0.2\,\mathrm{A}$ ہوتی اور مزاحمت ضیاع $4\,\mathrm{W}$ ہوتا۔ مزاحمت کی استعداد $0.25\,\mathrm{W}$ ہونے کی صورت میں مزاحمت تاب نہ لاتے ہوئے جل کر راکھ ہو جائے گا۔ یوں ایسی صورت میں $4\,\mathrm{W}$ سے زیادہ طاقتی استعداد[34] کا مزاحمت استعمال کرنا ضروری ہے۔

---

[33] typical value

[34] میں متوقع طاقتی ضیاع کی دگنا قیمت کے طاقتی استعداد کا مزاحمت استعمال کرتا ہوں۔



شکل 2.38: سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے دور کی مثال۔

2.11 سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کے ادوار کا حل

قانون اوہم اور کرخوف کے قوانین کو بطور تجزیاتی آلات استعمال کرتے ہوئے برقی ادوار حل کئے جاتے ہیں۔اب تک ہم سادہ ترین ادوار حل کرتے رہے ہیں۔اس حصے میں سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں پر مبنی بڑے ادوار حل کرنا دیکھتے ہیں۔

مثال 2.16: شکل 2.38-الف کے دور میں تمام نا معلوم دباو اور رو دریافت کریں۔

حل: ہم منبع سے دور ترین مزاحمت سے شروع کرتے ہوئے سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کی جگہ ان کا مساوی مزاحمت پر کرتے ہوئے آخر کار شکل 2.38-پ تک پہنچتے ہیں جہاں سے i_1 اور v_a کیا جا سکتا ہے۔ان قیمتوں کو کرخوف کے قوانین اور قانون اوہم کے ساتھ استعمال کرتے ہوئے مزید نا معلوم متغیرات حاصل کئے جائیں گے۔آئیں یہ عمل قدم با قدم دیکھیں۔

شکل-الف میں منبع سے دور ترین $9\,\mathrm{k\Omega}$ اور $3\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں۔ان کا مساوی مزاحمت $9\,\mathrm{k\Omega} + 3\,\mathrm{k\Omega} = 12\,\mathrm{k\Omega}$ ہے جو $4\,\mathrm{k\Omega}$ کے متوازی ہے۔یوں ان کا مساوی مزاحمت $\frac{4\,\mathrm{k\Omega}\times 12\,\mathrm{k\Omega}}{4\,\mathrm{k\Omega}+12\,\mathrm{k\Omega}} = 3\,\mathrm{k\Omega}$ ہو گا جسے شکل-ب میں استعمال کیا گیا ہے۔شکل-ب میں $6\,\mathrm{k\Omega}$ اور $3\,\mathrm{k\Omega}$ کا مساوی $9\,\mathrm{k\Omega}$ ہے جو از خود $18\,\mathrm{k\Omega}$ کے متوازی ہے۔یوں ان کا مساوی $6\,\mathrm{k\Omega}$ ہو گا جس کے استعمال سے شکل-پ حاصل ہوتا ہے۔

شکل 2.38-پ میں

$$i_1 = \frac{20}{4000 + 6000} = 2\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے قانون اوہم کے تحت

$$v_a = i_1 \times 6\,\mathrm{k\Omega} = 12\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ب میں ان قیمتوں کو دکھایا گیا ہے جہاں سے ظاہر ہے کہ $18\,\mathrm{k\Omega}$ مزاحمت پر $12\,\mathrm{V}$ دباو ہے لہٰذا اس کی رو

$$i_2 = \frac{v_a}{18\,\mathrm{k\Omega}} = \frac{12}{18000} = \frac{2}{3}\,\mathrm{mA}$$

ہو گی۔ شکل-الف میں قانون رو سے

$$i_1 = i_2 + i_3$$

لکھتے ہوئے

$$\begin{aligned} i_3 &= i_1 - i_2 \\ &= 2\,\mathrm{mA} - \frac{2}{3}\,\mathrm{mA} \\ &= \frac{4}{3}\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل-ب میں i_3 کے استعمال سے

$$\begin{aligned} v_b &= i_3 \times 3\,\mathrm{k\Omega} \\ &= \frac{4}{3} \times 10^{-3} \times 3000 \\ &= 4\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اب شکل-الف میں v_b جانتے ہوئے i_4 حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} i_4 &= \frac{v_b}{4\,\mathrm{k\Omega}} \\ &= \frac{4}{4000} \\ &= 1\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

قانون رو سے

$$i_3 = i_4 + i_5$$

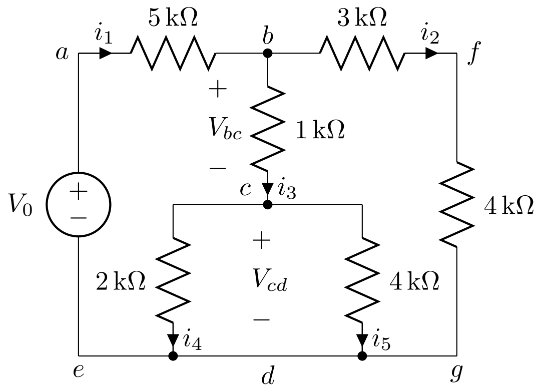
لکھتے ہوئے

$$\begin{aligned} i_5 &= i_3 - i_4 \\ &= \frac{4}{3}\,\mathrm{mA} - 1\,\mathrm{mA} \\ &= \frac{1}{3}\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے قانون اوہم سے

$$\begin{aligned} v_c &= i_5 \times 9\,\mathrm{k\Omega} \\ &= \frac{1}{3} \times 10^{-3} \times 9000 \\ &= 3\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

لکھا جا سکتا ہے۔



شکل 2.39: سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کا دور۔

مثال 2.17: شکل 2.39 میں $i_5 = 2\,\mathrm{mA}$ ہونے کی صورت میں تمام نا معلوم متغیرات دریافت کریں۔

حل: یہ مثال گزشتہ مثال کے الٹ ہے۔ یہاں دور میں کسی ایک مقام کے رو (یا دباو) سے منبع کی دباو اور دیگر متغیرات دریافت کیے جائیں گے۔ دی معلومات سے قانون اوہم کے ذریعہ

$$
\begin{aligned}
v_{cd} &= i_5 \times 4\,\mathrm{k\Omega} \\
&= 2 \times 10^{-3} \times 4000 \\
&= 8\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

لکھا جا سکتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے قانون اوہم کی مدد سے

$$
\begin{aligned}
i_4 &= \frac{v_{cd}}{2\,\mathrm{k\Omega}} \\
&= \frac{8}{2000} \\
&= 4\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتا ہے۔ کرخوف قانون رو

$$
\begin{aligned}
i_3 &= i_4 + i_5 \\
&= 4\,\mathrm{mA} + 2\,\mathrm{mA} \\
&= 6\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں قانون اوہم سے

$$
\begin{aligned}
v_{bc} &= i_3 \times 1\,\mathrm{k\Omega} \\
&= 6 \times 10^{-3} \times 1000 \\
&= 6\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتا ہے۔ دائرہ $dcbfg$ پر کرخوف قانون دباو

$$
V_{cd} + V_{bc} = i_2 \times 3\,\mathrm{k\Omega} + i_2 \times 4\,\mathrm{k\Omega}
$$

لکھا جائے گا جس سے

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{V_{cd}+V_{bc}}{3\,\mathrm{k\Omega}+4\,\mathrm{k\Omega}} \\ &= \frac{8+6}{3000+4000} \\ &= 2\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ کرخوف قانون رو سے

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2+i_3 \\ &= 2\,\mathrm{mA}+6\,\mathrm{mA} \\ &= 8\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جسے قانون اوہم میں استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} V_{ab} &= i_1\times 5\,\mathrm{k\Omega} \\ &= 8\times 10^{-3}\times 5000 \\ &= 40\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں V_{ab} نقطہ b کے حوالے سے نقطہ a پر دباو ہے۔ دائرہ $eabcd$ پر کرخوف قانون دباو

$$V_0 = V_{ab}+V_{bc}+V_{cd}$$

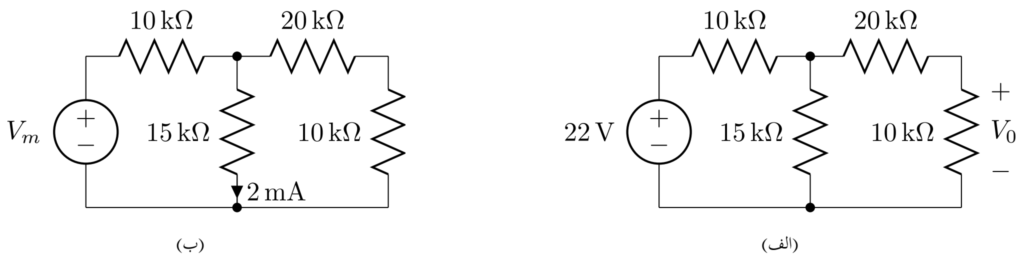
لکھا جائے گا جس سے منبع کا دباو

$$\begin{aligned} V_0 &= 40+6+8 \\ &= 54\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

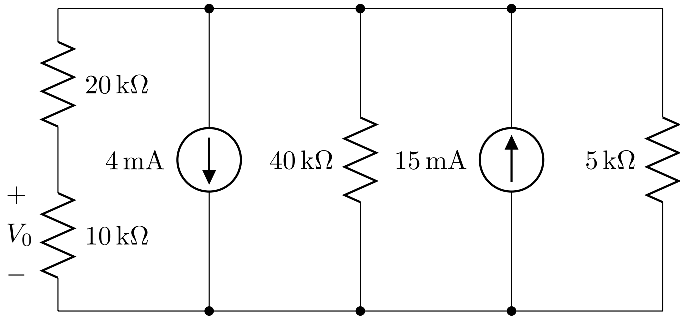
حاصل ہوتا ہے۔

مشق 2.13: شکل 2.40-الف میں V_0 دریافت کریں۔

جواب: $3.667\,\mathrm{V}$



شکل 2.40: دور برائے مشق 2.13 اور مشق 2.14



شکل 2.41: دور برائے مشق 2.15

مشق 2.14: شکل 2.40-ب میں V_m دریافت کریں۔

جواب: 60 V

مشق 2.15: شکل 2.41 میں V_0 دریافت کریں۔

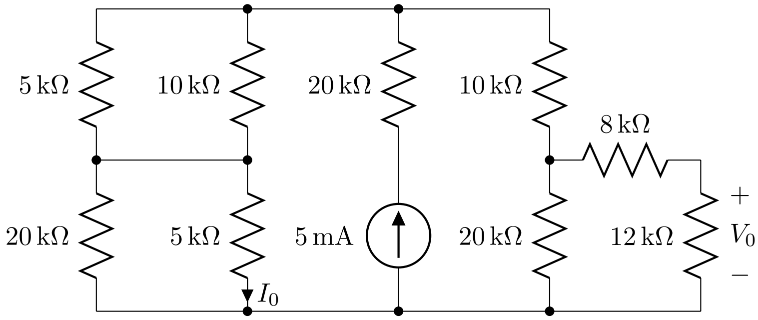
جواب: 14.19 V

مشق 2.16: شکل 2.42 میں V_0 اور I_0 دریافت کریں۔

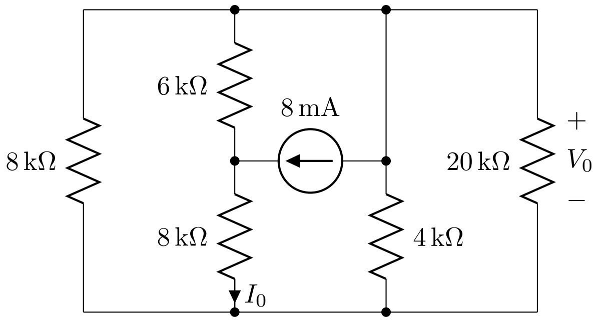
جوابات: 8.05 V ، 2.93 mA

مشق 2.17: شکل 2.43 میں V_0 اور I_0 دریافت کریں۔

جوابات: −6.906 V ، 2.94 mA



شکل 2.42: دور برائے مشق 2.16



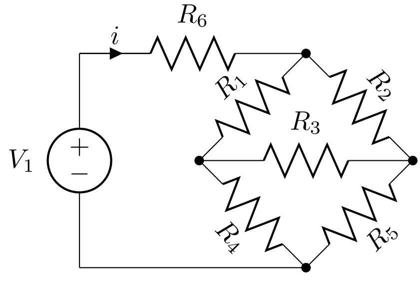
شکل 2.43: دور برائے مشق 2.17

2.12 ستارہ-تکون تبادلہ

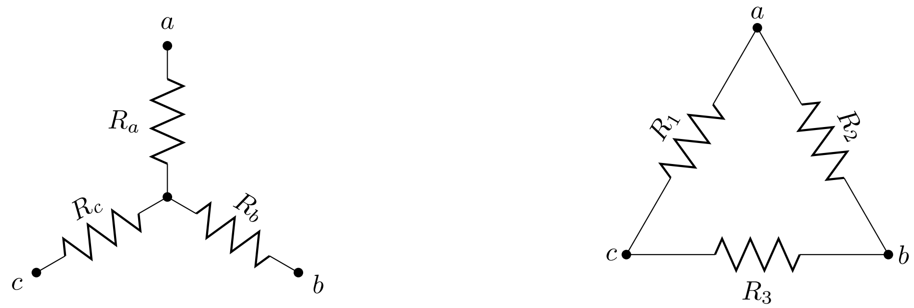
ہم نے اب تک ایسے ادوار دیکھے جن میں سلسلہ وار مزاحمتوں اور متوازی مزاحمتوں کی جگہ مساوی مزاحمت نسب کرتے ہوئے سادہ دور حاصل کیا گیا۔اس حصے میں جس ترکیب پر غور کیا جائے گا، اس کی اہمیت شکل 2.44 سے واضح ہو گی۔آپ اس دور میں i حاصل کرنے کی کوشش کریں۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس میں کوئی بھی دو مزاحمت سلسلہ وار یا متوازی نہیں جڑے لہٰذا اس دور کی سادہ صورت گزشتہ ترکیب سے حاصل نہیں کی جا سکتی۔کیا اچھا ہوتا اگر ایسی صورت میں دور کے کچھ حصے کی جگہ متبادل دور نسب کرتے ہوئے اسے قابل حل بنانا ممکن ہوتا۔خوش قسمتی سے ایسا کرنا ممکن ہے۔اس ترکیب کو **ستارہ۔تکونی تبادلہ**[35] یا $Y - \Delta$ تبادلہ کہتے ہیں۔آئیں ستارہ-تکون تبادلہ کے ترکیب پر غور کریں۔

شکل 2.45-الف میں تین مزاحمت تکونی کی شکل Δ میں جڑے ہیں جبکہ شکل-ب میں تین مزاحمت ستارہ کی شکل Y میں جڑے ہیں۔ہم ستارہ مزاحمت کی جگہ تکونی مزاحمت یا تکونی مزاحمت کی جگہ ستارہ مزاحمت اس صورت نسب کر سکتے ہیں جب اس تبدیلی سے بقایا دور پر کوئی اثر نہ پڑے۔یوں اگر کسی دور

[35] wye-delta transformation



شکل 2.44: اس دور کو سلسلہ وار اور متوازی مزاحمتوں کی طرح حل نہیں کیا جا سکتا۔



(ب) ستارہ مزاحمت

(الف) تکونی مزاحمت

شکل 2.45: ستارہ-تکونی مبدل

میں تین نقطوں a ، b اور c کے درمیان تکونی مزاحمت (ستارہ مزاحمت) جڑے ہوں تب انہیں تین نقطوں پر مبدل ستارہ مزاحمت (تکونی مزاحمت) نسب کرنے سے بقایا دور میں کسی بھی مقام پر دباو اور رو میں تبدیلی رونما نہیں ہونی چاہیے۔ایسا تب ممکن ہو گا کہ ان تین نقطوں پر بھی دباو اور رو میں کوئی تبدیلی نہ پیدا ہو یعنی $a-b$ اور $a-c$ اور $b-c$ کے درمیان مزاحمت میں تبدیلی نہیں پیدا ہونی چاہیے۔

ستارہ-تکونی تبادلہ abc کے ساتھ کسی بھی دور کے لئے کارآمد ہونا چاہیے۔یوں یہ تبادلہ اس صورت بھی کارآمد ہونا ضروری ہے جب a اور b دور کے ساتھ منسلک ہوں جبکہ c آزاد ہو اور کہیں نہ جڑا ہو۔ایسی صورت میں شکل 2.45-الف سے $a-c$ کی مزاحمت درج ذیل حاصل ہوتی ہے

$$R_{ab}=\frac{R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3}$$

جبکہ شکل 2.45-ب سے $a-c$ کی مزاحمت

$$R_{ab}=R_a+R_b$$

حاصل ہوتی ہے۔مندرجہ بالا دونوں قیمت برابر ہونا ضروری ہے یعنی

$$R_{ab}=\frac{R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3}=R_a+R_b \tag{2.57}$$

اسی طرح اگر b کہیں بھی نہ جڑا ہو تب دونوں اشکال سے $a-c$ کی مزاحمت برابر پر کرنے سے

$$R_{ac}=\frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3}=R_a+R_c \tag{2.58}$$

حاصل ہوتا ہے۔اگر a کہیں بھی نہ جڑا ہو تب دونوں اشکال سے $b-c$ کی مزاحمت برابر پر کرنے سے

$$R_{bc}=\frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3}=R_b+R_c \tag{2.59}$$

حاصل ہوتا ہے۔مساوات 2.57، مساوات 2.58 اور مساوات 2.59 تین عدد مساوات ہیں جنہیں R_a ، R_b اور R_c کے لئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
R_a&=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_3}\\
R_b&=\frac{R_2R_3}{R_1+R_2+R_3}\\
R_c&=\frac{R_1R_3}{R_1+R_2+R_3}
\end{aligned} \tag{2.60}$$

اسی طرح مساوات 2.57 تا مساوات 2.59 کو R_1 ، R_2 اور R_3 کے لئے حل کرنے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
R_1 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c R_c R_a}{R_b} \\
R_2 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c R_c R_a}{R_c} \\
R_3 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c R_c R_a}{R_a}
\end{aligned}
\tag{2.61}
$$

مساوات 2.60 تکونی مزاحمت سے ستارہ مزاحمت کی قیمتیں دیتا ہے جبکہ مساوات 2.61 ستارہ مزاحمت سے تکونی مزاحمت کی قیمتیں دیتا ہے۔

مشق 2.18: مساوات 2.60 حاصل کریں۔

مشق 2.19: مساوات 2.61 حاصل کریں۔

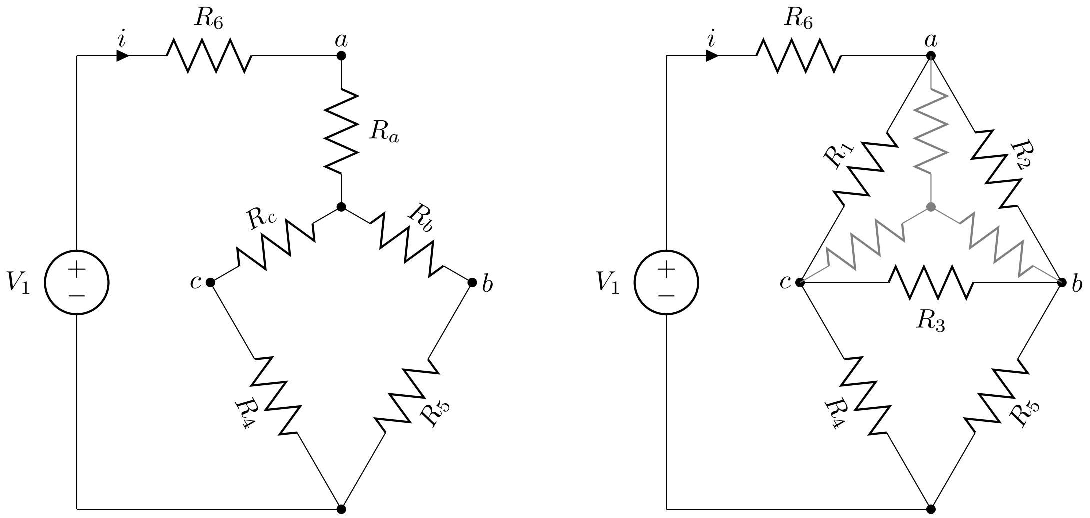
شکل 2.44 کی مثال آگے بڑھاتے ہیں۔اسے شکل 2.46-الف میں دوبارہ دکھایا گیا ہے جہاں تکون abc کی نشاندہی کرتے ہوئے R_1 ، R_2 اور R_3 کا مبدل ستارہ ہلکی سیاہی میں دکھایا گیا ہے۔ شکل 2.46-ب میں تکون کی جگہ ستارہ نسب دکھایا گیا ہے جہاں سے واضح ہے کہ نیا دور قابل حل ہے۔ نئ شکل میں مزاحمت R_a ، R_b اور R_c ستارہ جڑے ہیں۔

مثال 2.18: شکل 2.44 میں i حاصل کریں۔دیگر معلومات درج ذیل ہیں۔

$$
V_1 = 16\,\mathrm{V}, \quad R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_2 = 15\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_3 = 5\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_4 = \frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_5 = \frac{1}{2}\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_6 = 1.8\,\mathrm{k\Omega}
$$

حل: مساوات 2.60 کی مدد سے ستارہ مزاحمت حاصل کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
R_a &= \frac{10000 \times 15000}{10000 + 15000 + 5000} = 5\,\mathrm{k\Omega} \\
R_b &= \frac{15000 \times 5000}{10000 + 15000 + 5000} = \frac{5}{2}\,\mathrm{k\Omega} \\
R_c &= \frac{10000 \times 5000}{10000 + 15000 + 5000} = \frac{5}{3}\,\mathrm{k\Omega}
\end{aligned}
$$



(الف) بالائی تکون کی جگہ ستارہ نسب کیا جا رہا ہے۔ستارہ کو ہلکی سیاہی میں دکھایا گیا ہے۔

(ب) تکون کی جگہ ستارہ نسب کرنے سے دور قابل حل ہو گیا ہے۔

شکل 2.46: تکون-ستارہ تبادلہ۔

ان قیمتوں کو شکل 2.46-ب میں پُر کرتے ہیں۔اب R_c اور R_4 سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا ان کا مساوی مزاحمت

$$R_{c4} = \frac{5}{3}\,\mathrm{k\Omega} + \frac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega} = 2\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو گا۔اسی طرح R_b اور R_5 سلسلہ وار جڑے ہیں جن کا مساوی مزاحمت

$$R_{b5} = \frac{5}{2}\,\mathrm{k\Omega} + \frac{1}{2}\,\mathrm{k\Omega} = 3\,\mathrm{k\Omega}$$

ہے۔یہ دو عدد مساوی مزاحمت آپس میں متوازی جڑے ہیں لہٰذا ان کا مساوی مزاحمت

$$R_m = \frac{2000 \times 3000}{2000 + 3000} = 1.2\,\mathrm{k\Omega}$$

ہو گا جو R_a اور R_6 کے ساتھ سلسلہ وار ہے لہٰذا برقی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

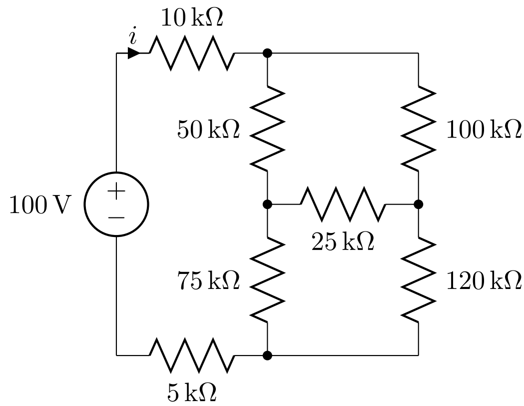
$$\begin{aligned} i &= \frac{V_1}{R_6 + R_a + R_m} \\ &= \frac{16}{1800 + 5000 + 1200} \\ &= 2\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

مساوات 2.60 اور مساوات 2.61 عمومی مساوات ہیں۔متوازن تکون میں $R_1 = R_2 = R_3$ ہو گا۔ایسی صورت میں مساوات 2.60 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} \tag{2.62}$$

اسی طرح متوازن ستارے میں $R_a = R_b = R_c$ ہو گا۔ایسی صورت میں مساوات 2.61 درج ذیل صورت اختیار کرتی ہیں۔

$$R_\Delta = 3R_Y \tag{2.63}$$



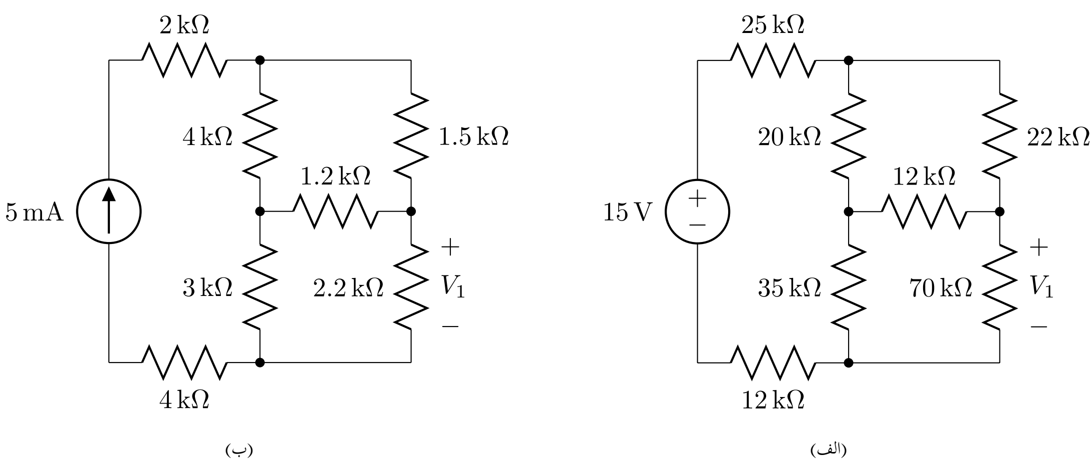
شکل 2.47: مشق 2.20 کا دور۔

مشق 2.20: شکل 2.47 میں تکون-ستارہ مبدل کی مدد سے i دریافت کریں۔

جواب: 1.057 78 mA

مشق 2.21: شکل 2.48-الف میں تکون-ستارہ مبدل کی مدد سے V_1 دریافت کریں۔

جواب: 5.103 V



شکل 2.48: مشق 2.21 اور مشق 2.22 کا دور۔

مشق 2.22: شکل 2.48-ب میں تکون-ستارہ مبدل کی مدد سے V_1 دریافت کریں۔

جواب: $6.609\,\mathrm{V}$

2.13 تابع منبع استعمال کرتے ادوار

تابع منبع استعمال کرتے ادوار برقیات[36] کے میدان میں اہم کردار ادا کرتے ہیں جہاں دو جوڑ ٹرانزسٹر[37]، **میدانی ٹرانزسٹر**[38]، **ماسفیٹ**[39] وغیرہ کے ریاضی نمونے تابع منبع کو استعمال کرتے ہوئے بنائے جاتے ہیں۔اس حصے میں تابع منبع استعمال کرنے والے سادہ ترین ادوار پر مثالوں کی مدد سے غور کیا جائے گا۔تابع منبع استعمال کرتے ادوار حل کرنے کی ترکیب مندرجہ ذیل ہے۔

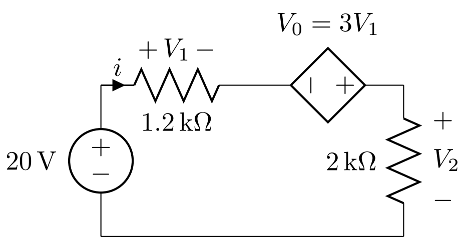
- تابع منبع کو غیر تابع منبع تصور کرتے ہوئے درکار کرخوف مساوات لکھیں۔
- تابع منبع کی قابو مساوات لکھیں۔
- ان ہمزاد مساوات کو حل کریں۔یاد رہے کہ مساوات کی تعداد نا معلوم متغیرات کے برابر ہونا ضروری ہے۔

مثال 2.19: شکل 2.49 میں دباو سے قابو منبع دباو استعمال کیا گیا ہے۔ایسی تابع منبع کو **دباو تابع منبع دباو**[40] کہتے ہیں۔اس دور میں i اور V_2 دریافت کریں۔

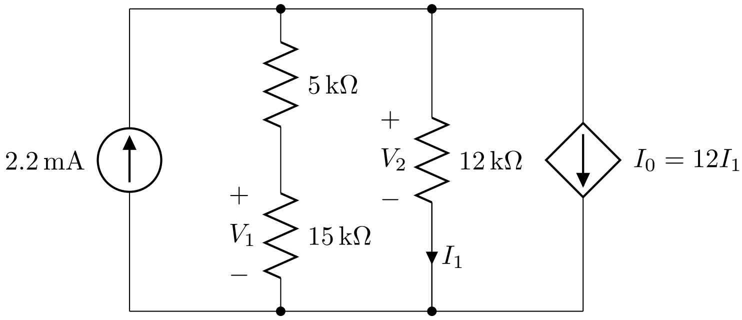
حل: کرخوف قانون دباو سے

$$-20 + 1200i - V_0 + 2000i = 0$$

[36] electronics
[37] Bipolar Junction Transistor, BJT
[38] Field Effect Transistor, FET
[39] Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor, MOSFET
[40] voltage controlled voltage source



شکل 2.49: مثال 2.19 کا دور۔



شکل 2.50: مثال 2.20 کا دور۔

لکھتے ہیں۔تابع منبع کی قابو مساوات درج ذیل ہے۔

$$V_0 = 3V_1 = 3 \times 1200i$$

مندرجہ بالا دو ہمزاد مساوات کو حل کرنے سے

$$i = -50\,\mathrm{mA}$$

حاصل ہوتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} V_2 &= 2000 \times (-50 \times 10^{-3}) \\ &= -100\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

ملتا ہے۔

مثال 2.20: شکل 2.50 میں رو تابع منبع رو[41] استعمال کیا گیا ہے۔اس دور میں V_1 دریافت کریں۔

حل: دباو V_2 استعمال کرتے ہوئے بالائی جوڑ پر کرخوف قانون رو لکھتے ہیں۔

$$-2.2 \times 10^{-3} + \frac{V_2}{5000 + 15000} + \frac{V_2}{12000} + I_0 = 0$$

منبع کی قابو مساوات بھی لکھتے ہیں۔

$$I_0 = 12I_1 = \frac{12 \times V_2}{12000}$$

مندرجہ بالا دونوں مساواتوں سے درج ذیل

$$-2.2 \times 10^{-3} + \frac{V_2}{5000 + 15000} + \frac{V_2}{12000} + \frac{12 \times V_2}{12000} = 0$$

لکھتے ہوئے

$$V_2 = \frac{33}{17}\,\mathrm{V}$$

---

[41] current controlled current source

حاصل ہوتا ہے جس سے درکار دباو حاصل کرتے ہیں۔

$$V_1 = \left(\frac{15000}{5000+15000}\right) V_2 = \left(\frac{15000}{5000+15000}\right) \times \frac{33}{17} = 1.456\,\text{V}$$

مثال 2.21: دو جوڑ ٹرانزسٹر کے استعمال سے بنائے گئے **ایمٹر مشترک ایمپلیفائر**[42] کا مساوی دور شکل 2.51-الف میں دکھایا گیا ہے۔ مساوی دور کے حصول میں **دباو تابع منبع رو**[43] کا استعمال کیا گیا ہے۔ خارجی اشارہ v_0 اور داخلی اشارہ v_s کی شرح کو **افزائش دباو**[44] A_v کہتے ہیں۔ آئیں $A_v = \frac{v_0}{v_s}$ حاصل کریں۔

حل: خارجی جانب R_C اور R_L متوازی جڑے ہیں جن کی جگہ مساوی مزاحمت R_M نسب کیا جا سکتا ہے۔

$$R_M = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L}$$

ایسا کرنے سے شکل-ب حاصل ہوتا ہے جہاں بائیں دائرے کے لئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$v_{be} = \frac{r_{be} v_s}{R_S + r_{be}}$$

شکل-ب میں دائیں دائرے سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$v_0 = -g_m v_{be} R_M$$

درج بالا دونوں مساواتوں کو ملاتے ہوئے

$$v_0 = -g_m \left(\frac{r_{be} v_s}{R_S + r_{be}}\right) R_M$$

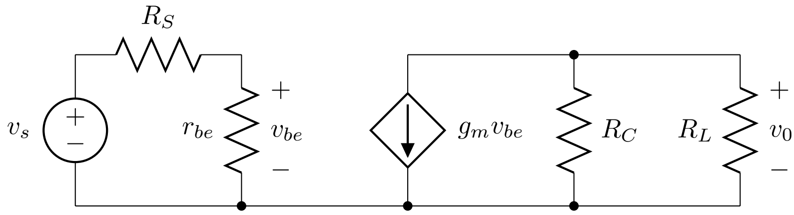
حاصل ہوتا ہے جہاں سے افزائش دباو حاصل ہوتی ہے۔

$$A_v = \frac{v_0}{v_s} = -\frac{g_m r_{be} R_M}{R_S + r_{be}}$$

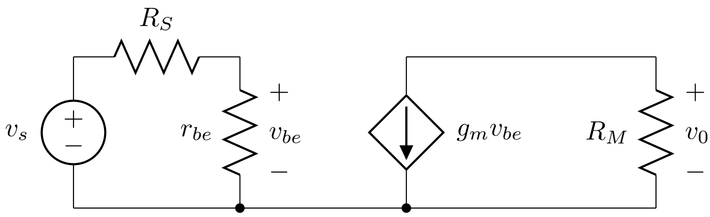
مثال 2.22: شکل 2.52 میں **رو تابع منبع دباو**[45] کا استعمال دکھایا گیا ہے۔ اس دور میں خارجی دباو V_0 حاصل کریں۔

---

[42] common emitter amplifier
[43] voltage controlled current source
[44] voltage gain
[45] current controlled voltage source

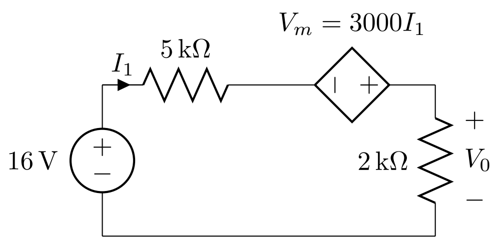


(الف)

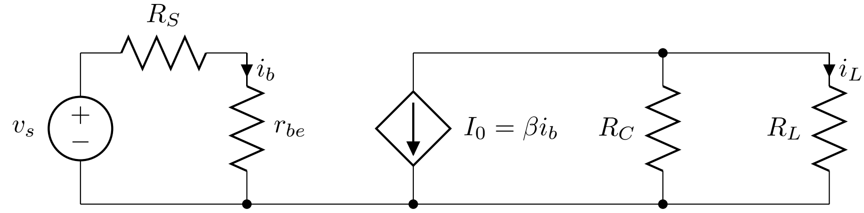


(ب)

شکل 2.51: ایمٹر مشترک ایمپلیفائر کا مساوی دور۔



شکل 2.52: رو تابع منبع دباو کے استعمال کی مثال۔



شکل 2.53: موصلیت نما ایمپلیفائر کا مساوی دور۔

حل: کرخوف قانون دباو سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$-16 + 5000 I_1 - V_m + 2000 I_1 = 0$$

منبع کی قابو مساوات درج ذیل ہے۔

$$V_m = 3000 I_1$$

مندرجہ بالا دو مساواتوں کو ملاتے ہوئے

$$-16 + 5000 I_1 - 3000 I_1 + 2000 I_1 = 0$$

لکھا جا سکتا ہے جس سے

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{16}{4000} \\ &= 4\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

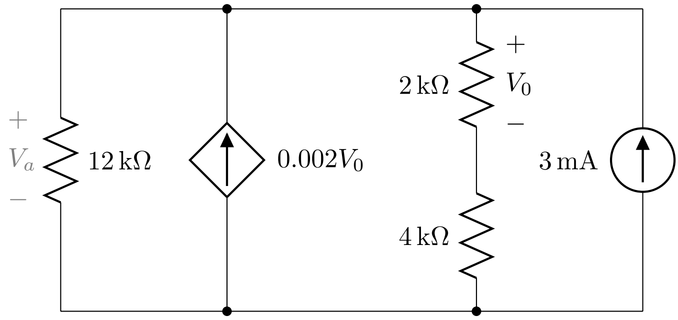
حاصل ہوتا ہے۔یوں قانون اوہم کی مدد سے خارجی دباو

$$\begin{aligned} V_0 &= 4 \times 10^{-3} \times 2000 \\ &= 8\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

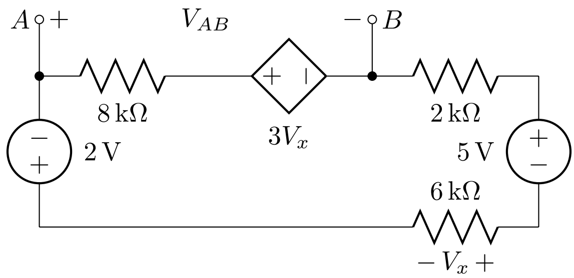
حاصل ہوتا ہے۔

مشق 2.23: شکل 2.53 میں موصلیت نما ایمپلیفائر[46] کا مساوی دور دکھایا گیا ہے۔افزائش موصلیت نما[47] $A_g = \frac{i_L}{v_s}$ کی مساوات حاصل کریں اور $R_S = 100\,\Omega$ ، $r_{be} = 400\,\Omega$ ، $R_C = 18\,\mathrm{k\Omega}$ ، $R_L = 2\,\mathrm{k\Omega}$ اور $\beta = 180$ کی صورت میں افزائش کی قیمت دریافت کریں۔

جواب: $A_g = -\beta \left(\frac{1}{R_S + r_{be}}\right)\left(\frac{R_C}{R_C + R_L}\right)$ ، $-0.324\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}}$



شکل 2.54: مشق 2.24 کا دور۔



شکل 2.55: مشق 2.25 کا دور۔

مشق 2.24: شکل 2.54 میں V_0 کی قیمت حاصل کریں۔

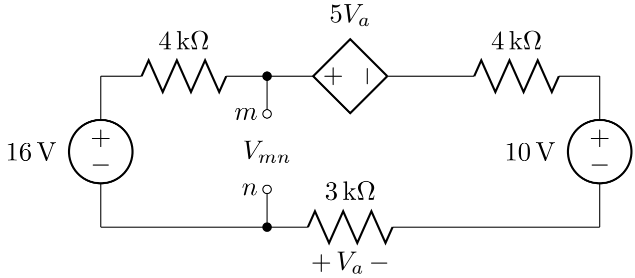
مشق 2.25: شکل 2.55 میں V_{AB} دریافت کریں۔

مشق 2.26: شکل 2.56 میں V_{mn} دریافت کریں۔

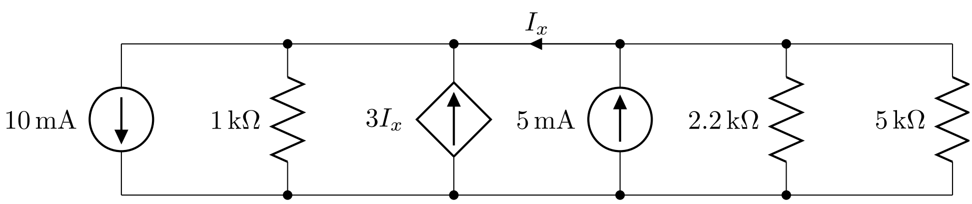
مشق 2.27: شکل 2.57 میں I_x دریافت کریں۔

---

[46]transconductance amplifier
[47]transconductance gain



شکل 2.56: مشق 2.26 کا دور۔



شکل 2.57: مشق 2.27 کا دور۔

باب 3

جوڑ اور دائری تجزیہ

گزشتہ باب میں سادہ ترین ادوار کو کرخوف قوانین سے حل کرنا دکھایا گیا۔اس باب میں متعدد جوڑ اور متعدد دائروں والے ادوار کو کرخوف قوانین سے حل کرنا دکھایا جائے گا۔کرخوف قانون رو سے ہر جوڑ پر داخلی اور خارجی رو کے مجموعوں کو برابر پر کرتے ہوئے دور کے تمام جوڑوں پر دباو حاصل کیا جاتا ہے۔اس کے برعکس کرخوف قانون دباو کی مدد سے دور کے ہر دائرے میں دباو کے گھٹاو کے مجموعے کو دائرے میں دباو کے بڑھاو کے مجموعے کے برابر پر کرتے ہوئے تمام دائروں کی رو حاصل کی جاتی ہے۔عموماً دور یا تو کرخوف قانون دباو اور یا کرخوف قانون رو سے زیادہ آسانی سے حل ہوتا ہے۔آسان طریقہ چننا اس باب میں سکھایا جائے گا۔

3.1 تجزیہ جوڑ

دور کو ترکیب جوڑ[1] سے حل کرتے ہوئے جوڑ کے دباو کو نا معلوم متغیرات چنا جاتا ہے۔کسی ایک جوڑ کو حوالہ چنتے ہوئے بقایا جوڑ کے دباو اس جوڑ سے ناپے جاتے ہیں۔یوں جس جوڑ کو حوالہ چنا گیا ہو، اس کی دباو کو صفر وولٹ تصور کیا جاتا ہے اور اس جوڑ کو برقی زمین کہا جاتا ہے۔عموماً اس جوڑ کو برقی زمین چنا جاتا ہے جس کے ساتھ سب سے زیادہ پرزے جڑے ہوں۔عموماً آلات کو موصل ڈبوں میں بند رکھا جاتا ہے اور عام طور دور کے برقی زمین کو ڈبے کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ایسی صورت میں ڈبے کی سطح بھی $0\,\mathrm{V}$ پر ہوتی ہے۔

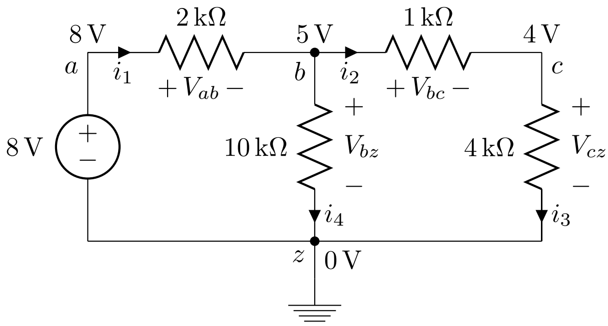
ہم دباو جوڑ کے متغیرات کو مثبت تصور کریں گے۔حقیقی دباو کی قیمت زمین کی نسبت سے منفی ہونے کی صورت میں تجزیے سے منفی قیمت حاصل ہو گی۔

آئیں دباو جوڑ جاننے کی افادیت کو شکل 3.1 کی مدد سے جانیں۔اس دور میں a ، b ، c اور z جوڑ پائے جاتے ہیں۔ہم نے جوڑ z کو برقی زمین چنا ہے لہٰذا اس کی دباو $0\,\mathrm{V}$ ہے۔بقایا تین جوڑ کی دباو کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔برقی زمین کو علامت سے ظاہر کیا گیا ہے۔

بالائی بائیں مزاحمت پر دباو درج ذیل پایا جاتا ہے

$$\begin{aligned}
V_{ab} &= V_a - V_b \\
&= 8 - 5 \\
&= 3\,\mathrm{V}
\end{aligned}$$

[1] nodal analysis



شکل 3.1: دباو جوڑ سے بازو کی رو حاصل کی جا سکتی ہے۔

لہٰذا قانون اوہم سے مزاحمت میں رو درج ذیل حاصل کی جاتی ہے۔

$$
\begin{aligned}
i_1 &= \frac{V_{ab}}{2\,\mathrm{k\Omega}}\\
&= \frac{3}{2000}\\
&= 1.5\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

اسی طرح بالائی دائیں مزاحمت پر دباو درج ذیل ہو گا

$$
\begin{aligned}
V_{bc} &= V_b - V_c\\
&= 5 - 4\\
&= 1\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

جس سے رو

$$
\begin{aligned}
i_2 &= \frac{V_{bc}}{1\,\mathrm{k\Omega}}\\
&= \frac{1}{1000}\\
&= 1\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

حاصل ہوتی ہے۔درمیانے مزاحمت پر دباو اور اس کی رو درج ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
V_{bz} &= V_b - V_z\\
&= 5 - 0\\
&= 5\,\mathrm{V}\\
i_4 &= \frac{V_{bz}}{10\,\mathrm{k\Omega}}\\
&= \frac{5}{10000}\\
&= 0.5\,\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

چونکہ $1\,\mathrm{k\Omega}$ اور $4\,\mathrm{k\Omega}$ سلسلہ وار جڑے ہیں لہٰذا $4\,\mathrm{k\Omega}$ میں بھی $1\,\mathrm{mA}$ رو پائی جائے گی۔آپ اسی قیمت کو دباو جوڑ سے بھی حاصل کر سکتے

ہیں یعنی

$$\begin{aligned}
V_{cz} &= V_c - V_z \\
&= 4 - 0 \\
&= 4\,\mathrm{V} \\
i_3 &= \frac{V_{cz}}{4\,\mathrm{k\Omega}} \\
&= \frac{4}{4000} \\
&= 1\,\mathrm{mA}
\end{aligned}$$

یہاں اطمنان کر لیں کہ تمام جوڑوں پر آمدی رو اور خارجی رو برابر ہوں۔جوڑ b پر آمدی رو $1.5\,\mathrm{mA}$ ہے جو خارجی رو کے مجموعے $1\,\mathrm{mA} + 0.5\,\mathrm{mA}$ کے عین برابر ہے۔اسی طرح جوڑ c پر آمدی اور خارجی رو $1\,\mathrm{mA}$ ہیں۔جوڑ a پر کرخوف قانون رو سے منبع دباو کے مثبت سرے سے خارجی رو $1.5\,\mathrm{mA}$ حاصل ہوتی ہے۔

کسی بھی دو جوڑ m اور n کے مابین جڑی مزاحمت R_{mn} کی رو i_R قانون اوہم

$$i_R = \frac{v_m - v_n}{R_{mn}} \tag{3.1}$$

سے حاصل کی جاتی ہے۔

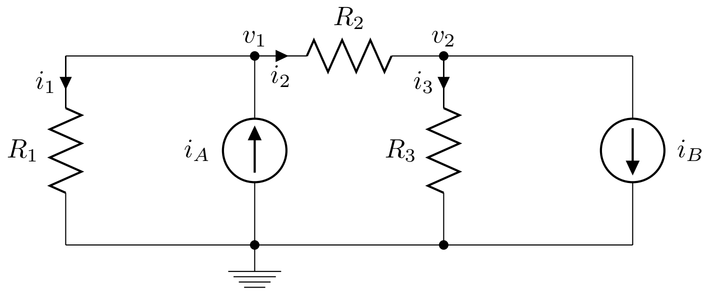
اب جب ہم دباو جوڑ کی افادیت جان چکے ہیں آئیں ترکیب جوڑ پر غور کریں۔اگر دور میں J جوڑ پائے جاتے ہوں تب ہمیں J دباو دریافت کرنے ہوں گے۔کسی ایک جوڑ کو زمین چنتے ہوئے اس کی دباو $0\,\mathrm{V}$ تصور کی جاتی ہے۔یوں بقایا $J-1$ جوڑ کی دباو کو نامعلوم متغیرات تصور کیا جاتا ہے۔ان $J-1$ جوڑ پر کرخوف قانون رو کا اطلاق کرتے ہوئے $J-1$ مساوات لکھے جاتے ہیں۔آپ جانتے ہیں ہیں کہ $J-1$ متغیرات معلوم کرنے کی خاطر $J-1$ ہمزاد مساوات درکار ہیں۔یوں ان $J-1$ ہمزاد مساوات کے حل سے تمام نامعلوم دباو جوڑ حاصل ہوتے ہیں۔کسی بھی جوڑ پر کرخوف کی مساوات لکھتے ہوئے جوڑ سے منسلک تمام بازو کی رو کو مساوات 3.1 کی طرز پر لکھا جاتا ہے۔یوں مزاحمت جانتے ہوئے، رو کو نامعلوم دباو کی صورت میں لکھا جاتا ہے۔اس طرح کرخوف قانون رو کی مساوات میں صرف نامعلوم دباو بطور متغیرات پائے جائیں گے۔

یاد رہے کہ برقی دباو دو نقطوں کے مابین ہوتا ہے۔کسی نقطے کی حتمی دباو کوئی معنی نہیں رکھتی۔جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہوئے جوڑ کا دباو زمین کے حوالے سے ناپا جاتا ہے۔یوں شکل 3.1 میں جوڑ a کا دباو جوڑ z کے حوالے سے $8\,\mathrm{V}$ ہے اور جوڑ b کا دباو جوڑ z کے حوالے سے $5\,\mathrm{V}$ ہے۔اس کے برعکس جوڑ b کے حوالے سے جوڑ a کا دباو $3\,\mathrm{V}$ ہے جبکہ جوڑ a کے حوالے سے جوڑ c کا دباو $-4\,\mathrm{V}$ اور جوڑ z کا دباو $-8\,\mathrm{V}$ ہے۔

آئیں ترکیب جوڑ کو چند مثالوں کی مدد سے سیکھیں۔ہم آسان ترین مثال سے شروع کرتے ہوئے بتدریج مشکل مثال پیش کریں گے۔

3.2 غیر تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار

شکل 3.2 میں تین جوڑ والا دور دکھایا گیا ہے جن میں نچلے جوڑ کو زمین چنا گیا ہے۔بقایا دو جوڑ کے نامعلوم برقی دباو کو متغیرات v_1 اور v_2 ظاہر کرتے ہیں۔ہم تمام شاخوں میں رو کی سمت چنتے ہیں۔یوں i_1 کو بالائی بائیں جوڑ سے زمین کی جانب رواں چنا گیا ہے۔اسی طرح i_2 کو بالائی بائیں جوڑ سے بالائی دائیں جوڑ کی جانب رواں چنا گیا ہے جبکہ i_3 کو بالائی دائیں جوڑ سے زمین کی طرف رواں چنا گیا ہے۔



شکل 3.2: تین جوڑ والا دور۔

بالائی بائیں جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہیں۔ جوڑ سے خارجی رو کو مثبت اور داخلی رو کو منفی لکھتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$i_1 - i_A + i_2 = 0 \tag{3.2}$$

قانون اوہم استعمال کرتے ہوئے اسے یوں

$$\frac{v_1}{R_1} - i_A + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = 0$$

یا

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} = i_A \tag{3.3}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ بالائی دائیں جوڑ کے لئے

$$-i_2 + i_3 + i_B = 0 \tag{3.4}$$

اور

$$-\left(\frac{v_1 - v_2}{R_2}\right) + \frac{v_2}{R_3} + i_B = 0$$

یعنی

$$-\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) v_2 = -i_B \tag{3.5}$$

لکھا جائے گا۔ نچلے جوڑ یعنی برقی زمین پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہیں۔

$$-i_1 + i_A - i_3 - i_B = 0 \tag{3.6}$$

مساوات 3.2 اور مساوات 3.4 کے مجموعے کو منفی ایک سے ضرب دینے سے مساوات 3.6 حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 3.2، مساوات 3.4 اور مساوات 3.6 میں کسی بھی دو مساواتوں سے تیسری مساوات حاصل کی جا سکتی ہے۔ یوں ان میں صرف دو عدد مساوات آزاد مساوات ہیں جبکہ تیسری مساوات تابع مساوات ہے۔ شکل 3.2 کے دور میں کل تین عدد جوڑ ہیں۔ آپ نے دیکھا کہ اس دور سے صرف دو عدد آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں یعنی $J = 3$ کی صورت میں $J - 1 = 2$ آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

مساوات 3.3 اور مساوات 3.5 کو ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} &= i_A \\
-\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) v_2 &= -i_B
\end{aligned} \tag{3.7}$$

مثال 3.1: شکل 3.2 میں $i_A = 2\,\mathrm{mA}$ ، $i_B = 5\,\mathrm{mA}$ ، $R_1 = 4\,\mathrm{k\Omega}$ ، $R_2 = 6\,\mathrm{k\Omega}$ اور $R_3 = 2\,\mathrm{k\Omega}$ ہیں۔ تمام جوڑ پر دباو اور تمام شاخوں میں رو حاصل کریں۔

حل: مساوات 3.7 میں قیمتیں پُر کرتے ہیں

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{4000}+\frac{1}{6000}\right)v_1-\frac{v_2}{6000}&=0.002\\-\frac{v_1}{6000}+\left(\frac{1}{6000}+\frac{1}{2000}\right)v_2&=-0.005\end{aligned}\tag{3.8}$$

ان ہمزاد مساوات کو حل کرنے سے

$$\begin{aligned}v_1&=2\,\mathrm{V}\\v_2&=-7\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ دباو جوڑ جانتے ہوئے شاخوں کی رو قانون اوہم سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}i_1&=\frac{v_1}{R_1}=\frac{2}{4000}=0.5\,\mathrm{mA}\\i_2&=\frac{v_1-v_2}{R_2}=\frac{2-(-7)}{6000}=1.5\,\mathrm{mA}\\i_3&=\frac{v_2}{R_3}=\frac{-7}{2000}=-3.5\,\mathrm{mA}\end{aligned}$$

مساوات 3.7 کو قالبی مساوات[2] کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2}\\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\v_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}i_A\\-i_B\end{bmatrix}\tag{3.9}$$

قالبی مساوات میں

$$\begin{aligned}\mathbf{G}&=\begin{bmatrix}\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2}\\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\end{bmatrix}\\\mathbf{V}&=\begin{bmatrix}v_1\\v_2\end{bmatrix}\\\mathbf{I}&=\begin{bmatrix}i_A\\-i_B\end{bmatrix}\end{aligned}$$

لیتے ہوئے اسے یوں لکھا جا سکتا ہے

$$\mathbf{GV}=\mathbf{I}$$

---

[2] matrix equation

جس سے

$$\mathbf{V}=\mathbf{G}^{-1}\mathbf{I}$$

حاصل ہوتا ہے لہٰذا

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} i_A \\ -i_B \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

لکھا جائے گا۔

آج کل کمپیوٹر کا زمانہ ہے۔کمپیوٹر کی مدد سے قالبی مساوات نہایت آسانی سے حل کئے جا سکتے ہیں۔آپ سے التماس ہے کہ کمپیوٹر پر قالبی مساوات حل کرنا سیکھیں۔

مثال 3.2: درج بالا مثال میں تمام دباو جوڑ کو مساوات 3.10 کی مدد سے حل کریں۔

حل: مساوات 3.10 میں دی معلومات پر کرتے ہوئے لکھتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{2400} & -\frac{1}{6000} \\ -\frac{1}{6000} & \frac{1}{1500} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0.002 \\ -0.005 \end{bmatrix}$$

قالب $\mathbf{G}$ کا ریاضی معکوس $\mathbf{G}^{-1}$ حاصل کرنے کی خاطر $\mathbf{G}$ کا شریک قالب $\mathbf{G}_{\text{شریک}}$

$$\mathbf{G}_{\text{شریک}}=\begin{bmatrix} \frac{1}{1500} & \frac{1}{6000} \\ \frac{1}{6000} & \frac{1}{2400} \end{bmatrix}$$

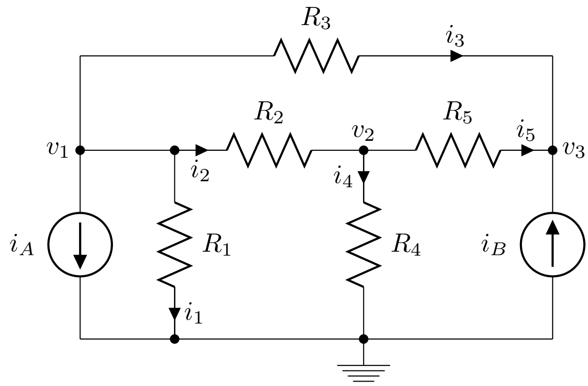
اور قالب کی حتمی قیمت

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \frac{1}{2400} & -\frac{1}{6000} \\ -\frac{1}{6000} & \frac{1}{1500} \end{vmatrix} &= \left(\frac{1}{2400}\right)\left(\frac{1}{1500}\right)-\left(-\frac{1}{6000}\right)\left(-\frac{1}{6000}\right) \\ &= \frac{1}{4\times10^6} \end{aligned}$$

درکار ہوں گے۔یوں

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} &= 4\times10^6\begin{bmatrix} \frac{1}{1500} & \frac{1}{6000} \\ \frac{1}{6000} & \frac{1}{2400} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.002 \\ -0.005 \end{bmatrix} \\ &= 4\times10^6\begin{bmatrix} 0.5\times10^{-6} \\ -1.75\times10^{-6} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں یعنی $v_1=2\,\text{V}$ اور $v_2=-7\,\text{V}$ ہیں۔



شکل 3.3: چار جوڑ کے دور سے تین عدد آزاد مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

آئیں شکل 3.3 کے کرخوف قانون رو کے مساوات لکھیں۔دور کے تمام شاخوں میں رو کی سمتیں چننی گئی ہیں۔نچلے جوڑ کو زمین چنا گیا ہے اور یہی حقیقت زمین کی علامت سے ظاہر کی گئی ہے۔دور میں کل چار $(J = 4)$ عدد جوڑ ہیں لہٰذا اس سے تین $(J - 1 = 3)$ عدد آزاد مساوات حاصل کئے جائیں گے۔پہلی جوڑ پر کرخوف قانون رو استعمال کرتے ہوئے

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_A = 0$$

لکھا جائے گا جہاں جوڑ سے خارج رو کو مثبت لکھا گیا ہے۔انفرادی شاخ کی رو کو قانون اوہم سے پُر کرتے ہوئے

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} + \frac{v_1 - v_3}{R_3} + i_A = 0$$

یعنی

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3} = -i_A \tag{3.11}$$

حاصل ہوتا ہے۔دوسرے جوڑ سے

$$-i_2 + i_4 + i_5 = 0$$

یعنی

$$-\left(\frac{v_1 - v_2}{R_2}\right) + \frac{v_2}{R_4} + \frac{v_2 - v_3}{R_5} = 0$$

یا

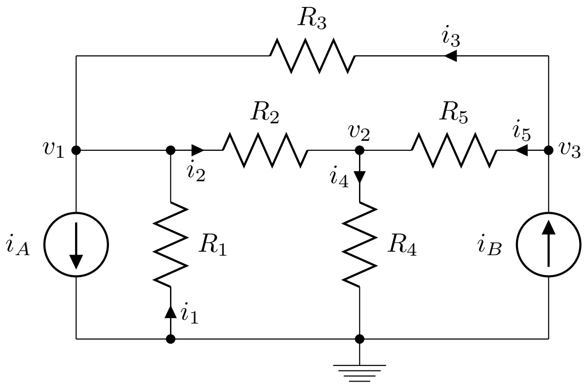
$$-\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) v_2 - \frac{v_3}{R_5} = 0 \tag{3.12}$$

حاصل ہوتا ہے۔تیسری جوڑ سے

$$-i_3 - i_5 - i_B = 0$$

یعنی

$$-\left(\frac{v_1 - v_3}{R_3}\right) - \left(\frac{v_2 - v_3}{R_5}\right) - i_B = 0$$



شکل 3.4: مزاحمتوں اور آزاد منبع رو کی قالبی مساوات رو کی چننی سمتوں پر منحصر نہیں۔

یا

$$-\frac{v_1}{R_3}-\frac{v_2}{R_5}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}\right)v_3=i_B \tag{3.13}$$

حاصل ہوتا ہے۔

مساوات 3.11، مساوات 3.12 اور مساوات 3.13 کو اکٹھے لکھتے ہوئے

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)v_1-\frac{v_2}{R_2}-\frac{v_3}{R_3}&=-i_A\\ -\frac{v_1}{R_2}+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)v_2-\frac{v_3}{R_5}&=0\\ -\frac{v_1}{R_3}-\frac{v_2}{R_5}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}\right)v_3&=i_B\end{aligned} \tag{3.14}$$

قالبی مساوات کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3}\\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5}\\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\ v_2\\ v_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-i_A\\ 0\\ i_B\end{bmatrix} \tag{3.15}$$

مندرجہ بالا مساوات کا دایاں بازو منبع رو سے جوڑ میں داخل رو دیتی ہے جبکہ اس کا بایاں بازو جوڑ سے خارجی رو دیتی ہے۔

شکل 3.3 کو دوبارہ شکل 3.4 میں پیش کیا گیا ہے جہاں i_1 ، i_3 اور i_5 کی سمتیں گزشتہ سمتوں کے الٹ چننی گئی ہیں۔ تین جوڑ کے مساوات درج ذیل لکھے جائیں گے۔

$$\begin{aligned}i_A-i_1+i_2-i_3&=0\\ -i_2+i_4-i_5&=0\\ i_3+i_5-i_B&=0\end{aligned}$$

شاخوں کی رو قانون اوہم سے پُر کرتے ہوئے درج بالا کو یوں لکھا جا سکتا ہے

$$
\begin{aligned}
i_A - \left(\frac{0-v_1}{R_1}\right) + \frac{v_1-v_2}{R_2} - \left(\frac{v_3-v_1}{R_3}\right) &= 0 \\
-\left(\frac{v_1-v_2}{R_2}\right) + \frac{v_2}{R_4} - \left(\frac{v_3-v_2}{R_5}\right) &= 0 \\
\frac{v_3-v_1}{R_3} + \frac{v_3-v_2}{R_5} - i_B &= 0
\end{aligned}
$$

جنہیں ترتیب دینے سے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)v_1 - \frac{v_2}{R_2} - \frac{v_3}{R_3} = -i_A \tag{3.16}$$

$$-\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)v_2 - \frac{v_3}{R_5} = 0 \tag{3.17}$$

$$-\frac{v_1}{R_3} - \frac{v_2}{R_5} + \left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}\right)v_3 = i_B \tag{3.18}$$

اس کو قالبی مساوات کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$
\begin{bmatrix}
\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3} \\
-\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} \\
-\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} -i_A \\ 0 \\ i_B \end{bmatrix}
\tag{3.19}
$$

مساوات 3.15 اور مساوات 3.19 بالکل یکساں ہیں۔یوں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ قالبی مساوات کا دارومدار شاخوں میں رو کی چننی گئی سمتوں پر منحصر نہیں ہوتا۔اس کتاب میں اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے ہم جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مساوات لکھتے ہوئے مزاحمتی شاخوں میں رو کی سمت جوڑ سے خارج ہوتی تصور کریں گے۔آئیں اس ترکیب کو شکل 3.5 کی مدد سے سمجھیں۔

شکل 3.5-الف میں پہلے جوڑ پر تمام مزاحمتی شاخوں کی رو خارجی تصور کرتے ہوئے کرخوف قانون رو کے تحت خارجی رو کا مجموعہ داخلی رو کے مجموعے کے برابر پُر کرنے سے

$$i_1 + i_2 = i_A \tag{3.20}$$

یعنی

$$\frac{v_1}{R_a} + \frac{v_a - v_b}{R_d} = i_A \tag{3.21}$$

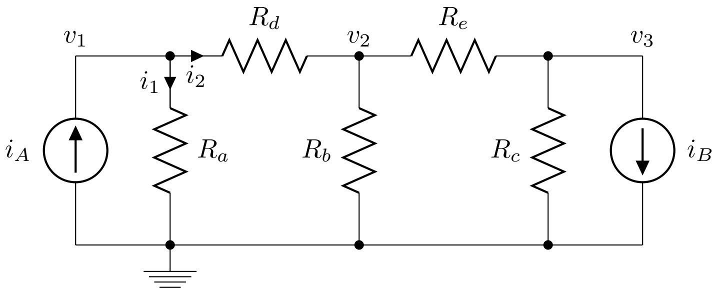
حاصل ہوتا ہے۔شکل 3.5-ب میں دوسرے جوڑ پر تمام مزاحمتی رو کی سمت خارجی تصور کی گئی ہیں یوں

$$i'_1 + i'_2 + i'_3 = 0 \tag{3.22}$$

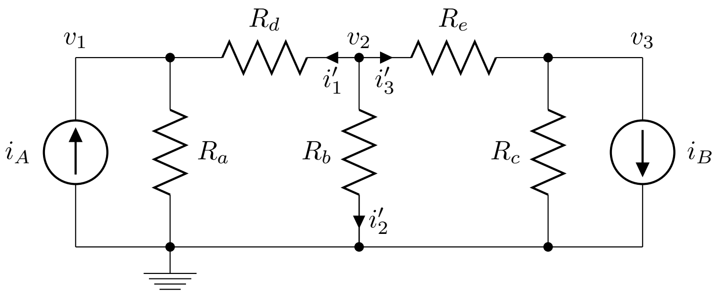
یعنی

$$\frac{v_2 - v_1}{R_d} + \frac{v_2}{R_b} + \frac{v_2 - v_3}{R_e} = 0 \tag{3.23}$$

لکھا جا سکتا ہے۔تیسرے جوڑ پر یہی ترکیب استعمال کرتے ہیں۔ہر جوڑ پر رو کی سمت شکل پر دکھانا ضروری نہیں ہے لہٰذا تیسرے جوڑ پر i''_1 اور i''_2 دکھانا ضروری نہیں ہے۔ساتھ ہی ساتھ ہر مرتبہ مساوات 3.20 اور مساوات 3.22 کے طرز پر مساوات لکھنے کی بھی ضرورت نہیں ہے بلکہ دل ہی دل میں



(الف)



(ب)

شکل 3.5: تمام جوڑ پر مزاحمتی شاخوں میں رو کی سمت جوڑ سے خارج ہوتی تصور کر سکتے ہیں۔

جوڑ پر تمام مزاحمتی شاخوں کی رو خارجی تصور کرتے ہوئے سیدھ و سیدھ مساوات 3.21 اور مساوات 3.23 کے طرز پر مساوات لکھے جا سکتے ہیں۔ تیسرے جوڑ پر ایسا ہی کرتے ہوئے درج ذیل مساوات لکھی جا سکتی ہے۔

$$\frac{v_3 - v_2}{R_e} + \frac{v_3}{R_c} + i_B = 0 \tag{3.24}$$

اس کتاب میں ہم مساوات 3.24 کی طرح جوڑ پر کرخوف قانون رو کے مساوات لکھیں گے۔

مساوات 3.19 اور مساوات 3.15 میں **قالبِ موصلیت**[3] $\mathbf{G}$ کے بالائی بائیں کونے سے نچلے دائیں کونے تک ترچھی لکیر کے بالائی اور نچلی اطراف پر یکساں رکن پائے جاتے ہیں۔ ایسا اتفاقی طور پر نہیں ہے بلکہ مزاحمتوں اور آزاد منبع رو پر مبنی کسی بھی دور کے $\mathbf{G}$ قالب کو تشاکل صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔ آئیں ان قالبوں پر مزید غور کریں۔

شکل 3.4 میں پہلے جوڑ کی دباو v_1، دوسرے جوڑ کی دباو v_2 اور تیسرے جوڑ کی دباو v_3 ہے۔ قالب میں بالائی یعنی پہلے صف کے رکن مساوات 3.16 سے حاصل کئے گئے۔ یہ مساوات پہلی جوڑ سے حاصل کی گئی ہے۔ اس جوڑ پر مزاحمت R_1، R_2 اور R_3 جڑے ہیں۔ ان مزاحمتوں کو متوازی جڑا تصور کرتے ہوئے مساوی مزاحمت R_{m1}

$$\frac{1}{R_{m1}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

سے حاصل کیا جا سکتا ہے جہاں $\frac{1}{R_{m1}}$ کو مساوی متوازی موصلیت G_{m1} کہا جاتا ہے۔ یوں قالب کے پہلے صف کا پہلا (بایاں) رکن پہلے جوڑ سے جڑے تمام مزاحمتوں کا مساوی متوازی موصلیت $\frac{1}{R_{m1}}$ ہے۔ اسی صف کا دوسرا رکن پہلے جوڑ اور دوسرے جوڑ کے مابین جڑے مزاحمت کی موصلیت کا منفی $-\frac{1}{R_2}$ کے برابر ہے۔ اسی طرح پہلے صف کا تیسرا رکن، پہلے جوڑ اور تیسرے جوڑ کے مابین جڑے موصلیت کے منفی $-\frac{1}{R_3}$ کے برابر ہے۔ قالب کے

[3] conductance matrix

دوسرے صف کے ارکان مساوات 3.17 سے حاصل کئے گئے۔اس صف کا پہلا رکن پہلے اور دوسرے جوڑ کے مابین مساوی متوازی موصلیت کے منفی $-\frac{1}{R_2}$ کے برابر ہے۔صف کا دوسرا رکن دوسرے جوڑ پر تمام مزاحمتوں کا مساوی متوازی موصلیت $\frac{1}{R_{m2}}$

$$\frac{1}{R_{m2}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

ہے جبکہ صف کا تیسرا رکن دوسرے اور تیسرے جوڑ کے مابین موصلیت کے منفی $-\frac{1}{R_3}$ کے برابر ہے۔قالب کا تیسرا صف بھی اسی طرح حاصل کیا جا سکتا ہے۔قالبی مساوات میں دائیں ہاتھ قالبِ رو[4] کے ارکان بالترتیب پہلے، دوسرے اور تیسرے جوڑ پر جڑے منبع رو سے جوڑ میں داخل ہوتی رو ہے۔منبع رو کی غیر موجودگی میں قالب کے رکن کو صفر لکھا جاتا ہے۔کسی بھی جوڑ پر ایک سے زیادہ منبع رو کی صورت میں جوڑ پر مجموعی داخلی رو، قالب کی رکن ہو گی۔پہلی جوڑ پر منبع کی رو i_A ہے جو جوڑ سے خارجی جانب ہے لہٰذا اسے قالب رو میں $-i_A$ لکھا گیا ہے۔دوسرے جوڑ پر کوئی منبع رو نسب نہیں لہٰذا قالب کا دوسرا رکن صفر ہے۔تیسرے جوڑ پر منبع i_B کی رو جوڑ میں داخل ہوتی ہے لہٰذا قالب رو کا تیسرا رکن i_B ہے۔

ان معلومات کی مدد سے مزاحمت اور منبع رو پر مبنی $J+1$ جوڑ کے دور کی قالبی مساوات دور کو دیکھ کر درج ذیل صورت میں لکھی جا سکتی ہے

$$\begin{bmatrix} +G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & \cdots & -G_{1J} \\ -G_{21} & +G_{22} & -G_{23} & \cdots & -G_{2J} \\ -G_{31} & -G_{32} & +G_{33} & \cdots & -G_{3J} \\ \vdots & & & & \\ -G_{J1} & -G_{J2} & -G_{J3} & \cdots & +G_{JJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_J \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

جہاں G_{nn} سے مراد جوڑ n کے ساتھ منسلک تمام مزاحمتوں کی مساوی متوازی موصلیت جبکہ G_{nm} سے مراد جوڑ n اور m کے مابین مزاحمت کی موصلیت ہے۔یہ مساوات لکھتے ہوئے جوڑ $J+1$ کو زمین چنا گیا ہے۔اگر جوڑ n اور جوڑ m کے مابین مزاحمت R_{nm} جڑی ہو تب جوڑ m اور جوڑ n کے مابین بھی یہی مزاحمت جڑی ہو گی لہٰذا آپ دیکھ سکتے ہیں کہ

$$G_{nm} = G_{mn} \tag{3.26}$$

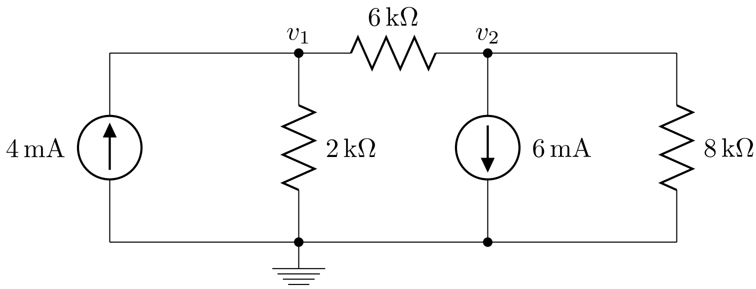
ہو گا اور یوں مساوات 3.25 کو درج ذیل صورت میں لکھا جا سکتا ہے

$$\begin{bmatrix} +G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & \cdots & -G_{1J} \\ -G_{12} & +G_{22} & -G_{23} & \cdots & -G_{2J} \\ -G_{13} & -G_{23} & +G_{33} & \cdots & -G_{3J} \\ \vdots & & & & \\ -G_{1J} & -G_{2J} & -G_{3J} & \cdots & +G_{JJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_J \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

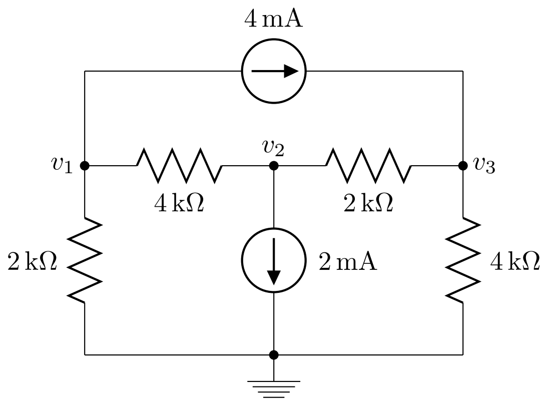
جس میں $\mathbf{G}$ کا قالب تشاکل ہے۔

مشق 3.1: شکل 3.6 میں v_1 اور v_2 پر کرخوف قانون رو کے مساوات لکھتے ہوئے دور کی قالبی مساوات حاصل کریں۔قالبی مساوات حل کرتے ہوئے نامعلوم دباو دریافت کریں۔

جوابات: $v_1 = 1\,\text{V}$ ، $v_2 = -20\,\text{V}$



شکل 3.6: مشق 3.1 کا دور۔



شکل 3.7: مشق 3.2 کا دور۔

مشق 3.2: شکل 3.7 کی قالبی مساوات لکھتے ہوئے نا معلوم دباو حاصل کریں۔

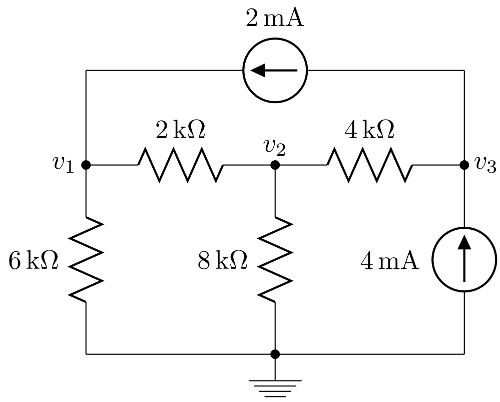
جوابات: $v_1 = -6\,\mathrm{V}$ ، $v_2 = -2\,\mathrm{V}$ ، $v_3 = 4\,\mathrm{V}$

مشق 3.3: شکل 3.8 کی قالبی مساوات لکھتے ہوئے نا معلوم دباو حاصل کریں۔

جوابات: $v_1 = 13.5\,\mathrm{V}$ ، $v_2 = 14\,\mathrm{V}$ ، $v_3 = 22\,\mathrm{V}$

---

[4] current matrix



شکل 3.8: مشق 3.3 کا دور۔

3.3 تابع منبع رو استعمال کرنے والے ادوار

گزشتہ حصے میں ہم نے دیکھا کہ غیر تابع منبع رو اور مزاحمتوں کے ادوار سے تشاکل قالب موصلیت حاصل ہوتے ہے۔ شکل 3.9 میں تابع منبع رو استعمال کی گئی ہے۔ ہم دیکھیں گے کہ اس کا G قالب غیر تشاکل ہو گا۔ اس دور کے تین جوڑوں سے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے

$$
\begin{aligned}
-\beta i_0 + \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} &= 0 \\
\frac{v_2 - v_1}{R_2} - i_A + \frac{v_2 - v_3}{R_4} &= 0 \\
\frac{v_3}{R_3} + \beta i_0 + \frac{v_3 - v_2}{R_4} &= 0
\end{aligned} \tag{3.28}
$$

جہاں

$$
i_0 = \frac{v_1}{R_1} \tag{3.29}
$$

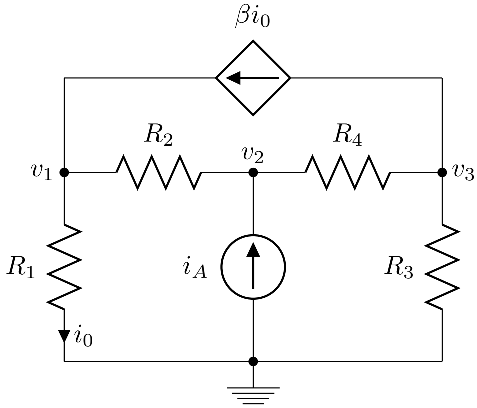
کے برابر ہے۔ مساوات 3.28 میں مساوات 3.29 پُر کرتے اور ترتیب دیتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتا ہے

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{\beta}{R_1}\right) v_1 - \frac{v_2}{R_2} &= 0 \\
-\frac{v_1}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right) v_2 - \frac{v_3}{R_4} &= i_A \\
\frac{\beta}{R_1} v_1 - \frac{v_2}{R_4} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) v_3 &= 0
\end{aligned} \tag{3.30}
$$

جسے قالبی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$
\begin{bmatrix}
\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{\beta}{R_1} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\
-\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\
\frac{\beta}{R_1} & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 \\ i_A \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.31}
$$

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ G قالب غیر تشاکل ہے۔



شکل 3.9: تابع منبع رو سے غیر تشاکل قالب موصلیت حاصل ہوتا ہے۔

مثال 3.3: شکل 3.9 میں تمام جوڑ پر برقی دباو حاصل کریں۔ معلومات درج ذیل ہیں۔

$$R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_2 = 4\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_3 = 1\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_4 = 2\,\mathrm{k\Omega}, \quad i_A = 10\,\mathrm{mA}, \quad \beta = 4$$

حل: درج بالا معلومات کو مساوات 3.31 میں پُر کرتے ہیں۔

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2000}+\frac{1}{4000}-\frac{4}{2000} & -\frac{1}{4000} & 0 \\ -\frac{1}{4000} & \frac{1}{4000}+\frac{1}{2000} & -\frac{1}{2000} \\ \frac{\beta}{2000} & -\frac{1}{2000} & \frac{1}{1000}+\frac{1}{2000} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.01 \\ 0 \end{bmatrix}$$

اس قالبی مساوات کو حل کرتے ہوئے اور یا تینوں ہمزاد مساوات کو کسی بھی طریقے سے حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

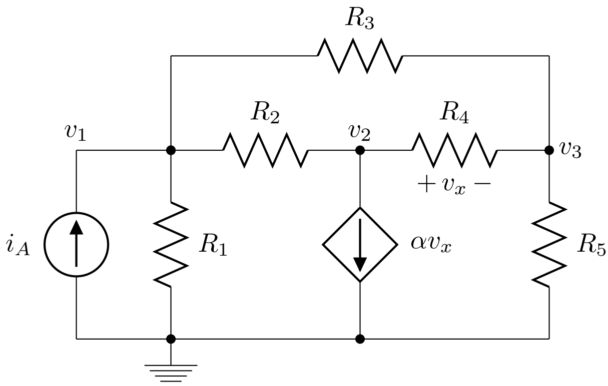
$$\begin{aligned} v_1 &= -4\,\mathrm{V} \\ v_2 &= 20\,\mathrm{V} \\ v_3 &= 12\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

مثال 3.4: شکل 3.10 میں تمام نا معلوم دباو حاصل کریں۔ دیگر معلومات درج ذیل ہیں۔

$$R_1 = 4\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_2 = 8\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_3 = 12\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_4 = 6\,\mathrm{k\Omega}, \quad R_5 = 2\,\mathrm{k\Omega}$$
$$i_A = 1\,\mathrm{mA}, \quad \alpha = 0.002$$

حل: تمام جوڑ پر خارجی رو تصور کرتے ہوئے مساوات لکھتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} + \frac{v_1 - v_3}{R_3} &= i_A \\ \frac{v_2 - v_1}{R_2} + \alpha v_x + \frac{v_2 - v_3}{R_4} &= 0 \\ \frac{v_3 - v_1}{R_3} + \frac{v_3 - v_2}{R_4} + \frac{v_3}{R_5} &= 0 \end{aligned}$$



شکل 3.10: مثال 3.4 کا دور۔

اس میں $v_x = v_2 - v_3$ پُر کرتے اور مساوات کے اجزاء کو ترتیب دیتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)v_1-\frac{v_2}{R_2}-\frac{v_3}{R_3}&=i_A\\
-\frac{v_1}{R_2}+\left(\frac{1}{R_2}+\alpha+\frac{1}{R_4}\right)v_2-(\alpha+\frac{1}{R_4})v_3&=0\\
-\frac{v_1}{R_3}-\frac{v_2}{R_4}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)v_3&=0
\end{aligned}
$$

دی گئی معلومات پُر کرتے ہیں

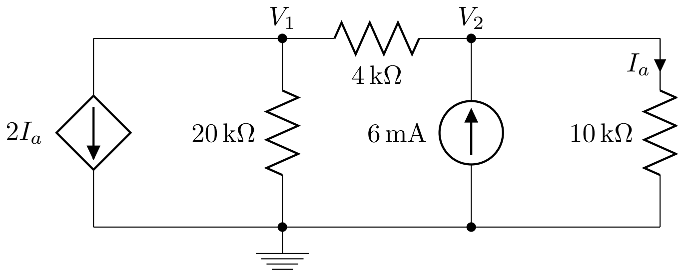
$$
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{4000}+\frac{1}{8000}+\frac{1}{12000}\right)v_1-\frac{v_2}{8000}-\frac{v_3}{12000}&=0.001\\
-\frac{v_1}{8000}+\left(\frac{1}{8000}+0.002+\frac{1}{6000}\right)v_2-(0.002+\frac{1}{6000})v_3&=0\\
-\frac{v_1}{12000}-\frac{v_2}{6000}+\left(\frac{1}{12000}+\frac{1}{6000}+\frac{1}{2000}\right)v_3&=0
\end{aligned}
$$

تینوں ہمزاد مساواتوں کو 1000 سے ضرب دیتے ہوئے درج ذیل لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
\frac{11v_1}{24}-\frac{v_2}{8}-\frac{v_3}{12}&=1\\
-\frac{v_1}{8}+\frac{55v_2}{24}-\frac{13v_3}{6}&=0\\
-\frac{v_1}{12}-\frac{v_2}{6}+\frac{3v_3}{4}&=0
\end{aligned}
$$

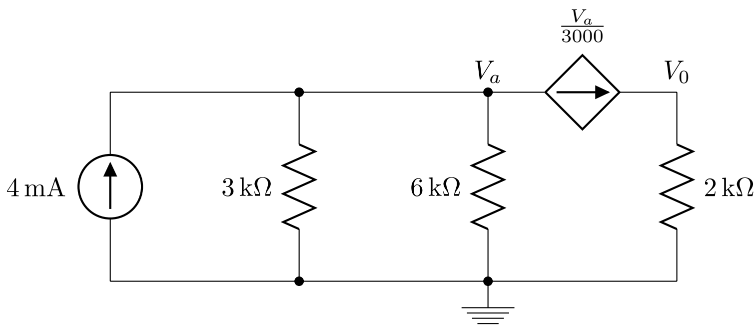
انہیں حل کرتے ہوئے درج ذیل حاصل ہوتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
v_1&=2.38\,\mathrm{V}\\
v_2&=0.48\,\mathrm{V}\\
v_3&=0.37\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$



!h

شکل 3.11: مشق 3.4 کا دور۔



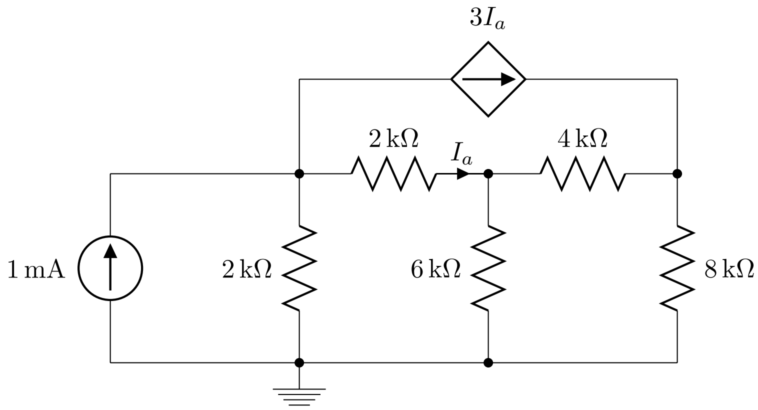
!h

شکل 3.12: مشق 3.5 کا دور۔

مشق 3.4: شکل 3.11 میں نامعلوم دباو جوڑ V_1 اور V_2 دریافت کریں۔

مشق 3.5: شکل 3.12 میں نامعلوم دباو جوڑ V_0 دریافت کریں۔

مشق 3.6: شکل 3.13 میں نامعلوم دباو جوڑ V_0 دریافت کریں۔



!h

شکل 3.13: مشق 3.6 کا دور۔

3.4 غیر تابع منبع دباو استعمال کرنے والے ادوار

گزشتہ حصوں کی طرح اس حصے کو بھی سادہ ترین مثال سے شروع کرتے ہیں۔ بعد میں بتدریج مشکل مثال پیش کئے جائیں گے۔ سب سے پہلے ایک مثال کی مدد سے ایسے دور پر غور کرتے ہیں جس میں غیر تابع منبع دباو کا ایک سرا برقی زمین کے ساتھ جڑا ہو۔ ایسے ادوار نسبتاً آسانی سے حل ہوتے ہیں۔

مثال 3.5: شکل 3.14-الف کے دور میں دو عدد غیر تابع منبع دباو استعمال کئے گئے ہیں۔ دونوں منبع زمین کے ساتھ جڑے ہیں۔ بالائی بایاں جوڑ $10\,\mathrm{V}$ منبع دباو کے مثبت سرے کے ساتھ جڑا ہے جبکہ بالائی دایاں جوڑ $20\,\mathrm{V}$ منبع دباو کے منفی سرے کے ساتھ جڑا ہے لہٰذا

$$V_1 = 10\,\mathrm{V}$$
$$V_2 = -20\,\mathrm{V}$$

ہیں۔ بالائی درمیانے جوڑ پر کرخوف قانون رو کی مدد سے

$$\frac{V_2-10}{5000}+\frac{V_2}{10000}+\frac{V_2-(-20)}{20000}=0$$

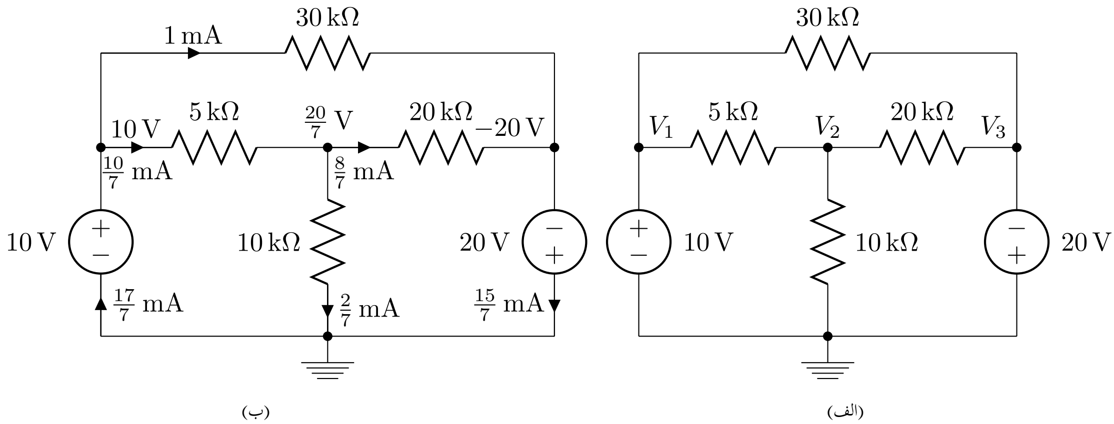
لکھا جا سکتا ہے جس سے

$$V_2=\frac{20}{7}\,\mathrm{V}$$

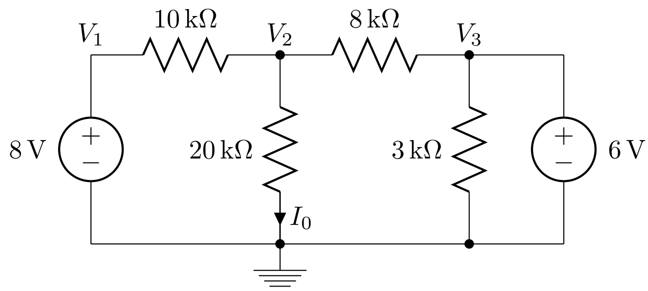
حاصل ہوتا ہے۔

دباو جوڑ جاننے کے بعد تمام پرزوں میں رو دریافت کی جا سکتی ہے۔ یوں بالترتیب $5\,\mathrm{k\Omega}$ ، $10\,\mathrm{k\Omega}$ ، $20\,\mathrm{k\Omega}$ اور $30\,\mathrm{k\Omega}$ کے مزاحمتوں میں اوہم کے قانون سے درج ذیل رو حاصل ہوتے ہیں

$$\frac{V_1-V_2}{5000}=\frac{10-\frac{20}{7}}{5000}=\frac{10}{7}\,\mathrm{mA}$$
$$\frac{V_2}{10000}=\frac{\frac{20}{7}}{10000}=\frac{2}{7}\,\mathrm{mA}$$
$$\frac{V_2-V3}{20000}=\frac{\frac{20}{7}-(-20)}{20000}=\frac{8}{7}\,\mathrm{mA}$$
$$\frac{V_1-V_3}{30000}=\frac{10-(-20)}{30000}=1\,\mathrm{mA}$$



شکل 3.14: مثال 3.5 کا دور۔



شکل 3.15: مشق 3.7 کا دور۔

جہاں تمام رو کی سمتیں بائیں سے دائیں جانب ہیں۔جوڑ V_1 پر کرخوف قانون رو سے $10\,\mathrm{V}$ منبع کی خارجی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

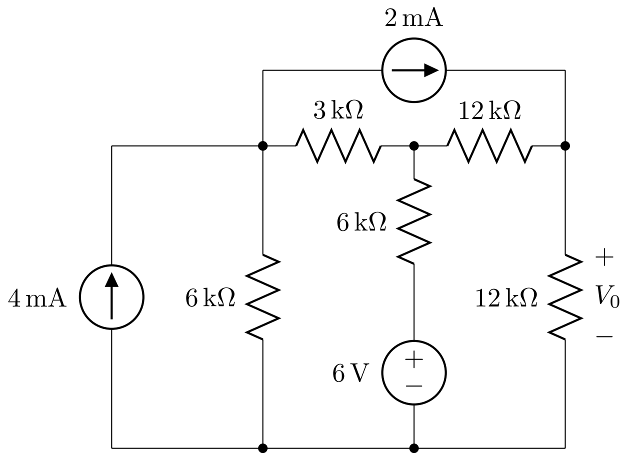
$$I_{10\,\mathrm{V}} = \frac{10}{7}\,\mathrm{mA} + 1\,\mathrm{mA} = \frac{17}{7}\,\mathrm{mA}$$

اسی طرح دائیں منبع دباو کے منفی سرے پر داخلی رو یا مثبت سرے سے خارجی رو درج ذیل حاصل ہوتی ہے۔

$$I_{20\,\mathrm{V}} = \frac{8}{7}\,\mathrm{mA} + 1\,\mathrm{mA} = \frac{15}{7}\,\mathrm{mA}$$

حاصل کردہ تمام رو کو شکل 3.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔

مشق 3.7: شکل 3.15 میں I_0 حاصل کریں۔



شکل 3.16: مشق 3.8 کا دور۔

مشق 3.8: شکل 3.16 میں V_0 دریافت کریں۔یاد رہے کہ آپ کسی بھی جوڑ کو برقی زمین چن سکتے ہیں۔

آئیں اب ایسے دور کو حل کریں جس میں منبع دباو برقی زمین سے ہٹ کر دو جوڑوں کے درمیان جڑا ہو۔

مثال 3.6: شکل 3.17 میں $10\,\mathrm{V}$ کا منبع دباو زمین سے ہٹ کر دو جوڑوں کے درمیان نسب ہے۔گزشتہ تمام مثالوں میں جوڑ پر رو یا تو منبع رو سے اخذ کی جا سکتیں تھیں اور یا انہیں مزاحمتی شاخ پر قانون او ہم لاگو کرتے ہوئے اخذ کیا جا سکتا تھا۔موجودہ شکل میں جوڑ V_1 اور V_2 کے درمیان نہ تو منبع رو نسب ہے اور نہ ہی مزاحمت لہٰذا گزشتہ ترکیب یہاں قابل استعمال نہیں ہیں۔آپ سے گزارش ہے کہ یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ دس وولٹ منبع دباو کی رو گزشتہ ترکیبوں سے دریافت نہیں کی جا سکتی۔

اب منبع دباو کی رو ہم نہ تو جانتے ہیں اور نہ ہی اسے کسی مساوات سے ظاہر کر سکتے ہیں لہٰذا جوڑ V_1 اور V_2 پر کرخوف قانون رو کے مساوات لکھنا ممکن نہیں ہے۔آپ جانتے ہیں کہ J متغیرات معلوم کرنے کی خاطر J ہمزاد مساوات درکار ہیں۔آئیں دیکھیں کہ جوڑ V_1 اور V_2 پر کرخوف قانون رو نہ لکھ پانے کے باوجود ہم اتنی تعداد میں مساوات کس طرح لکھ پائیں گے۔

شکل 3.17-الف کو دیکھ کر

$$V_2 - V_1 = 10 \tag{3.32}$$

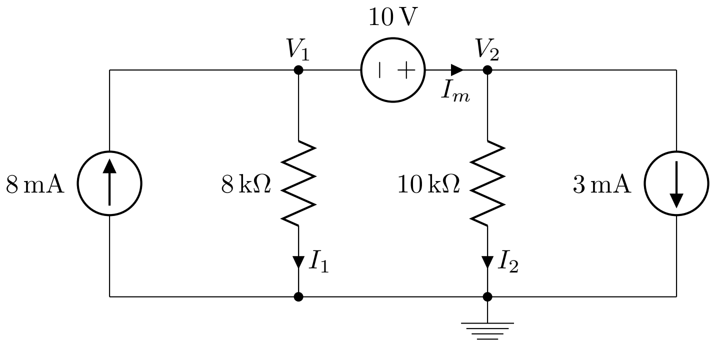
لکھا جا سکتا ہے۔اس کے علاوہ اسی شکل میں دکھائے شاخوں کے برقی رو استعمال کرتے ہوئے ہم درج ذیل لکھ سکتے ہیں۔

$$-8\,\mathrm{mA} + I_1 + I_m = 0 \tag{3.33}$$

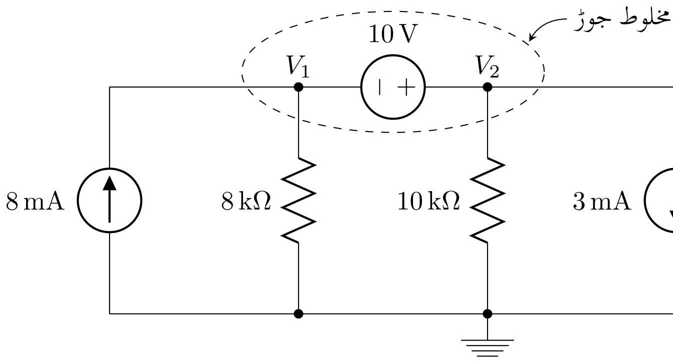
$$-I_m + I_2 + 3\,\mathrm{mA} = 0 \tag{3.34}$$

مساوات 3.33 اور مساوات 3.34 کے مجموعہ

$$-5\,\mathrm{mA} + I_1 + I_2 = 0 \tag{3.35}$$



(الف)



(ب)

شکل 3.17: مثال 3.6 کا دور۔

میں قانون اوہم کے استعمال سے درج ذیل حاصل ہوتا ہے۔

$$-8\,\mathrm{mA}+\frac{V_1}{8\,\mathrm{k\Omega}}+\frac{V_2}{10\,\mathrm{k\Omega}}+3\,\mathrm{mA}=0 \tag{3.36}$$

مساوات 3.32 اور مساوات 3.36 درکار ہمزاد مساوات ہیں جنہیں حل کرنے سے

$$V_1 = 240\,\mathrm{V}$$
$$V_2 = 250\,\mathrm{V}$$

حاصل ہوتے ہیں۔

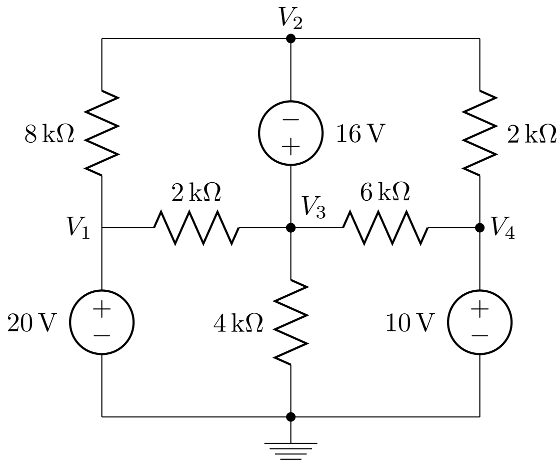
ہم پہلے دیکھ چکے ہیں کہ کسی بھی جوڑ پر کرخوف قانون رو لکھتے ہوئے تمام مزاحمتی شاخوں میں رو کی سمت خارجی تصور کی جا سکتی ہے۔یہاں اس بات کا خیال رکھنا ضروری ہے کہ دو جوڑوں کے مابین نسب منبع دباو کی رو کو دونوں جوڑوں پر خارجی تصور نہیں کیا جا سکتا۔منبع دباو کے رو کی کوئی بھی سمت چننے کے بعد دونوں جوڑوں پر کرخوف قانون رو لکھتے ہوئے منبع دباو کے رو کی سمت چننی گئی سمت ہی تصور کی جائے گی۔

مساوات 3.36 کے حصول میں ہمیں مساوات 3.33، مساوات 3.34 اور مساوات 3.35 بھی لکھنے پڑھ گئے۔آئیں ان اضافی مساوات کے لکھنے سے چھٹکارا حاصل کریں۔

شکل 3.17-ب میں زمین سے ہٹ کر دو جوڑوں کے مابین نسب منبع دباو کے گرد نقطہ دار دائرہ کھینچا گیا ہے۔اس بند دائرے کو **مخلوط جوڑ**[5] کہا جاتا ہے۔آپ جانتے ہیں کہ کرخوف قانون رو بند دائرے پر بھی لاگو ہوتا ہے لہٰذا اس بند دائرے میں مجموعی داخلی رو اور مجموعی خارجی رو برابر ہوں گے۔شکل-ب میں مخلوط جوڑ سے تمام مزاحمتی شاخوں کے رو کی سمت خارجی تصور کرتے ہوئے

$$-8\,\mathrm{mA}+\frac{V_1}{8\,\mathrm{k\Omega}}+\frac{V_2}{10\,\mathrm{k\Omega}}+3\,\mathrm{mA}=0 \tag{3.37}$$

[5] super node



شکل 3.18

لکھا جا سکتا ہے جو مساوات 3.36 ہی ہے۔ یاد رہے کہ دور حل کرنے کی خاطر مخلوط جوڑ کے دونوں جانب دباو کا تعلق

$$V_2 - V_1 = 10 \tag{3.38}$$

بھی درکار ہے۔

مثال 3.7:
