عددی ادوار

تخلیق و تجزیہ

خالد خان یوسفزئی

نصابی کتاب برائے برقی انجنیئرنگ

عددی ادوار

تخلیق و تجزیہ

خالد خان یوسفزئی

کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد

khalidyousafzai@comsats.edu.pk

دیباچہ

یہ کتاب اس عزم سے لکھی گئی ہے کہ یہ ایک دن برقی انجنیئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر پڑھائی جائے گی۔امید کی جاتی ہے کہ اب بھی طلبہ و طالبات اس سے استفادہ حاصل کر سکیں گے۔

میں ڈاکٹر محمد اشرف عطا (ہلالِ امتیاز، ستارہِ امتیاز) کا خصوصی طور پر نہایت مشکور و ممنون ہوں جنہوں نے اپنے مصروفیات سے وقت نکال کر اس کتاب کو پڑھ کر نہ صرف درست کیا بلکہ بہت سارے تکنیکی اصطلاحات بھی فراہم کئے۔میں امید رکھتا ہوں کہ مجھے آئندہ بھی ان کی مدد حاصل ہو گی۔

میں یہاں کامسیٹ کے طلبہ و طالبات کا بھی شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جنہوں نے اس کتاب کو بار بار پڑھ کر غلطیوں کی نشاندہی کی۔

اس کتاب کو دو طرح ترتیب دیا گیا ہے۔پہلی قسم کمپیوٹر کے سکرین پر پڑھنے کے لئے ہے اور دوسری کتاب کی شکل میں چھپائی کے لئے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ وہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچائیں اور اس میں غلطیوں کی نشاندہی میرے ای میل پتہ پر کریں۔

خالد خان یوسفزئی

5 فروری 2013

میری پہلی کتاب (برقی آلات) کا دیباچہ

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

پاکستان میں اعلٰی تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ حاصل کر سکتے ہیں۔

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ حاصل کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان ازخود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھر پور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔میرے لئے اردو میں ایک صفہ بھی لکھنا ناممکن تھا۔آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب میں استعمال تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دھیان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

کتاب میں بین الاقوامی نظامِ اکائی استعمال کی گئ ہے۔اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظامِ تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔یوں اردو میں

لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجنیئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔اردو زبان میں الیکٹریکل انجنیئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای-میل پر کریں۔میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی ڈلی ہیں البتہ اسے درست بنانے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

میں یہاں کامسیٹ یونیورسٹی اور ہائر ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

خالد خان یوسفزئی

28 اکتوبر 2011

عنوان

1 ثنائی نظام

1.1 اعشاری نظامِ گنتی

عام زندگی میں اعشاری نظامِ گنتی [1] استعمال ہوتا ہے جو 0 تا 9 کے ہندسوں پر مبنی ہے۔کسی بھی گنتی کے نظام میں کل علامات کی تعداد کو اس نظام کا اساس [2] کہتے ہیں۔اعشاری نظام میں 0 تا 9 یعنی دس علامات ہیں۔یوں اعشاری نظام کا اساس دس (10) ہے لہٰذا اعشاری نظام کو اساس-10 [3] کا نظام کہتے ہیں۔

مساوات 1.1 میں 538.72 کا عدد اعشاری نظام میں لکھتے ہوئے اس کی دائیں جانب نیچے کر کے چھوٹی لکھائی میں 10 لکھا گیا ہے۔یہ اس بات کی یاد دہانی کراتا ہے کہ یہ عدد اساس-دس کے نظام میں لکھا گیا ہے۔اس کتاب میں چونکہ مختلف نظامِ گنتی استعمال ہوں گے لہٰذا جہاں متن سے واضح نہ ہو وہاں اعداد کے ساتھ ان کا اساس اسی طرح لکھا جائے گا۔

$$538.72_{10} \tag{1.1}$$

اس نظام میں اعشاریہ کے بائیں جانب پہلا ہندسہ اکائی وزن رکھتا ہے، دوسرا دہائی، تیسرا سینکڑا وغیرہ۔یوں مساوات 1.2 میں دئے گئے ہندسوں میں 8 کا مطلب $8\times10^0=8\times1=8_{10}$ ہی ہے جبکہ 3 کا مطلب $3\times10^1=30_{10}$ اور 5 کا مطلب $5\times10^2=500_{10}$ ہے۔اسی طرح اعشاریہ کے دائیں جانب پہلے کسری

1 decimal system

2 base

3 base-10

ہندسے کا وزن ایک بٹہ دس ہے، دوسرے کسری ہندسے کا ایک بٹہ سو اور تیسرے کسری ہندسے کا ایک بٹہ ہزار وغیرہ۔لہٰذا اس عدد میں 7 دراصل $7\times10^{-1}=0.7_{10}$ ہے جبکہ 2 دراصل $2\times10^{-2}=0.02_{10}$ ہے۔

$$538.72_{10}=\left(5\times10^{2}\right)+\left(3\times10^{1}\right)+\left(8\times10^{0}\right)+\left(7\times10^{-1}\right)+\left(2\times10^{-2}\right) \tag{1.2}$$

اسی بات کو عمومی طور پر یوں لکھ سکتے ہیں

$$\begin{aligned}&\cdots a_2\times10^2+a_1\times10^1+a_0\times10^0+a_{-1}\times10^{-1}+a_{-2}\times10^{-2}\cdots\\&=\left(\cdots a_2\,a_1\,a_0\cdot a_{-1}\,a_{-2}\cdots\right)_{10}\end{aligned} \tag{1.3}$$

اگر عدد 538.72_{10} کو x کا نام دیا جائے تو شکل 1.1 میں اس عدد کے مختلف ہندسوں کو پکارنے کا طریقہ دکھایا گیا ہے جس کے تحت 5 کو x_2 جبکہ 3 کو x_1 کہیں گے، وغیرہ وغیرہ۔

$$x = 538.72_{10}$$

$$x = x_2 \, x_1 \, x_0 \, . \, x_{-1} \, x_{-2}$$

$$x_2 = 5$$
$$x_1 = 3$$
$$x_0 = 8$$
$$x_{-1} = 7$$
$$x_{-2} = 2$$

شکل 1.1: کسی بھی عدد میں اس کے ہندسوں کو پکارنے کا طریقہ

اس طرح کسی بھی عدد میں بائیں جانب والے ہندسے کا **رتبہ**[4] دائیں جانب والے ہندسے سے بلند ہوتا ہے۔مساوات 1.1 میں 5 **بلند تر رتبہ والا ہندسہ**[5] ہے جبکہ 2 **کم تر رتبہ والا ہندسہ**[6] ہے۔

مساوات 1.4 میں سات کو تین مختلف طریقوں سے لکھا گیا ہے۔عام زندگی میں سات کو مساوات کی پہلی طرز پر لکھا جاتا ہے۔یوں کاغذ پر لکھتے ہوئے کسی بھی عدد کے بائیں جانب صفر نہیں لکھے جاتے اور اس جانب کاغذ کو خالی چھوڑا جاتا ہے۔یہاں یہ بات سمجھنا ضروری ہے کہ عام زندگی میں اعداد لکھتے وقت ان کی لمبائی یا ان میں کُل

---

4 significance

5 highest significant digit

6 lowest significant digit

ہندسوں کی تعداد پہلے سے متعین نہیں کی جاتی۔کمپیوٹر میں چیزیں قدرِ مختلف ہیں جہاں صرف صفر (0) اور ایک (1) کا وجود ممکن ہے۔کسی مقام پر اگر (1) نہیں لکھا ہو تو اس پر (0) لکھا ہوتا ہے۔یوں کسی بھی عدد کے بائیں جانب خالی جگہ کا کمپیوٹر میں کوئی مطلب نہیں۔یہاں یا تو (0) اور یا پھر (1) کا ہونا ضروری ہے۔کمپیوٹر میں ہر قسم کی معلومات لکھنے سے پہلے اس بات کا فیصلہ کیا جاتا ہے کہ اسے لکھنے کی خاطر کتنی جگہ درکار ہو گی۔یوں اگر کسی عدد کو لکھنے کی خاطر تین ہندسوں کے لکھے جانے کے برابر جگہ تعین کی گئی ہو تو اس تمام جگہ کو ہر صورت استعمال کیا جائے گا او یوں صرف 7 لکھنے کی بجائے اسے 007 لکھا جائے گا۔

$$
\begin{aligned}
&7_{10}\\
&07_{10}\\
&007_{10}
\end{aligned}
\tag{1.4}
$$

اعشاری نظام میں گنتی 0_{10} سے شروع ہوتی ہے اور بتدریج بڑھتے ہوئے 9_{10} تک پہنچتی ہے۔ اس دوران دہائی، سینکڑا وغیرہ کے مقام پر صفر رہتا ہے اور انہیں عام طور نہیں لکھا جاتا۔گنتی 9 تک پہنچنے کے بعد دہائی یعنی 10^1 وزن رکھنے والے مقام پر 0 کی بجائے 1 لکھا جاتا ہے اور اکائی یعنی 10^0 وزن رکھنے والے مقام پر دوبارہ 0 سے 9 کی جانب گنتی شروع ہوتا ہے۔

اگر آپ کو اس پیراگراف کی سمجھ نہیں آئی تو اسے دوبارہ پڑھیں۔اس میں سادہ گنتی کی وضاحت کی گئی ہے۔

اعشاری نظام میں اگر اعداد کو ایک ہندسے تک محدود کر دیا جائے تو اس میں 0_{10} سے 9_{10} تک گنتی ممکن ہو گی۔اگر اعداد کو دو ہندسوں تک محدود کر دیا جائے، یعنی اس میں زیادہ سے زیادہ دو ہندسے ہوں، تو 00_{10} سے 99_{10} تک گنتی ممکن ہو گی، اسی طرح تین ہندسوں تک کے عدد استعمال کرنے سے 000_{10} سے

999_{10} تک گنتی کی جا سکتی ہے وغیرہ۔

1.2 ہشتمی نظامِ گنتی

ہشتمی نظام میں 0 تا 7 کے کُل آٹھ ہندسے ہوتے ہیں ۔اس نظام میں آٹھ ہندسے ہونے کی وجہ سے یہ اساس-آٹھ کا نظام ہے۔بالکل اعشاری نظام کی طرح، اس نظام میں اعداد لکھتے ہوئے اعشاریہ کے بائیں جانب پہلے ہندسے کا وزن $\left(8^0=1_{10}\right)$ ہے، دوسرے ہندسے کا $\left(8^1=8_{10}\right)$ ، تیسرے کا $\left(8^2=64_{10}\right)$ وغیرہ جبکہ اعشاریہ کے دائیں جانب پہلے کسری ہندسے کا وزن $\left(8^{-1}=0.125_{10}\right)$ ہے، دوسرے کسری ہندسے کا وزن $\left(8^{-2}=0.015625_{10}\right)$ ہو گا وغیرہ۔

$$
\begin{aligned}
538.72_8 &= \left(\left(5\times8^2\right)+\left(3\times8^1\right)+\left(8\times8^0\right)+\left(7\times8^{-1}\right)+\left(2\times8^{-2}\right)\right)_{10}\\
&= \left(\left(5\times64\right)+\left(3\times8\right)+\left(8\times1\right)+\left(7\times0.125\right)+\left(2\times0.015625\right)\right)_{10}\\
&= \left(320+24+8+0.875+0.03125\right)_{10}\\
&= \left(352.90625\right)_{10}
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

مساوات 1.13 کو ہشتمی نظامِ گنتی کے لئے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
&\cdots a_2\times8^2+a_1\times8^1+a_0\times8^0+a_{-1}\times8^{-1}+a_{-2}\times8^{-2}\cdots\\
&\qquad=\left(\cdots a_2\,a_1\,a_0\cdot a_{-1}\,a_{-2}\cdots\right)_8
\end{aligned}
\tag{1.6}
$$

مساوات 1.5 میں ہشتمی نظام میں دئے گئے عدد کو اعشاری نظام میں تبدیل کرنا دکھایا گیا ہے۔ہشتمی عدد کی دائیں جانب نیچے کر کے چھوٹی لکھائی میں 8 اس بات کی یاد دہانی کرتا ہے کہ یہ عدد ہشتمی نظام میں لکھا گیا ہے۔

اس نظام میں گنتی 0 سے شروع ہوتی ہے۔ 7 تک پہنچنے کے بعد 8^1 وزن رکھنے والے مقام پر 0 کی بجائے 1 لکھا جاتا ہے اور 8^0 وزن رکھنے والے مقام پر دوبارہ 0 سے 7 کی جانب گنتی شروع ہوتی ہے۔

1.3 ثنائی نظامِ گنتی

مائکروکنٹرولر کی دنیا میں ثنائی نظامِ گنتی استعمال ہوتا ہے۔ثنائی نظام میں صرف دو ہندسے یعنی 0 اور 1 استعمال ہوتے ہیں۔یوں یہ نظام اساس-دو کا نظامِ گنتی ہے۔

اس نظام میں گنتی 0 سے شروع ہوتی ہے۔ 1 تک پہنچنے کے بعد 2^1 وزن رکھنے والی مقام پر 0 کی بجائے 1 لکھا جاتا ہے اور 2^0 وزن رکھنے والی مقام پر دوبارہ 0 سے 1 کی جانب گنتی شروع ہوتی ہے۔اس نظام میں گنتی مساوات 1.7 میں دکھائی گئی ہے۔موازنہ کے لئے اعشاری گنتی بھی دی گئی ہے۔

$$
\begin{aligned}
0 &= 0 & 16 &= 10000\\
1 &= 1 & 17 &= 10001\\
2 &= 10 & 18 &= 10010\\
3 &= 11 & 19 &= 10011\\
4 &= 100 & 20 &= 10100\\
5 &= 101 & 21 &= 10101\\
6 &= 110 & 22 &= 10110\\
7 &= 111 & 23 &= 10111\\
8 &= 1000 & 24 &= 11000\\
9 &= 1001 & 25 &= 11001\\
10 &= 1010 & 26 &= 11010\\
11 &= 1011 & 27 &= 11011\\
12 &= 1100 & 28 &= 11100\\
13 &= 1101 & 29 &= 11101\\
14 &= 1110 & 30 &= 11110\\
15 &= 1111 & 31 &= 11111
\end{aligned}
\tag{1.7}
$$

اس نظام میں اعداد لکھتے ہوئے اعشاریہ کے بائیں جانب پہلے ہندسے کا وزن $\left(2^0=1_{10}\right)$ ہوتا ہے دوسرے ہندسے کا $\left(2^1=2_{10}\right)$ ، تیسرے کا $\left(2^2=4_{10}\right)$ وغیرہ جبکہ اعشاریہ کے دائیں جانب پہلے ہندسے کا وزن $\left(2^{-1}=0.5_{10}\right)$ ،دوسرے ہندسے کا وزن $\left(2^{-2}=0.25_{10}\right)$ وغیرہ ہوتا ہے۔

مساوات 1.3 کو ثنائی نظامِ گنتی کے لئے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}&\cdots b_2\times 2^2+b_1\times 2^1+b_0\times 2^0+b_{-1}\times 2^{-1}+b_{-2}\times 2^{-2}\cdots\\&=\left(\cdots b_2 b_1 b_0\cdot b_{-1} b_{-2}\cdots\right)_2\end{aligned}\tag{1.8}$$

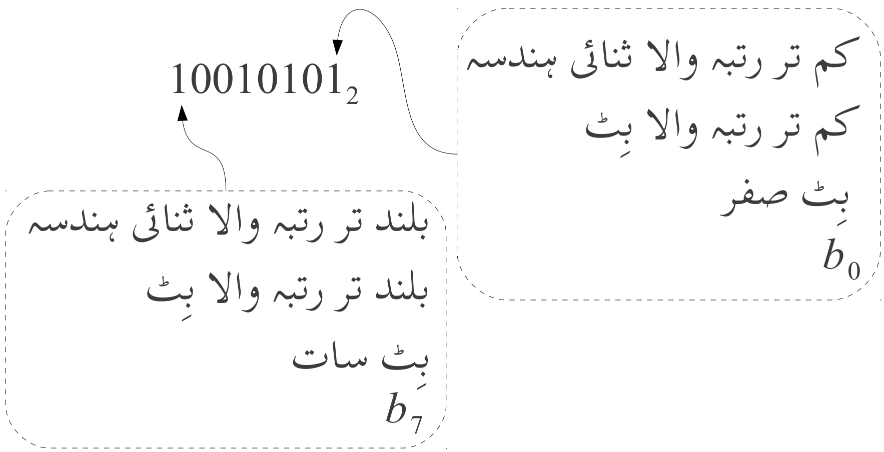
مساوات 1.9 میں ثنائی نظام میں دئے گئے عدد کو اعشاری نظام میں تبدیل کرنا دکھایا گیا ہے۔ ثنائی عدد کی دائیں جانب نیچے کر کے چھوٹی لکھائی میں 2 اس بات کی یاد دہانی کراتا ہے کہ یہ عدد ثنائی نظام میں لکھا گیا ہے۔

$$\begin{aligned}1011.1_2&=\left(\left(1\times 2^3\right)+\left(0\times 2^2\right)+\left(1\times 2^1\right)+\left(1\times 2^0\right)+\left(1\times 2^{-1}\right)\right)_{10}\\&=\left(\left(1\times 8\right)+\left(0\times 4\right)+\left(1\times 2\right)+\left(1\times 1\right)+\left(1\times 0.5\right)\right)_{10}\\&=\left(8+0+2+1+0.5\right)_{10}\\&=11.5_{10}\end{aligned}\tag{1.9}$$

شکل 1.2 میں کسی بھی ثنائی عدد کے ہندسوں کو پکارنے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔یوں شکل میں سب سے دائیں جانب ہندسے کو **کم تر رتبہ والا بِٹ** [7] یا **کم تر رتبہ والا ثنائی ہندسہ** یا **بِٹ صفر** یا **بِٹ** b_0 کہیں گے ۔ اس سے اگلے کو **بِٹ ایک** یا **بِٹ** b_1

7 least significant bit

اور اس سے اگلے کو **بِٹ دو** یعنی **بِٹ** b_2 وغیرہ جبکہ سب سے بائیں جانب ہندسے کو **بلند تر رتبہ والا ثنائی ہندسہ**[8] یا **بلند تر رتبہ والا بِٹ** یا **بِٹ سات** یا **بِٹ** b_7 کہیں گے۔



شکل 1.2: ***بلند تر رتبہ والا ہندسہ*** *اور* ***کم تر رتبہ والا ہندسہ***

اگر دئے گئے عدد میں اعشاریہ کے دائیں جانب کچھ نہ ہو تب اس عدد کو یوں بھی اعشاری نظام میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔

8 most significant bit

$$1011_2 = (8+2+1)_{10} = 11_{10} \tag{1.10}$$

دئے گئے عدد میں جہاں جہاں ہندسوں کی قیمت 1 ہے وہاں کے وزن جمع کر دئے گئے ہیں۔

چار ہندسوں کا عدد 0000_2 سے 1111_2 تک کی گنتی کے لئے استعمال ہو سکتا ہے۔اگر اس سے بڑا عدد لکھنا ہو تو چار سے زیادہ ہندسے استعمال کرنا ضروری ہو گا۔مائکرو کنٹرولر آٹھ ثنائی ہندسوں کے اعداد استعمال کرتا ہے۔ آٹھ ہندسوں کو استعمال کرتے $(00000000_2 = 0_{10})$ سے $(11111111_2 = 255_{10})$ تک کے اعداد ظاہر کئے جا سکتے ہیں۔

عام زندگی میں اعشاری نظامِ گنتی استعمال کرتے ہوئے اعداد لکھتے وقت ان کے بائیں جانب صفر نہیں لکھے جاتے یعنی 27_{10} کو 00027_{10} نہیں لکھا جاتا۔کمپیوٹر کی دنیا میں اعداد عموماً آٹھ ہندسوں پر مبنی ثنائی عدد کی صورت میں لکھے جاتے ہیں۔آٹھ سے کم ثنائی ہندسوں پر مبنی اعداد لکھتے وقت ان کے بائیں جانب صفریں لکھ کر انہیں آٹھ ہندسوں کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔یوں 27_{10} کو 101011_2 کی بجائے 00101011_2 لکھا جاتا ہے۔

1.4 اعشاری نظام سے ثنائی نظام میں تبادلہ

اعشاری نظام میں دئے گئے عدد کو ثنائی نظام میں لکھنے کی خاطر اس کے عدد کو بار بار 2 سے تقسیم کریں حتیٰ کہ یہ مزید تقسیم نہ ہو سکے۔ہر مرتبہ تقسیم کے بعد حاصل باقی ہوگا۔پہلے حاصل باقی کو ثنائی عدد کی سب سے کم وزن والے مقام پر لکھیں۔ اگلے حاصل باقی کو اس سے دگنے وزن کے مقام پر لکھیں۔اسی طرح آخری حاصل باقی کو عدد کے سب سے زیادہ وزن کے مقام پر لکھیں۔یوں حاصل شدہ عدد دئے گئے عدد کی ثنائی لکھائی ہوگی۔

یہ طریقہ استعمال کرتے ہوئے 121_{10} کو ثنائی لکھائی میں لکھتے ہیں۔

121 تقسیم 2=60+بقایا 1

60 تقسیم 2 =30+بقایا 0

30 تقسیم 2=15+بقایا 0

15 تقسیم 2=7 +بقایا 1

7 تقسیم 2=3+بقایا 1

3 تقسیم 2=1+بقایا 1

1 تقسیم 1=0+بقایا 1

اب سب سے آخری بقایا کو سب سے زیادہ وزن کی مقام پر اور سب سے پہلے بقایا کو سب سے کم وزن کے مقام پر لکھتے ہیں۔یوں حاصل ہوتا ہے 1111001_2 ۔

لہٰذا

$$121_{10}=1111001_2$$

ثنائی نظام سے اس عدد کو واپس اعشاری نظام میں منتقل کر کے ہم یہ یقین دہانی کر سکتے ہیں کہ یہی اصل جواب ہے۔ایسا کرتے ہوئے

$$1111001_2=2^6+2^5+2^4+2^3+2^0=64+32+16+8+1=121_{10}$$

اس طریقہ کار کو عموماً یوں لکھا جاتا ہے

2	121	
	60	1
	30	0
	15	0
	7	1
	3	1
	1	1
	0	1

کسی بھی عدد کے اعشاریہ کے بائیں جانب والے حصہ کو **حصہ صحیح**[9] کہتے ہیں جبکہ دائیں جانب والے حصہ کو **حصہ مسکور**[10] یا **کسری** کہتے ہیں۔یعنی

$$\overbrace{xxx}^{\text{حصہ صحیح}} \; . \underbrace{yyy}_{\text{حصہ مسکور}}$$

مثلاً 121.6875 میں 121 کو عدد صحیح اور 0.6875 کو عدد مسکور کہیں گے۔اس طرح کے اعشاری نظام میں دئے گئے عدد کے صحیح حصہ کو ثنائی نظام میں تبدیل کرنے کیلئے اسے اوپر دی گئی مثال کی طرح ہی حل کیا جاتا ہے البتہ حصہ مسکور کو مختلف طریقہ سے تبدیل کیا جاتا ہے۔دونوں حصوں کے جوابات کو آخر میں ایک ساتھ لکھ لیا جاتا ہے۔

حصہ مسکور کو یوں حل کیا جاتا ہے۔حصہ مسکور کو بار بار 2 سے ضرب

9 whole

10 fractional

دیں۔اگر حاصلِ ضرب میں اعشاریہ کے بائیں جانب 1 حاصل ہو تو اس 1 کو حاصلِ ضرب سے ہٹا کر اسے ثنائی عدد کے دائیں جانب منسلک کر دیں اور اگر حاصلِ ضرب میں اعشاریہ کے بائیں جانب 0 حاصل ہو تب ثنائی عدد کے دائیں جانب 0 منسلک کر دیں۔یہ عمل مثال سے دکھلاتے ہیں۔

	ثنائی نظام
$2\times0.6875=1.375$	0.1
$2\times0.3750=0.750$	0.10
$2\times0.7500=1.500$	0.101
$2\times0.5000=1.000$	0.1011

یوں $0.6875_{10}=0.1011_2$ اور اب دونوں جواب جمع کر کے

$$121.6875=111001.1011_2$$

کے برابر ہے۔

1.5 اساس سولہ (سادس عشری) کا نظامِ گنتی

اساس سولہ کے نظام میں اعداد کے سولہ علامتیں ہیں۔ان میں پہلی دس علامتیں 0 تا 9 ہیں اور بقایا بڑی لکھائی میں انگریزی حروفِ تہجی کے پہلے چھ حروف یعنی $ABCDEF$ ہیں۔ ان میں A دس کو ظاہر کرتا ہے یعنی $\left(A=10_{10}\right)$ جبکہ B گیارہ کو یعنی $\left(B=11_{10}\right)$ اور F پندرہ کو ظاہر کرتا ہے۔مساوات 1.11 میں مختلف نظامِ گنتی آمنے سامنے لکھے دکھائے گئے ہیں۔ان پر غور کریں اور انہیں اچھی طرح

سمجھیں۔انہیں بغیر سمجھے آگے مت بڑھیں۔

$$
\begin{aligned}
00_{10} &= 00_8 = 0000_2 = 0_{16}\\
01_{10} &= 01_8 = 0001_2 = 1_{16}\\
02_{10} &= 02_8 = 0010_2 = 2_{16}\\
03_{10} &= 03_8 = 0011_2 = 3_{16}\\
04_{10} &= 04_8 = 0100_2 = 4_{16}\\
05_{10} &= 05_8 = 0101_2 = 5_{16}\\
06_{10} &= 06_8 = 0110_2 = 6_{16}\\
07_{10} &= 07_8 = 0111_2 = 7_{16}\\
08_{10} &= 10_8 = 1000_2 = 8_{16}\\
09_{10} &= 11_8 = 1001_2 = 9_{16}\\
10_{10} &= 12_8 = 1010_2 = A_{16}\\
11_{10} &= 13_8 = 1011_2 = B_{16}\\
12_{10} &= 14_8 = 1100_2 = C_{16}\\
13_{10} &= 15_8 = 1101_2 = D_{16}\\
14_{10} &= 16_8 = 1110_2 = E_{16}\\
15_{10} &= 17_8 = 1111_2 = F_{16}
\end{aligned}
\tag{1.11}
$$

اس نظام میں اعداد لکھتے ہوئے دائیں جانب سے پہلے ہندسے کا وزن $\left(16^0=1\right)$ ہے دوسرے ہندسے کا $\left(16^1=16_{10}\right)$ ، تیسرے کا $\left(16^2=256_{10}\right)$ وغیرہ وغیرہ۔

$$
\begin{aligned}
3AC.8_{16} &= \left(3\times 16^{2}\right)_{10} + \left(10\times 16^{1}\right)_{10} + \left(12\times 16^{0}\right)_{10} + \left(8\times 16^{-1}\right)_{10} \\
&= \left(3\times 256\right)_{10} + \left(10\times 16\right)_{10} + \left(12\times 1\right)_{10} + \left(8\times 0.0625\right)_{10} \\
&= \left(768+160+12+0.5\right)_{10} \\
&= 940.5_{10}
\end{aligned} \tag{1.12}
$$

مساوات 1.12 میں سادس عشری یا اساس سولہ کے نظام میں دئے گئے عدد کو اعشاری نظام میں تبدیل کرنا دکھایا گیا ہے۔ایسا کرتے وقت $\left(A=10_{10}\right)$ اور $\left(C=12_{10}\right)$ لئے گئے ہیں۔

مساوات 1.3 کو اساس-سولہ کے لئے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
&\cdots a_2\times 16^{2}+a_1\times 16^{1}+a_0\times 16^{0}+a_{-1}\times 16^{-1}+a_{-2}\times 16^{-2}\cdots \\
&\quad=\left(\cdots a_2\, a_1\, a_0 \cdot a_{-1}\, a_{-2}\cdots\right)_{16}
\end{aligned} \tag{1.13}
$$

1.6 اساس-دو کا اساس-آٹھ میں تبادلہ

مساوات 1.14 میں 1101100.1_2 کا ثنائی عدد بائیں جانب دیا گیا ہے۔اس ثنائی عدد کو اساس آٹھ میں لکھنے کی خاطر پہلے اس کو اعشاریہ سے شروع کرتے ہوئے اعشاریہ کے دونوں جانب تین تین ہندسوں کے گروہ میں لکھیں۔اعشاریہ کے بائیں جانب اگر آخر میں تین ہندسوں کا گروہ پورا نہ ہو تو عدد کے بائیں جانب صفریں لگا کر تین ہندسوں کا گروہ پورا کریں۔اسی طرح اعشاریہ کے دائیں جانب اگر آخر میں تین ہندسوں کا گروہ پورا نہ ہو تو عدد کے دائیں جانب صفریں لگا کر تین ہندسوں کا گروہ پورا کریں۔اب مساوات 1.11 کی مدد سے ان تین تین کے گروہ کی جگہ ان کا مساوی اساس آٹھ کا ہندسہ لکھیں۔ مساوات 1.14 میں یوں دائیں جانب سے دو مقام پر 100_2 کی جگہ 4_8 لکھا گیا ہے، 101_2 کی جگہ 5_8 اور 001_2 کی جگہ 1_8 لکھا گیا ہے۔یوں یہ عدد اساس آٹھ میں 154.4_8 لکھا جائے گا۔یاد رہے کہ ایسا کرتے وقت اعشاریہ اپنی جگہ

برقرار رکھتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
1101100.1_2 &= (001 \quad 101 \quad 100 \;.\; 100)_2 \\
&= (1 \qquad 5 \qquad 4 \;.\; 4)_8 \\
&= 154.4_8
\end{aligned}
\tag{1.14}
$$

1.7 اساس-دو کا اساس-سولہ میں تبادلہ

ثنائی عدد کو اساس سولہ میں لکھنے کی خاطر ثنائی عدد کو اعشاریہ سے شروع کرتے ہوئے اعشاریہ کے دونوں جانب چار چار ہندسوں کے گروہ میں لکھیں۔اگر اعشاریہ کے بائیں جانب آخر میں چار ہندسوں کا گروہ پورا نہ ہو تو عدد کے بائیں جانب صفریں لگا کر چار ہندسے پورا کریں۔اسی طرح اگر اعشاریہ کے دائیں جانب آخر میں چار ہندسے پورے نہ ہوں تو عدد کے دائیں جانب صفر جوڑ کر چار ہندسے پورا کریں۔اب مساوات 1.11 کی مدد سے ان چار چار کے گروہ کی جگہ ان کا مساوی اساس سولہ کا ہندسہ لکھیں۔مساوات 1.15 میں یوں دائیں جانب سے 1000_2 کی جگہ 8_{16} لکھا گیا ہے، 1100_2 کی جگہ C_{16} لکھا گیا ہے اور 0110_2 کی جگہ 6_{16} لکھا گیا ہے۔یوں یہ عدد اساس سولہ میں $6C.8_{16}$ لکھا جائے گا۔ یہ سب کرتے وقت اعشاریہ اپنی جگہ برقرار رکھتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
1101100.1_2 &= (0110 \quad 1100 \;.\; 1000)_2 \\
&= (6 \qquad C \;.\; 8)_{16} \\
&= 6C.8_{16}
\end{aligned}
\tag{1.15}
$$

1.8 اساس-آٹھ اور اساس-سولہ سے اساس-دو میں تبادلہ

انہیں طریقوں کو الٹ استعمال کرتے ہوئے اساس آٹھ اور اساس سولہ کے اعداد با آسانی اساس-دو میں لکھے جا سکتے ہیں۔مساوات 1.16 میں اساس آٹھ اور مساوات 1.17 میں اساس سولہ کو ثنائی عدد کی شکل میں لکھنا دکھایا گیا ہے۔

$$
\begin{aligned}
372.5_8 &= (3 \quad 7 \quad 2 \quad . \quad 5)_8 \\
&= (011 \quad 111 \quad 010 \quad . \quad 101)_2 \\
&= 011111010.101_2
\end{aligned}
\tag{1.16}
$$

$$
\begin{aligned}
9A2F.7_{16} &= (9 \quad A \quad 2 \quad F \quad . \quad 7)_{16} \\
&= (1001 \quad 1010 \quad 0010 \quad 1111 \quad . \quad 0111)_2 \\
&= 1001101000101111.0111_2
\end{aligned}
\tag{1.17}
$$

مساوات 1.16 اور 1.17 کی آخری لکیروں میں ثنائی اعداد کو دیکھتے ہوئے بہت جلد انسان اکتا جاتا ہے البتہ انہیں مساوات میں جہاں ان اعداد کو گروہ کی شکل میں لکھا گیا ہے وہاں انہیں سمجھنا ممکن ہے۔

ایک ہندسے پر مبنی ثنائی عدد کو **ثنائی ہندسہ** یا **بِٹ**[11] کہتے ہیں۔ثنائی اعداد کو جب آٹھ ثنائی ہندسوں یعنی آٹھ **بِٹ** کے گروہ میں لکھا جائے تو اسے ایک **ہشتمی ثنائی عدد** یا ایک **بائٹ**[12] کہتے ہیں۔بائٹ کو عموماً دو چار چار ثنائی اعداد کی گروہ میں لکھا جاتا ہے۔یوں مساوات 1.17 میں دو بائٹ ہیں۔اسی مساوات کو الٹ چلاتے ہوئے یہ

11 ایک ثنائی ہندسے کو انگریزی میں bit کہتے ہیں

12 byte

واضح ہے کہ ہشتمی ثنائی عدد کو چار-چار ثنائی اعداد کے گروہ میں لکھ کر انہیں جلد اساس سولہ میں لکھا جا سکتا ہے۔

2 بنیادی حساب

ثنائی نظام میں حساب بالکل اسی طرح کیا جاتا ہے جس طرح اعشاری نظام میں۔ چند مثالوں کے مطالعہ سے بہتر وضاحت ہو گی۔

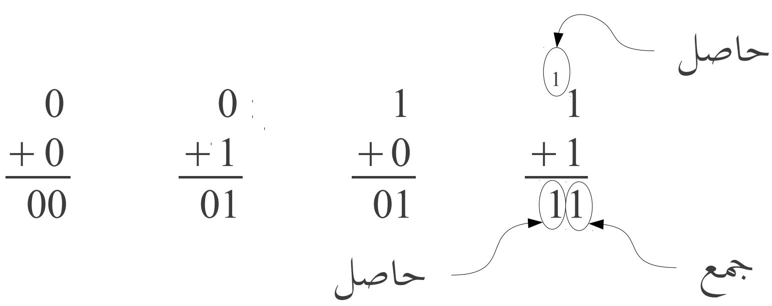
2.1 دو اعداد کا مجموعہ

ثنائی نظام میں دو اعداد کا مجموعہ اعشاری نظام میں دو اعداد کے مجموعہ سے سمجھا جاسکتا ہے۔اعشاری نظام کی مندرجہ ذیل مثال پر غور کریں جس میں دو اعداد کو جمع کیا گیا ہے۔

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 37.5 \\ \underline{29.6} \\ 67.1 \end{array}$$

اس مثال میں دو جگہ[13] **حاصل** 1 کو بائیں جانب زیادہ طاقت کے مقام پر منتقل کیا گیا ہے۔ یہی طرزِ عمل ثنائی نظام میں جمع کرتے ہوئے استعمال کیا جاتا ہے۔آپکی یاد دہانی کیلئے ثنائی نظام میں صرف دو ہندسے استعمال ہوتے ہیں 0 اور 1 ۔اب ہم ثنائی نظام میں جمع کی چند مثالیں دیکھتے ہیں۔

13 carry



شکل 2.1: ثنائی جمع کی مثالیں

شکل 2.1 میں ایک ثنائی ہندسے کے اعداد جمع کرتے دکھائے گئے ہیں۔ان میں تین مثالوں میں **حاصل** 0 جبکہ ایک مثال میں **حاصل** 1 ہے۔زیادہ ثنائی ہندسوں کے اعداد جمع کرنے کے مثال دیکھتے ہیں۔ان مثالوں میں انہیں اعداد کو اعشاری نظام میں بھی جمع ہوتے دکھایا گیا ہے۔

مثال ب		مثال الف	
	1	1	1 1
3	11	13	1101
2	10	09	1001
5	101	22	10110

مثال الف میں بائیں جانب 13 اور 9 کو اعشاری نظام میں جمع کیا گیا ہے جبکہ اسی کو مثال الف کی دائیں جانب ثنائی نظام میں جمع ہوتے دکھایا گیا ہے۔مثال ب میں 3 اور 2 کا اعشاری اور ثنائی نظاموں میں جمع ہوتے دکھایا گیا ہے۔ایک اور مثال لیتے ہیں

$$\overbrace{\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 5.75 \\ 3.50 \\ \hline 9.25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 111} \\ 101.11 \\ 11.10 \\ \hline 1001.01 \end{array}}^{\text{مثال پ}}$$

2.2 ثنائی نظام میں دو اعداد منفی کرنا

دو اعداد منفی کرنے کے چار ممکنہ صورتیں ہیں یعنی

$$0-0=0$$
$$1-0=1$$
$$1-1=0$$
$$0-1=1 \qquad (\text{ادھار ایک})$$

یہاں آخری مساوات میں صفر سے ایک اس صورت منفی کیا دکھایا گیا ہے جب **ادھار**[14] 1 لینا ممکن ہو۔چند مثالیں منفی کرنے کے عمل کی وضاحت کریں گی۔

14 borrow

$$\begin{array}{r} 110.01 \\ -101.1 \\ \hline 0.11 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6.25 \\ -5.50 \\ \hline 0.75 \end{array}$$

2.3 اساسی تکملہ

کسی بھی اساسی نظام میں اگر ایک ہندسے پر مبنی عدد کو اساس سے منفی کیا جائے تو حاصل جواب اس عدد کا **اساسی تکملہ**[15] کہلاتا ہے۔یوں اس عدد اور عدد کے اساسی تکملہ کا مجموعہ اساس کے برابر ہو گا۔اعشاری نظام کی مثال لیتے ہوئے 3 کا اساسی تکملہ 7 ہے اور 7 کا اساسی تکملہ 3 ہے، 5 کا اساسی تکملہ 5 ہے، 9 کا اساسی تکملہ 1 ہے وغیرہ۔ان مثالوں سے یہ واضح ہے کہ کسی بھی عدد کے اساسی تکملہ کا اساسی تکملہ وہی عدد ازخود ہوتا ہے۔

اسی تصور کو آگے بڑھاتے ہوئے ایک سے زیادہ ہندسوں پر مبنی عدد کے لئے اساسی تکملہ یوں بیان کیا جاتا ہے۔اساس r کے اعدادی نظام میں عدد N جس کے n ہندسے ہوں کا اساسی تکملہ سے مراد عدد $(r^n - N)$ ہے۔

اعشاری نظام میں 10^n ایک ایسا عدد بنتا ہے جس میں سب سے زیادہ وزن والا ہندسے کی قیمت 1 ہوتی ہے اور اس کے بعد n ہندسے ہوتے ہیں جن کی قیمت 0 ہوتی ہے۔مثلاً

15 radix complement

$$\begin{aligned}10^3 &= 1000\\ 10^5 &= 100000\\ 10^7 &= 10000000\end{aligned} \tag{2.1}$$

اعشاری نظام کا اساس 10 ہے۔اس نظام میں ایک عدد N جس کے n ہندسے ہوں کے اساسی تکملہ سے مراد $\left(10^n - N\right)$ ہے۔یوں $N = 5391$ میں چار ہندسے ہیں یعنی $n = 4$ ہے لہٰذا اس کا اساسی تکملہ

$$10^4 - 5391 = 10000 - 5391 = 4609 \tag{2.2}$$

ہے۔اسی طرح ایک عدد 320753 جس میں 6 ہندسے ہیں کا اساسی تکملہ

$$10^6 - 320753 = 1000000 - 320753 = 679247 \tag{2.3}$$

ہے۔ایک آخری مثال لیتے ہیں۔ 679247 کا اساسی تکملہ

$$10^6 - 679247 = 1000000 - 679247 = 320753 \tag{2.4}$$

ہے۔کسی بھی عدد کے اساسی تکملہ کا اساسی تکملہ وہی عدد ازخود ہوتا ہے۔اس بات

کو یوں ثابت کر سکتے ہیں کہ N کا اساسی تکملہ (r^n-N) ہے اور (r^n-N) کا اساسی تکملہ $(r^n-(r^n-N))$ یعنی N ہے۔

ثنائی نظام کا اساس 2 ہے لہٰذا n ہندسوں پر مبنی ثنائی عدد N کا اساسی تکملہ (2^n-N) ہو گا۔

ثنائی نظام میں 2^n ایک ایسا عدد بنتا ہے جس میں سب سے زیادہ وزن والے ہندسے کی قیمت 1 ہوتی ہے اور اس کے بعد n ہندسے ہوتے ہیں جن میں سب کی قیمت 0 ہوتی ہے۔مثلاً

$$\begin{aligned}2^3&=1000_2\\2^5&=100000_2\\2^9&=1000000000_2\end{aligned}\tag{2.5}$$

یوں 1011_2 اور 10001_2 کے اساسی تکملہ

$$\begin{aligned}(2^4-1011)_2&=(10000-1011)_2=0101_2\\(2^5-10001)_2&=(100000-10001)_2=01111_2\end{aligned}\tag{2.6}$$

ہیں۔

اساس دس کے اساسی تکملہ کو عام طور تکملہ-10 [16] کہتے ہیں۔اسی طرح اساس دو کے تکملہ کو تکملہ-2 [17] کہتے ہیں۔

16 10's complement

17 2's complement

2.4 اساس-منفی-ایک کا تکملہ

اساس r کے نظامِ گنتی میں ایک ہندسے پر مبنی عدد کے اساس-منفی-ایک کے تکملہ [18] سے مراد (r^n-1-N) ہے۔اعشاری نظام میں اساس-منفی-ایک کے تکملہ کو عموماً تکملہ-9 [19] کہتے ہیں اور ثنائی نظامِ گنتی میں اسے عموماً تکملہ-1 [20] کہتے ہیں۔

ثنائی عدد N کے اساس-منفی-ایک کے تکملہ کو $\overline{N}$ لکھا جاتا ہے۔

اعشاری نظام میں 376 اور 7852 کے تکملہ-9 مندرجہ ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
(10^3-1-376) &= (1000-1-376)\\
&= (999-376)\\
&= 623_{10}\\
(10^4-1-7852) &= (10000-1-7852)\\
&= (9999-7852)\\
&= 2147_{10}
\end{aligned}
\tag{2.7}
$$

اعشاری نظام میں (10^n-1) ایک ایسا عدد بنتا ہے جس میں n ہندسے ہوتے ہیں اور ہر ہندسے کی قیمت 9 ہوتی ہے۔مثلاً

$$
\begin{aligned}
&10^3-1=1000-1=999\\
&10^6-1=1000000-1=999999\\
&10^8-1=100000000-1=99999999
\end{aligned}
\tag{2.8}
$$

18 radix-1 complement

19 9's complement

20 1's complement

ثنائی نظام میں $\left(2^n-1\right)$ ایک ایسا عدد بنتا ہے جس میں n ہندسے ہوتے ہیں اور ہر ہندسے کی قیمت 1 ہوتی ہے۔مثلاً

$$\begin{aligned}
2^3-1&=\left(1000-1\right)_2=111_2\\
2^5-1&=\left(100000-1\right)_2=11111_2\\
2^8-1&=\left(100000000-1\right)_2=11111111_2
\end{aligned} \tag{2.9}$$

اس طرح ثنائی نظامِ گنتی میں 1001_2 اور 101110_2 کے تکملہ-1

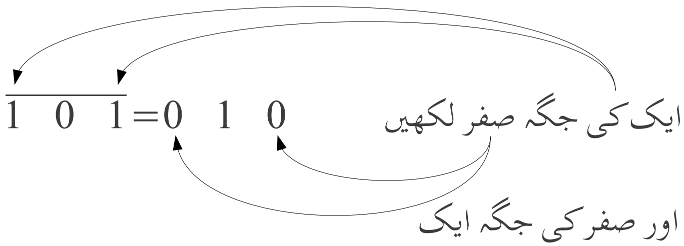
$$\begin{aligned}
\left(2^4-1-1001\right)_2&=\left(1111-1001\right)_2=0110_2\\
\left(2^6-1-101110\right)_2&=\left(111111-101110\right)_2=010001_2
\end{aligned} \tag{2.10}$$

ہیں-یعنی

$$\begin{aligned}
\overline{1001}&=0110\\
\overline{101110}&=010001
\end{aligned} \tag{2.11}$$

جہاں تکملہ کو عدد کے اوپر لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔

ان دو مثالوں میں ایک اہم بات سامنے آتی ہے۔کسی بھی ثنائی عدد کا تکملہ-1 یوں حاصل کیا جا سکتا ہے کہ اس عدد میں ہر 0 کی جگہ 1 لکھ لیا جائے اور ہر 1 کی جگہ 0 لکھ لیا جائے۔شکل 2.2 میں اس کی وضاحت کی گئی ہے۔



شکل 2.2: تکملہ-1 حاصل کرنے کا نہایت آسان طریقہ

چونکہ 2 کا تکملہ $\left(2^n-N\right)$ اور تکملہ-1 $\left(2^n-1-N\right)$ ہوتا ہے لہٰذا تکملہ-2 یوں بھی حاصل کیا جا سکتا ہے کہ پہلے تکملہ-1 حاصل کیا جائے اور پھر اس کے ساتھ 1 جمع کیا جائے۔عموماً یہ طریقہ زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔مساوات 2.6 میں دئے گئے اعداد کو تکملہ ہم موجودہ طریقہ سے حاصل کرتے ہیں۔

چونکہ $\left(\overline{1011}=0100\right)$ لہٰذا 1011 کا اساسی تکملہ $\left(0100+1=0101\right)$ ہے۔اسی طرح $\left(\overline{10001}=01110\right)$ ہے لہٰذا 10001 کا اساسی تکملہ $\left(01110+1=01111\right)$ ہے۔

2.5 دو اعداد کا منفی بذریعہ اساسی تکملہ

عام زندگی میں قلم سے منفی کرنا چھوٹی جماعتوں میں سکھایا جاتا ہے۔الیکٹرانکس میں تکملہ کی مدد سے دو اعداد منفی کئے جاتے ہیں۔اساسی تکملہ سے $(M-N)$ مندرجہ ذیل طریقہ کار سے حاصل کیا جاتا ہے۔

- دونوں اعداد میں ہندسوں کی تعداد برابر ہونی چاہیے لہٰذا کم ہندسوں پر مبنی عدد کے بائیں جانب صفریں لگا کر اس میں ہندسوں کی تعداد دوسرے عدد کے برابر کریں۔فرض کریں کہ یوں دونوں اعداد میں n ہندسے ہو جاتے ہیں۔
- M کے ساتھ N کا اساسی تکملہ جمع کریں یعنی $\left(M+\left(r^n-N\right)\right)$ حاصل کریں۔
- اگر M کی قیمت N کی قیمت سے زیادہ ہو تب جواب میں بائیں جانب 1 حاصل ہو گا اور یوں جواب $(n+1)$ ہندسوں پر مبنی ہوگا۔اس صورت میں بائیں جانب حاصل 1 کو نظر انداز کریں۔ بقایا n ہندسوں پر مبنی عدد اصل جواب ہوگا۔
- اگر M کی قیمت N کی قیمت سے کم ہو تب $\left(M+\left(r^n-N\right)\right)$ کا جواب n ہندسوں پر مبنی ہوگا اور یہ ایک منفی عدد کو ظاہر کرے گا۔اس صورت میں حاصل جواب کا اساسی تکملہ لے کر اس کے ساتھ نفی کا نشان لگائیں۔یہ اصل جواب ہو گا۔

یہ دونوں صورتیں مثالوں سے واضح ہوں گی۔

مثال 2.1: دس کے تکملہ کی مدد سے $(7852-974)$ حاصل کریں۔

جواب: شکل 2.3 سے رجوع کریں۔

یہاں بڑا عدد 7852 چار ہندسوں پر مبنی ہے لہٰذا 974 کا تکملہ-10 لیتے وقت n کو چار تصور کیا جائے گا۔یوں 974 کا تکملہ-10 $(10000-0974=9026)$ حاصل ہوتا ہے۔

اس تکملہ-10 کو 7852 کے ساتھ جمع کر کے $(7852+9026=16878)$ حاصل ہوتا ہے۔یہ عدد پانچ ہندسوں پر مبنی ہے لہٰذا اس کے بائیں جانب 1 کو نظر انداز کرتے ہیں۔بقایا عدد 6878 درست جواب ہے۔

$$\begin{array}{r} 10000 \\ -0974 \\ \hline 9026 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1}\,7852 \\ +9026 \\ \hline \underbrace{16878} \\ 6878 \end{array}$$

حاصل 1 کو نظرانداز کرتے
ہوئے جواب کریں حاصل

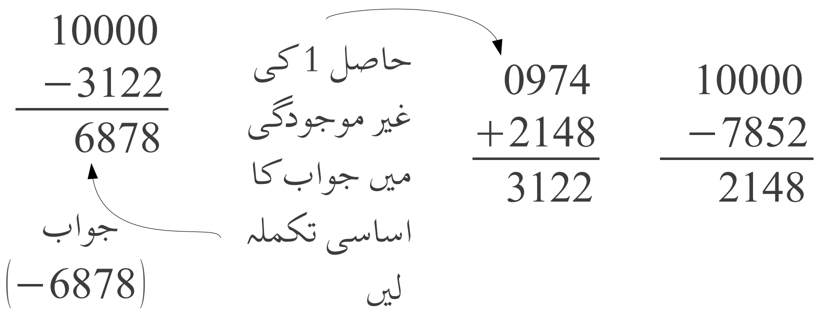
شکل 2.3: اساسی تکملہ کی مدد سے دو اعداد منفی کرنا

مثال 2.2: دس کے تکملہ کی مدد سے $(7852-974)$ *حاصل کریں۔*

جواب: شکل 2.4 سے رجوع کریں۔

7852 *کا تکملہ-دس* $(10000-7852=2148)$ *حاصل ہوتا ہے۔*

اس تکملہ- 10 کو 0974 کے ساتھ جمع کرنے سے $(0974+2148=3122)$ حاصل ہوتا ہے۔یہ عدد چار ہندسوں پر مبنی ہے لہٰذا اس کا تکملہ- 10 لیتے ہیں۔ $(10000-3122=6878)$ ۔اس تکملہ کے ساتھ نفی کا نشان جوڑ کر جواب ملتا ہے یعنی جواب (-6878) ہے۔



شکل 2.4: اساسی تکملہ کی مدد سے دو اعداد منفی کرنا

ثنائی اعداد بھی بالکل اسی طرح منفی کئے جاتے ہیں۔ان کی بھی دو مثالیں پیش کرتے ہیں۔

مثال 2.3: اساسی تکملہ کی مدد سے مندرجہ ذیل حاصل کریں۔

(ا) $1011_2 - 11001_2$

(ب) $11001_2 - 1011_2$

جواب (ا):

چونکہ $\overline{11001} = 00110$ *لہٰذا* 11001 *کے* 2 *کا تکملہ* $(00110 + 1 = 00111)$ *ہے۔یوں*

$$\begin{array}{r} 01011 \\ +00111 \\ \hline 10010 \end{array}$$

ہے۔بائیں جانب حاصل ایک پیدا نہیں ہوا لہٰذا اس کے تکملہ- 2 لینا ہوگا۔چونکہ

$\overline{10010} = 01101$ *ہے لہٰذا اس کے تکملہ-دو* $01101 + 1 = 01110$ *ہے۔ یوں جواب ملتا ہے* (-01110_2)

جواب (ب):

یہاں ایک عدد پانچ ہندسوں پر مبنی ہے لہٰذا دونوں اعداد میں پانچ ہندسے پورے کئے جائیں گے۔یوں 1011 *کو* 01011 *لکھا جائے گا۔اس کا تکملہ- 1 لیتے ہیں یعنی*

$$\overline{01011} = 10100$$

اور اس سے عدد کا تکملہ-2 حاصل کرتے ہیں یعنی

$$(10100 + 1 = 10101)$$

یوں تکملہ کی مدد سے منفی حل کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 11001 \\ +10101 \\ \hline 101110 \end{array}$$

بائیں جانب حاصل ایک کو نظر انداز کرتے ہوئے جواب ملتا ہے 01110_2

2.6 دو اعداد کا منفی بذریعہ اساس-منفی-ایک کا تکملہ

اساس-منفی-ایک کے تکملہ کی مدد سے بھی دو اعداد منفی کئے جا سکتے ہیں۔مندرجہ ذیل اقدام پر چلنے سے یوں $(M-N)$ حاصل کیا جاسکتا ہے۔

- دونوں اعداد میں ہندسوں کی تعداد برابر ہونی چاہیے لہٰذا کم ہندسوں پر مبنی عدد کے بائیں جانب صفریں لگا کر اس میں ہندسوں کی تعداد دوسرے عدد جتنا کریں۔ فرض کریں کہ یوں دونوں اعداد میں n ہندسے ہو جاتے ہیں۔
- M کے ساتھ N کا اساس-منفی-ایک کا تکملہ جمع کریں یعنی $\left(M+\left(r^n-1-N\right)\right)$ حاصل کریں۔
- اگر M کی قیمت N کی قیمت سے زیادہ ہو تب جواب میں بائیں جانب

1 حاصل ہو گا اور یوں جواب $(n+1)$ ہندسوں پر مبنی ہوگا۔اس صورت میں بائیں جانب حاصل 1 کو نظر انداز کرنے کی بجائے اس کو باقی عدد سے علیحدہ کر کے اس کا وزن اکائی تصور کریں اور پھر اسے بقایا n ہندسوں پر مبنی عدد کے ساتھ جمع کرکے جواب حاصل کریں۔اس کو **واپسیں آخری حاصل ایک** کہتے ہیں۔

- اگر M کی قیمت N کی قیمت سے کم ہو تب $\left(M+\left(r^n-1-N\right)\right)$ کا جواب n ہندسوں پر مبنی ہوگا اور یہ ایک منفی عدد کو ظاہر کرے گا۔اس صورت میں حاصل جواب کا اساس-منفی-ایک کا تکملہ لے کر اس کے ساتھ نفی کا نشان لگائیں۔یہ اصل جواب ہو گا۔

یہ دونوں صورتیں مثالوں سے واضح ہوں گی۔

مثال 2.4: تکملہ-9 استعمال کرتے ہوئے $(7852-974)$ حاصل کریں۔

جواب: شکل 2.5 سے رجوع کریں۔

7852 کا تکملہ-9 $(9999-7852=2147)$ ہے۔

اس کا تکملہ-9 کو 0974 کے ساتھ جمع کرکے $(0974+2147=3121)$ حاصل ہوتا ہے۔یہ عدد چار ہندسوں پر مبنی ہے لہذا اس کا تکملہ-9 لیتے ہیں۔ $(9999-3121=6878)$۔اس تکملہ کے ساتھ نفی کا نشان جوڑ کر جواب ملتا ہے یعنی جواب (-6878) ہے۔

$$\begin{array}{r} 9999 \\ -7852 \\ \hline 2147 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0974 \\ +2147 \\ \hline 3121 \end{array}$$

حاصل 1 کی
غیر موجودگی
میں جواب کا
اساسی تکملہ
لیں

$$\begin{array}{r} 9999 \\ -3121 \\ \hline 6878 \end{array}$$

جواب
(-6878)

شکل 2.5: تکملہ- 9 کی مدد سے اعداد کو منفی کرنا

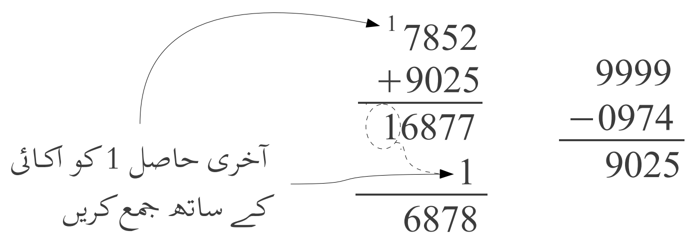
مثال 2.5: تکملہ- 9 استعمال کرتے ہوئے $(7852-974)$ حاصل کریں۔

جواب: شکل 2.6 سے رجوع کریں۔

0974 کا تکملہ- 9 $(9999-0974=9025)$ ہے۔

تکملہ- 9 کو 7852 کے ساتھ جمع کرکے $(7852+9025=16877)$ حاصل ہوتا ہے۔یہ عدد پانچ ہندسوں پر مبنی ہے لہٰذا بائیں جانب ایک کو عدد سے علیحدہ کرکے اسے اکائی تصور کرتے ہوئے بقایا عدد کے ساتھ جمع کرکے جواب حاصل کرتے ہیں

$(6877+1=6878)$



شکل 2.6: اساس-منفی-ایک کی مدد سے منفی حاصل کرنا

اب ہم ثنائی اعداد کی مثال لیتے ہیں۔

مثال 2.6: مندرجہ ذیل سوال کو تکملہ-1 کی مدد سے حل کریں

(ا) $101110_2 - 11011_2$

(ب) $11011_2 - 101110_2$

حل (ا):

$$\overline{011011} = 100100$$

لہٰذا

$$\begin{array}{r} 101110 \\ +100100 \\ \hline 1010010 \end{array}$$

آخری حاصل ایک کو باقی عدد سے علیحدہ کر کے اسے اکائی کی جگہ جمع کرتے ہوئے

$$\begin{array}{r} 101110 \\ +100100 \\ \hline 1010010 \\ + \qquad 1 \\ \hline 010011 \end{array}$$

جواب حاصل ہوتا ہے $\left(101110_2 - 11011_2\right) = 010011_2$

حل (ب):

$$\overline{101110} = 010001$$

لہٰذا

$$\begin{array}{r} 011011 \\ +010001 \\ \hline 101100 \end{array}$$

چونکہ بائیں جانب آخری حاصل صفر ہے لہٰذا جواب حاصل کرنے کے لئے اس کا تکملہ- 1 لیکر اس کے ساتھ نفی کا نشان لگاتے ہیں۔چونکہ

$$\overline{101100} = 010011$$

لہٰذا جواب ہے

$$\left(11011_2 - 101110_2\right) = -010011_2$$

2.7 مثبت اور منفی اعداد

عام زندگی میں مثبت اعداد لکھتے ہوئے ان کے ساتھ بائیں جانب جمع کی علامت لگائی جاتی ہے یا پھر انہیں بغیر کسی علامت کے لکھا جاتا ہے البتہ منفی اعداد لکھتے ہوئے ان کے ساتھ نفی کی علامت ضرور لکھی جاتی ہے۔یوں مندرجہ ذیل اعداد لکھنے کے درست طریقے ہیں۔

$$\begin{array}{r} +3025 \\ 3025 \\ -3025 \end{array} \tag{2.12}$$

کسی بھی عدد کے مثبت یا منفی ہونے کو اس عدد کا **سائن**[21] کہتے ہیں۔ یوں وہ اعداد جو مثبت یا منفی **سائن** رکھتے ہوں کو جمع-سائن-اعداد[22] کہتے ہیں اور جن اعداد

21 sign

22 signed numbers

کا کوئی **سائن** نہ ہو ان کو بغیر-سائن-اعداد[23] کہتے ہیں۔اعداد کو ان کے **سائن** اور **مقدار** سے ظاہر کرنے کے طریقہ کو **بمع-سائن-مقدار کا نظام**[24] کہتے ہیں۔

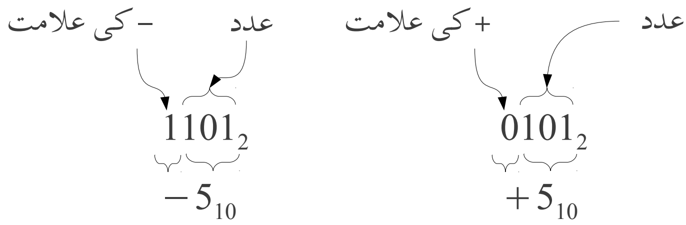
کمپیوٹر میں حسابی عمل ثنائی اعداد[25] پر مبنی ہے جس میں کل دو ہی علامتیں یعنی صفر 0 اور ایک 1 ہیں۔کمپیوٹر میں کسی بھی معلومات کو انہیں دو علامتوں کی مدد سے ظاہر کیا جاتا ہے۔روایتی طور پر مثبت یعنی + کی علامت کو صفر یعنی 0 سے اور نفی یعنی - کی علامت کو ایک یعنی 1 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔یہ علامت عدد کے بائیں جانب لکھی جاتی ہے۔شکل 2.7 میں اس کی وضاحت کی گئی ہے۔

یہاں ایک دلچسپ بات سامنے آتی ہے۔اگر ہم شکل میں اعداد کے بائیں جانب آخری ہندسے کو **علامت** سمجھیں تب 1101_2 کا مطلب -5_{10} بنتا ہے لیکن اگر ہم 1101_2 کو چار ثنائی ہندسوں کا **عدد** سمجھیں تب یہ D_{16} یا 13_{10} کو ظاہر کرتا ہے۔

23 unsigned numbers

24 signed-magnitude representation

25 binary numbers



شکل 2.7: ثنائی لکھائی میں مثبت اور منفی اعداد

اس صورتِ حال کو سمجھنا ضروری ہے کہ کیا ثنائی اعداد میں بائیں جانب آخری مقام پر صفر 0 یا ایک 1 اس عدد کے علامت کو ظاہر کرتا ہے یا یہ عدد کا حصہ ہے۔ اس کا فیصلہ ان اعداد کو استعمال کرنے والے پر منحصر ہے۔کمپیوٹر استعمال کرتے وقت آپ خود یہ فیصلہ کرتے ہیں کہ آیا آپ **سائن** رکھنے والے اعداد استعمال کریں گے یا بغیر **سائن** والے اعداد۔جدول 2.1 میں چار ثنائی ہندسوں پر مشتمل **ممکنہ** تمام اعداد دئیے گئیے ہیں۔

بمع-سائن-مقدار	ثنائی اعداد
$+7_{10}$	0111_2
$+6_{10}$	0110_2
$+5_{10}$	0101_2
$+4_{10}$	0100_2
$+3_{10}$	0011_2
$+2_{10}$	0010_2
$+1_{10}$	0001_2
$+0_{10}$	0000_2
-0_{10}	1000_2
-1_{10}	1001_2
-2_{10}	1010_2
-3_{10}	1011_2
-4_{10}	1100_2
-5_{10}	1101_2
-6_{10}	1110_2
-7_{10}	1111_2

جدول *2.1*:

شکل میں کل چار ثنائی ہندسے لکھائی کے لئے استعمال کئے گئے ہیں۔کمپیوٹر میں اعداد کو عموماً ایک بائٹ کی مدد سے لکھا جاتا ہے جس میں 8 ہندسے ہوتے ہیں۔ایک بائٹ استعمال کرتے ہوئے سائن رکھنے والے اعداد میں نچلے سات مقام، عدد کی مقدار لکھنے کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں جبکہ بائیں جانب آخری مقام میں صفر یا ایک اس عدد کی مثبت یا منفی ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔مساوات 2.13 میں اس طرح کے چند مثالیں دی گئی ہیں۔

$$
\begin{aligned}
00000101_2 &= +5_{10}\\
01111111_2 &= +127_{10}\\
10000101_2 &= -5_{10}\\
11111111_2 &= -127_{10}\\
00000000_2 &= +0_{10}\\
10000000_2 &= -0_{10}
\end{aligned}
\tag{2.13}
$$

اس مساوات میں ایک دلچسپ بات سامنے آتی ہے۔اس طریقہ لکھائی میں صفر دو مختلف علامتیں رکھتا ہے۔منفی صفر اور مثبت صفر دونوں ممکن ہیں۔عام زندگی میں صفر مثبت ہی تصور کیا جاتا ہے۔

اتنا کچھ کہنے کے بعد آپ کو بتاتا چلوں کہ کمپیوٹر میں نفی اعداد کو ہمع-سائن-مقدار کے نظام میں نہیں بلکہ ان کو ہمع-سائن-تکملہ-1 کے نظام یا ہمع-سائن-تکملہ-2 کے نظام میں رکھا اور استعمال کیا جاتا ہے۔اگلے حصہ میں انہی نظاموں پر غور ہو گا۔

2.8 ہمع-سائن-تکملہ کے نظام

کمپیوٹر میں عددی الیکٹرانکس کی مدد سے اعداد کو جمع یا منفی کیا جاتا ہے۔ دیکھا یہ گیا ہے کہ یہ اعمال اس وقت زیادہ آسانی سے سرانجام دیئے جا سکتے ہیں جب

اساسی تکملہ یا اساس-منفی-ایک کا تکملہ زیرِ استعمال لائے جائیں جیسا کہ کتاب کے حصہ 2.4 اور 2.5 میں دکھایا گیا ہے۔

اسی بناء پر کمپیوٹر کی دنیا میں منفی اعداد کو اساسی تکملہ یا اساس-منفی-ایک کی تکملہ کی صورت میں ہی لکھا جاتا ہے۔کمپیوٹر ثنائی اعداد استعمال کرتا ہے لہٰذا اس میں منفی اعداد کو تکملہ-1 یا تکملہ-2 کی صورت میں لکھا جاتا ہے۔چار ثنائی ہندسوں پر مبنی تمام ممکنہ اعداد کو جمع-سائن تکملہ کی شکل میں جدول 2.2 میں دکھایا گیا ہے۔ اسی میں انہیں جمع-سائن مقدار کے طور بھی دکھایا گیا ہے۔

بمع-سائن تکملہ-دو	بمع-سائن تکملہ-ایک	بمع-سائن مقدار	اعشاری اعداد
0111	0111	0111	+7
0110	0110	0110	+6
0101	0101	0101	+5
0100	0100	0100	+4
0011	0011	0011	+3
0010	0010	0010	+2
0001	0001	0001	+1
0000	0000	0000	+0
نہیں پایا جاتا	1111	1000	−0
1111	1110	1001	−1
1110	1101	1010	−2
1101	1100	1011	−3
1100	1011	1100	−4
1011	1010	1101	−5
1010	1001	1110	−6
1001 1000	1000 نہیں پایا جاتا	1111 نہیں پایا جاتا	−7 −8

جدول 2.2:

جدول 2.2 سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کسی بھی مثبت عدد کو ثنائی ہندسوں میں ایک ہی طریقہ سے لکھا جاتا ہے جبکہ کسی بھی منفی عدد کو تین طریقوں سے لکھا جاتا ہے۔اس کا مطلب ہے کہ مثبت عدد کو ان تین طریقوں میں لکھنے کی خاطر اس عدد کو سادہ ثنائی عدد کی شکل میں لکھ دیں۔

مثبت عدد $(+x)$ کو جمع-سائن شکل میں لکھ کر اس کے سائن کو صفر (0) سے تبدیل کر کے ایک (1) کرنے سے $(-x)$ یعنی جمع-سائن منفی عدد حاصل ہوتا ہے۔یوں (-5) کو جمع-سائن عدد کی شکل میں لکھنے کی خاطر $(+5)$ کو جمع-سائن عدد کی شکل میں لکھیں یعنی (0101_2) اور اس میں سائن کو صفر سے تبدیل کر کے ایک کر دیں یعنی (1101_2) ۔یہ (-5) کو جمع-سائن عدد کے طور لکھنے کا طریقہ ہے۔

منفی عدد $(-x)$ کو جمع-سائن تکملہ-ایک کی صورت میں لکھنے کی خاطر $(+x)$ کو جمع-سائن ثنائی عدد کے طور لکھیں (یعنی اس عدد کو سادہ ثنائی طریقہ سے لکھیں)۔اس ثنائی عدد کا تکملہ-1 حاصل کرنے سے $(-x)$ کی جمع-سائن تکملہ-1 شکل حاصل ہوگی۔یاد رہے کہ تکملہ-1 حاصل کرتے وقت ثنائی عدد کے ہر ہندسے کو (جمع سائن کے) اُلٹ کرنا ہوگا۔یوں (-5) کو جمع-سائن تکملہ-1 کی صورت میں لکھنے کی خاطر پہلے $(+5)$ کو (0101_2) لکھیں اور پھر اس پورے چار ہندسوں پر مبنی عدد کو ایک عدد سمجھتے ہوئے اس کا تکملہ-1 لیں یعنی (1010_2) ۔یہی (-5) کو جمع-سائن تکملہ-1 میں ظاہر کرتا ہے۔

منفی عدد $(-x)$ کو جمع-سائن تکملہ-دو کی صورت میں لکھنے کی خاطر اسے ثنائی عدد کے طور لکھ کر اس کا تکملہ-دو حاصل کریں۔مثلاً $(+5)$ کو (0101_2) لکھیں اور اب ان چار ہندسوں پر مبنی عدد کا تکملہ-2 لیں یعنی (1011_2) ۔یہ (-5) کو جمع-سائن تکملہ-2 میں لکھنے کا طریقہ ہے۔

3 بوولین الجبرا

بوولین الجبرا انگلستان کے نامور ماہرِ ریاضی جارج بوولی[26] کے نام سے مشہور ہے جنہوں نے اس الجبرا کو دریافت کیا۔بوولین الجبرا ذہنی سوچ یعنی منطق کو الجبرائی شکل میں لکھنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔اس لئے کوئی حیرانی کی بات نہیں کہ جدید کمپیوٹر اسی کو استعمال کرتا ہے۔

3.1 بوولین الجبرا کے بنیادی تصورات

عام الجبرا میں متغیرات استعمال کرتے وقت یہ تصور کیا جاتا ہے کہ ان کی کوئی بھی قیمت ہو سکتی ہے۔مثلاً ایک تفاعل $z=f(x,y)$ جس میں x اور y دو آزاد متغیرہ[27] ہیں جبکہ z اس تفاعل[28] میں تابع متغیرہ[29] ہے کے مندرجہ ذیل چند ممکنہ قیمتیں ہیں ۔

x	y	z
0	0	0
1	2	5
2	1	4
3	2	7
2	2	6
3	1	5

اس تفاعل کو ایک نا مکمل جدول کی شکل میں لکھا گیا ہے۔اسے الجبرائی شکل میں یوں لکھ سکتے ہیں۔

26 جارج بوولی ایک موچی کے بیٹے تھے اور ان کی تعلیم تیسری جماعت تک تھی۔کم تعلیم کے باوجود وہ ایک مانے ریاضی دان تھے جن کے ریاضی پر دور رس اثرات ہیں۔

27 independent variables

28 function

29 dependent variable

$$x+2y=z$$

اس کے برعکس بوولین الجبرا میں متغیرات کی صرف دو ممکنہ قیمتیں ہیں۔ ان دو قیمتوں کو عموماً صفر یعنی 0 اور ایک یعنی 1 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔بوولین تفاعل کی چند مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

3.1.1 منطقی ضرب

تصور کریں کہ X اور Y دو آزاد بوولین متغیرات ہیں جبکہ Z [30] ان کا تابع بوولین متغیرہ ہے یعنی $Z=f(X,Y)$ ۔ چونکہ X بوولین متغیرہ ہے لہذا اس کی صرف دو ہی ممکنہ قیمتیں ہیں۔یہ 0 یا 1 قیمت رکھ سکتا ہے۔اسی طرح Y بھی بوولین متغیرہ ہے لہٰذا اس کی بھی صرف دو ہی ممکنہ قیمتیں ہیں۔یہ 0 یا 1 قیمت رکھ سکتا ہے۔ Z بھی بوولین متغیرہ ہے۔اس طرح اگرچہ اس کی قیمت بقایا دو متغیرات کے تابع ہے لیکن اس کے باوجود یہ صرف 0 یا 1 ہی ہو سکتا ہے۔

X اور Y چار ممکنہ ترتیب میں پائے جا سکتے ہیں یعنی

X	Y
0	0
0	1
1	0
1	1

(3.1)

ان چار ممکنہ صورتوں میں Z کی قیمت 0 یا 1 ہوگی۔اب ہم ایک ایسے بوولین تفاعل کو لیتے ہیں جس کی تمام ممکنہ قیمتیں مندرجہ ذیل جدول میں دی گئی ہیں۔

30 روایتی طور پر بوولین متغیرات کو انگریزی کے بڑے حروفِ تہجی سے ظاہر کیا جاتا ہے

$$\begin{array}{cc|c} X & Y & Z \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \tag{3.2}$$

اس مثال میں تابع متغیرہ Z کی قیمت اس وقت 1 ہوتی ہے جب X اور Y دونوں کی قیمت 1 ہو۔

مساوات پر غور کرنے سے ظاہر ہوتا ہے کہ X اور Y کو سادہ ضرب دینے سے Z حاصل ہوتا ہے یعنی

$$\begin{aligned} 0 \cdot 0 &= 0 \\ 0 \cdot 1 &= 0 \\ 1 \cdot 0 &= 0 \\ 1 \cdot 1 &= 1 \end{aligned} \tag{3.3}$$

یوں جدول میں دئے گئے تفاعل کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} X \cdot Y &= Z \\ XY &= Z \end{aligned} \tag{3.4}$$

اسی وجہ سے اس عمل کو بوولین ضرب [31] کہتے ہیں اور اس بوولین ضرب کو آزاد متغیرات کے درمیان نکتہ کے نشان سے یا انہیں قریب لکھنے سے ظاہر کیا جاتا ہے۔منطقی ضرب

31 Boolean multiplication

دو سے زیادہ آزاد متغیرات کا بھی ہو سکتا ہے۔

منطقی ضرب کے اس تصور کو تین آزاد متغیرات کے لئے یوں بیان کیا جاتا ہے۔تین آزاد متغیرات کے منطقی ضرب کے تفاعل سے مراد ایک ایسا تفاعل ہے جس کی تابع متغیرہ کی قیمت اس وقت 1 ہوتی ہے جب اس کے آزاد متغیرات میں پہلے ***اور*** دوسرے ***اور***[32] تیسرے متغیرہ کی قیمت 1 ہو۔

بوولین ضرب کے تفاعل کو منطقی ضرب [33] بھی کہتے ہیں۔تین آزاد متغیرات کے منطقی ضرب تفاعل $A \cdot B \cdot C = Z$ کا جدول مندرجہ ذیل ہے۔

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(3.5)

3.1.2 منطقی جمع

مساوات 3.2 کو آگے بڑھاتے ہوئے ایک اور مثال لیتے ہیں جس میں تابع متغیرہ Z کی قیمتیں کچھ مختلف ہوں مثلاً

32 اس تفاعل کو بیان کرنے میں بار بار ***اور*** کا لفظ آتا ہے جسے انگریزی میں AND کہتے ہیں۔اسی وجہ سے اس تفاعل کو بوولین اینڈ کہتے ہیں۔اسے منطقی اینڈ یا منطقی ضرب بھی کہتے ہیں۔

33 logical AND

$$\begin{array}{cc|c} X & Y & Z \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \tag{3.6}$$

اس مثال میں Z اسی صورت 1 کے برابر ہے جب X ***یا*** Y **یا** ان دونوں کی قیمت 1 ہو۔اس بوولین عمل کو منطقی جمع [34] کہتے ہیں۔اگر ہم X اور Y کا سادہ روز مرہ کا الجبرائی مجموعہ حاصل کریں تو جواب ملتا ہے۔

$$\begin{aligned} X + Y &= S \\ 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 1 + 1 &= 2 \end{aligned} \tag{3.7}$$

مساوات 3.6 اور مساوات 3.7 بہت مشابہت رکھتے ہیں۔ان میں پہلے تین مساوات بالکل برابر ہیں۔اسی مشابہت کی وجہ سے مساوات 3.6 میں دئے گئے بوولین تفاعل کو بوولین جمع [35] کہتے ہیں اور اس بوولین تفاعل کو جمع کے نشان یعنی $+$ سے ہی ظاہر کرتے ہیں۔ یوں مساوات 3.6 میں دئے گئے بوولین تفاعل کو

34 logical OR

35 Boolean addition

$$
\begin{aligned}
X + Y &= Z\\
0 + 0 &= 0\\
0 + 1 &= 1\\
1 + 0 &= 1\\
1 + 1 &= 1
\end{aligned}
\qquad (3.8)
$$

یا

$$\mathrm{X+Y=Z} \qquad (3.9)$$

لکھ سکتے ہیں۔یہ ایک بوولین تفاعل کی مساوات ہے جس کو عام الجبرائی جمع ہرگز نہ سمجھا جائے۔بالخصوص بوولین جمع کرتے وقت یاد رہے کہ $(1+1=1)$ ہے نہ کہ 2 ۔بوولین جمع کے اس تصور کو دو سے زیادہ آزاد متغیرات کے لئے بھی بیان کیا جا سکتا ہے۔

منطقی جمع کے اس تصور کو تین آزاد متغیرات کے لئے یوں بیان کیا جاتا ہے۔تین آزاد متغیرات کے منطقی جمع کے تفاعل سے مراد ایک ایسا تفاعل ہے جس کی تابع متغیرہ کی قیمت اس وقت 1 ہوتی ہے جب اس کے آزاد متغیرات میں پہلے ***یا*** دوسرے ***یا***[36] تیسرے متغیرہ کی قیمت 1 ہو۔

بوولین جمع کے تفاعل کو منطقی جمع [37] بھی کہتے ہیں۔تین آزاد متغیرات کے منطقی جمع تفاعل $A+B+C=Z$ کا جدول مندرجہ ذیل ہے۔

---

36 اس تفاعل کو بیان کرنے میں بار بار ***یا*** کا لفظ آتا ہے جسے انگریزی میں OR کہتے ہیں۔اسی وجہ سے اس تفاعل کو منطقی آر کہتے ہیں۔اسے بوولین جمع یا منطقی جمع بھی کہتے ہیں۔

37 logical OR

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

(3.10)

یاد رہے کہ اس تین آزاد متغیرات کے منطقی جمع کے تفاعل کا الجبرائی جمع کے ساتھ کوئی تعلق نہیں۔یہاں جمع کا نشان بوولین جمع کو ظاہر کرتا ہے لہٰذا یہاں $\left(1+1+1=1\right)$ ہے۔

3.1.3 منطقی نفی

ایک تیسری مثال لیتے ہیں جہاں $Z=f\left(X\right)$ میں تابع بوولین متغیرہ Z کی قیمت آزاد بوولین متغیرہ X پر یوں منحصر ہے۔

X	Z
0	1
1	0

(3.11)

اس تفاعل کو بوولین نفی [38] کہتے ہیں۔ہم دیکھ سکتے ہیں کہ یہاں Z دراصل X کا تکملہ-1 ہے۔اسی وجہ سے اس تفاعل کو یوں لکھا جاتا ہے۔

38 logical NOT, inverter

$$\overline{X} = Z \tag{3.12}$$

یہ تفاعل صرف ایک آزاد متغیرہ کے لئے ہی بیان کیا جاتا ہے

3.1.4 منطقی بلا شرکت جمع

ایک اور قسم کی دو آزاد متغیرات پر مبنی تفاعل جہاں تابع متغیرہ Z اس صورت 1 ہوتا ہے جب آزاد متغیرات میں صرف ایک متغیرہ 1 ہو۔اس کا جدول یوں ہے۔

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(3.13)

جدول میں دئے تفاعل کو **بوولین بلا شرکت جمع**[39] کہتے ہیں۔

دو سے زیادہ آزاد متغیرات کے لئے اس تفاعل کو یوں بیان کیا جاتا ہے کہ تابع متغیرہ اس وقت 1 کے برابر ہوتا ہے جب آزاد متغیرات میں طاق متغیرات کی قیمت 1 ہو۔تین آزاد متغیرات پر مبنی بلا شرکت جمع تفاعل کا جدول یوں ہے۔

39 logical XOR

$$\begin{array}{ccc|c} A & B & C & Z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \tag{3.14}$$

دو اور تین آزاد متغیرات کے لئے اس کی مساوات یوں لکھی جاتی ہے۔

$$\begin{aligned} Z &= X \oplus Y \\ Z &= A \oplus B \oplus C \end{aligned} \tag{3.15}$$

3.1.5 منطقی بلا شرکت نفی۔جمع

اوپر دئے بوولین بلا شرکت جمع تفاعل کا نفی یعنی اُلٹ[40] لینے سے **بوولین بلا شرکت نفی۔جمع** [41] تفاعل حاصل ہوتا ہے۔دو اور تین آزاد متغیرات کے لئے اسے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$\begin{aligned} Z &= \overline{X \oplus Y} \\ Z &= \overline{A \oplus B \oplus C} \end{aligned} \tag{3.16}$$

دو اور تین آزاد متغیرات کے لئے اس کا جدول مساوات 3.13 اور مساوات 3.14

40 ایک (1) کا اُلٹ یا نفی صفر (0) ہے۔ اسی طرح صفر (0) کا اُلٹ یا نفی ایک (1) ہے

41 logical XNOR

میں تابع متغیرہ Z نفی کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔یہ تفاعل مندرجہ ذیل ہیں۔

X	Y	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

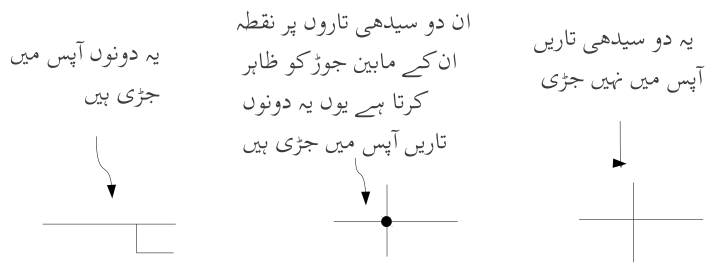
(3.17)

A	B	C	Z
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

(3.18)

3.2 برقی تاروں میں جوڑ کی وضاحت

آگے بڑھنے سے پہلے یہاں شکل 3.1 پر غور کرنا بہتر ہوگا۔اس میں دو برقی تاروں میں جوڑ کی وضاحت کی گئی ہے۔



شکل 3.1: برقی تاروں میں جوڑ

جہاں دو تاریں ایک دوسری کے اوپر سے گزر رہی ہوں اور یہ آپس میں جڑتی ہوں اس صورت جوڑ کے مقام پر نقطہ کا نشان لگایا جاتا ہے۔اس صورت میں انہیں ایک ہی تار تصور کیا جائے گا۔اگر اس پر کہیں بھی 0 یا 1 قیمت ہو تو اس تمام تار پر یہی قیمت ہوگی۔

جہاں دو تاریں ایک دوسری کے اوپر سے گزریں اور یہ آپس میں نہ جڑتی ہوں اس صورت ان پر نقطہ کا نشان نہیں لگایا جاتا۔نقطہ کے نشان کی غیر موجودگی میں ان تاروں کو دو علیحدہ اور غیر منسلک تاریں سمجھا جائے گا۔

ایک تیسری صورت بھی شکل میں دکھائی گئی ہے جہاں غلط فہمی کا امکان نہیں۔اس میں ایک تار کا سرا دوسری تار پر ختم ہو جاتا ہے۔ ایسی صورت میں انہیں ایک

ہی تار تصور کیا جاتا ہے (یعنی یہ دونوں آپس میں جڑی ہیں) ۔

3.3 عددی گیٹ

حصہ 3.2 میں بوولین الجبرا کے تین اہم ترین تفاعل پر غور ہوا۔یہ تین تفاعل عددی الیکٹرانکس میں کلیدی کردار ادا کرتے ہیں۔عددی الیکٹرانکس میں ان تفاعل کو عددی ادوار [42] کی مدد سے جامہ عمل پہنایا جاتا ہے۔یہ مخصوص عددی ادوار عددی گیٹ [43] کہلاتے ہیں۔

3.3.1 ضرب گیٹ

منطقی ضرب یعنی بوولین ضرب کے تفاعل کو **ضرب گیٹ** [44] سے حاصل کیا جاتا ہے جیسے شکل 3.2 میں دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں مساوات 3.4 کے آزاد **متغیرات** X اور Y کو ضرب گیٹ کے بائیں جانب جبکہ تابع متغیرہ Z کو اس کے دائیں جانب دکھایا گیا ہے [45]۔الیکٹرانکس کی دنیا میں آزاد متغیرات کو **مداخل** [46] کہتے ہیں جبکہ تابع متغیرات کو **مخارج** [47] کہتے ہیں۔موجودہ مثال میں دئے ضرب گیٹ کے دو **مداخل** اور ایک **مخارج** ہے۔

42 digital circuits

43 digital gates

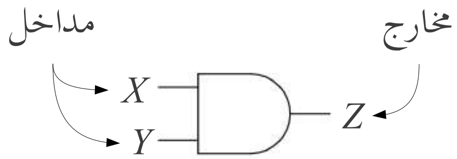
44 AND gate

45 روایتی طور کاغذ پر شکل بناتے وقت آزاد متغیرات کو بائیں جانب اور تابع متغیرات کو دائیں جانب دکھایا جاتا ہے

46 inputs

47 outputs

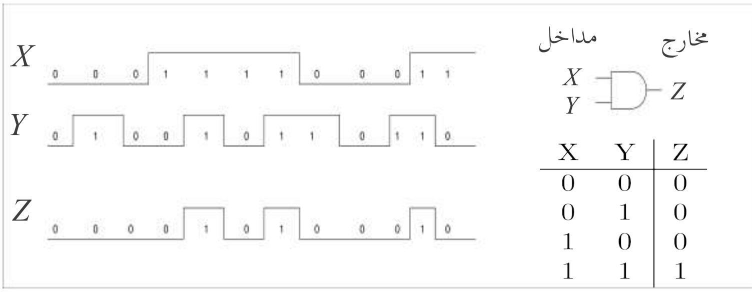
X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



شکل 3.2: دو داخلی ضرب گیٹ

شکل 3.3 میں **ضرب گیٹ** کی کارکردگی گراف کی گئی ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مخارج Z صرف اور صرف اُس صورت بلند[48] ہوتا ہے جب **ضرب گیٹ** کے تمام مداخل بلند ہوں۔اس شکل میں دو مداخل کو کسی خاص ترتیب سے نہیں تبدیل کیا گیا۔

48 ایک (1) کو **بلند** اور صفر (0) کو **پست** بھی کہا جاتا ہے۔



شکل 3.3: **ضرب گیٹ** کی کارکردگی

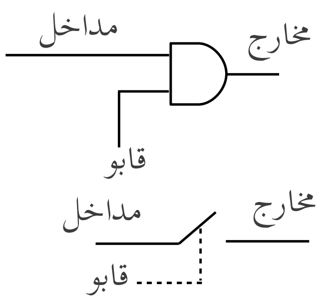
ضرب گیٹ کو شکل 3.4 میں بطور ایک عددی گیٹ دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں ایک داخلی پن کو **قابو پن**[49] کا نام دیا گیا ہے۔ضرب گیٹ کے جدول سے واضح ہے کہ اگر **قابو پن** پر 0 ہو تو خارجی پن پر 0 ہی رہتا ہے۔اس صورت میں داخلی پن پر موجود مواد، خارجی پن تک نہیں پہنچ سکتا یعنی داخلی پن پر 0 یا 1 کرنے کا مخارج پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔اس صورت میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ قابو پن نے ضرب گیٹ کو **معذور**[50] کر دیا۔اس کے برعکس اگر **قابو پن** پر 1 ہو تب خارجی پن پر وہی کچھ ہوتا ہے جو داخلی پن پر ہوگا۔اس صورت ہم کہہ سکتے ہیں کہ ضرب گیٹ **مجاز**[51] کر دیا گیا ہے۔قابو پن پر ایک یا صفر دینے سے داخلی سگنل (مواد) کو خارجی پن تک پہنچنا ممکن یا ناممکن

49 control pin

50 disable

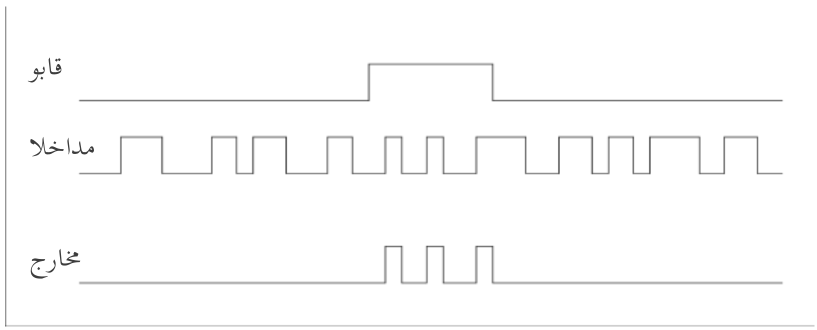
51 enable

بنایا جا سکتا ہے۔یوں یہ ایک دروازے کی طرح کام کر سکتا ہے۔اسی خصوصیت کی وجہ سے اسے **گیٹ** کہا جاتا ہے۔**قابو پن** کو **معذور** اور **مجاز** بنانے والا پن بھی کہتے ہیں۔شکل 3.5 میں اس کی بطور گیٹ کارکردگی دکھائی گئی ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جب تک گیٹ کو **معذور** رکھا جائے اتنی دیر یہ مداخل کو روکھے رکھتا ہے اور جیسے ہی اس گیٹ کو **مجاز** کیا جائے یہ مداخل پر موجود اشارہ کو مخارج پر خارج کرتا ہے۔



قابو	مداخل	مخارج
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

شکل 3.4: دو داخلی ضرب گیٹ بطور ایک بِٹ گیٹ



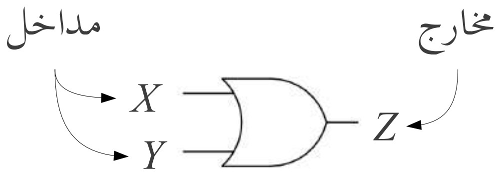
شکل 3.5: جمع گیٹ بطور ایک دروازہ

3.3.2 جمع گیٹ

منطقی جمع یعنی بوولین جمع کے تفاعل کو جمع گیٹ [52] سے حاصل کیا جاتا ہے جسے شکل 3.6 میں دکھلایا گیا ہے۔

52 OR gate

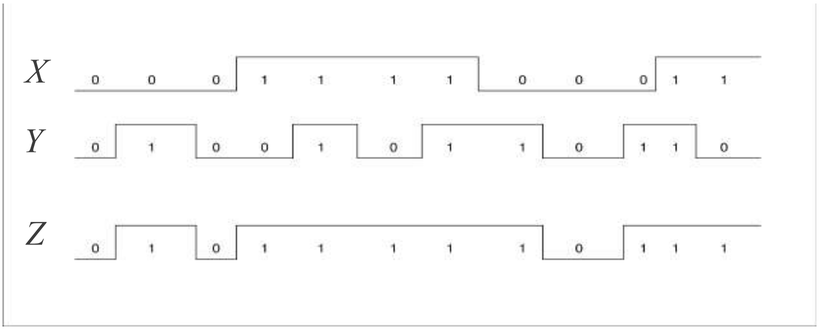
X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



شکل 3.6: دو داخلی **جمع گیٹ**

جمع گیٹ میں اگر ایک پن کو قابو کی پن سمجھا جائے تو قابو پن پر صفر (0) دینے سے داخلی مواد کا خارجی پن تک پہنچنا ممکن بنایا جاتا ہے جبکہ اس پر ایک (1) دینے سے یہ ناممکن بنایا جاتا ہے۔

جمع گیٹ کی کارکردگی شکل 3.7 میں گراف کے شکل میں دکھائی گئی ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جمع گیٹ کا مخارج اُس وقت بلند ہوتا ہے جب جمع گیٹ کے مداخل میں کم از کم ایک مداخل بلند ہو۔



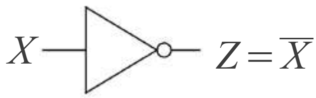
شکل 3.7: **جمع گیٹ** کی کارکردگی

3.3.3 نفی گیٹ

نفی کے تفاعل کو نفی گیٹ سے حاصل کیا جاتا ہے جس کی علامت شکل 3.8 میں دکھائی گئی ہے۔

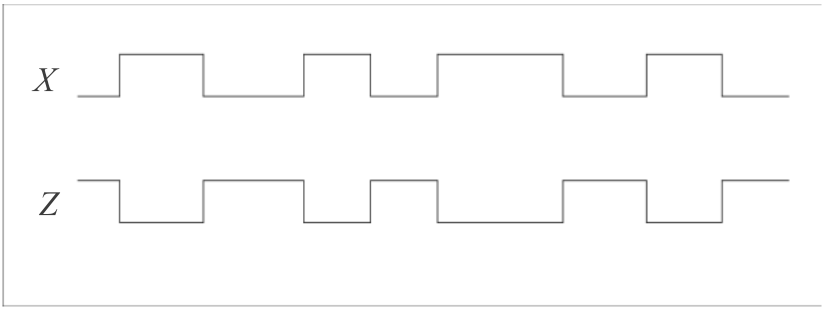
نفی کے عمل کو علامت کے اوپر
افقی لکیر سے ظاہر کیا جاتا ہے

X	Z
0	1
1	0



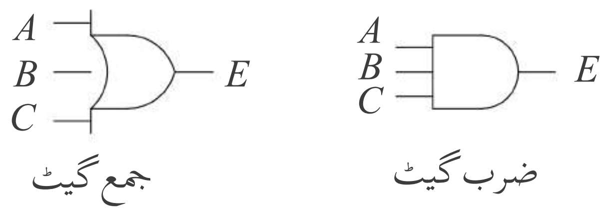
شکل 3.8: نفی گیٹ

نفی تفاعل صرف ایک ہی آزاد اور ایک ہی تابع متغیرہ کے لئے ممکن ہے۔اسی وجہ سے نفی گیٹ کا ایک ہی مداخل اور ایک ہی مخارج ہوتا ہے جبکہ **ضرب گیٹ** اور **جمع گیٹ** دو یا دو سے زیادہ مداخل کے بھی ہو سکتے ہیں۔شکل 3.10 میں تین مداخل کے ضرب اور جمع گیٹ دکھائے گئے ہیں۔



شکل 3.9: نفی گیٹ کی کارکردگی

نفی گیٹ کی کارکردگی شکل 3.9 میں گراف کے شکل میں دکھائی گئی ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ **نفی گیٹ** کا مخارج اس کے مداخل کے اُلٹ رہتا ہے۔

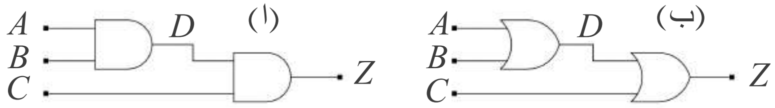


مداخل			مخارج
A	B	C	E
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

مداخل			مخارج
A	B	C	E
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

شکل 3.10: تین داخلی ضرب اور جمع گیٹ

ضرب گیٹ کی مخارج اس وقت 1 کے برابر ہوتی ہے جب اس کے تمام مداخل 1 ہوں۔جبکہ جمع گیٹ کی مخارج اس وقت 1 ہوتی ہے جب اس کے مداخل میں سے کوئی بھی مداخل 1 ہو۔



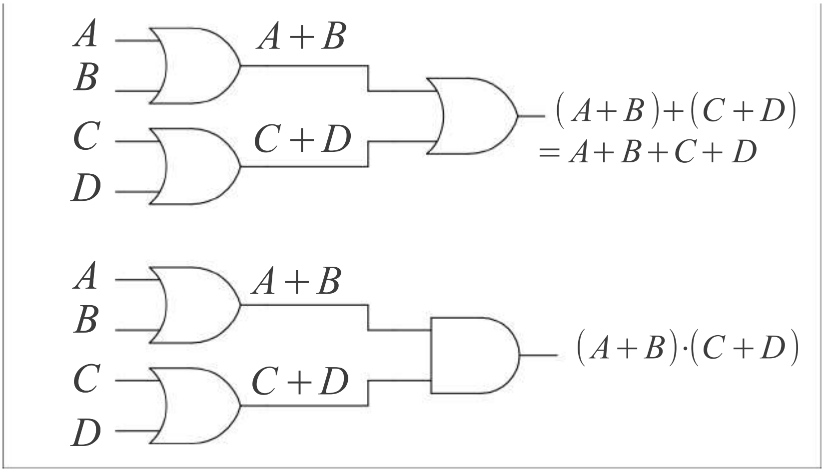
A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

شکل 3.11: زیادہ مداخل کے گیٹ کا تشکیل

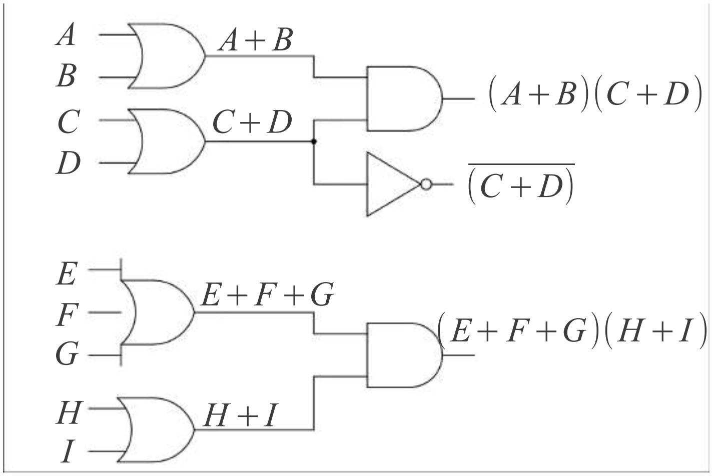
شکل 3.11 کے حصہ (ا) میں دو عدد ضرب گیٹ جوڑے گئے ہیں۔ساتھ ہی اس دور کا بوولین جدول دیا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ دور تین داخلی ضرب گیٹ کا کردار ادا کر رہا ہے۔ یوں دو داخلی ضرب گیٹوں کی مدد سے زیادہ مداخل کا ضرب گیٹ حاصل کیا جا سکتا ہے۔اسی طرح شکل کے حصہ (ب) میں تین داخلی جمع گیٹ کا حصول دکھایا گیا ہے۔

شکل 3.12 اور شکل 3.13 میں ان گیٹوں پر مبنی ادوار کے چند مثالیں اور ان کو حل کرنا دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.12: جمع اور ضرب گیٹوں کے ادوار کی ایک مثال

شکل 3.12 میں سب سے اوپر دو جمع گیٹوں کی خارجی پنوں کو اس کے سامنے ایک جمع گیٹ کی داخلی پنوں سے لکیروں (تاروں) کے ذریعہ جوڑا گیا ہے۔اس طرح کی لکیریں ایک خارجی پن سے شروع اور ایک یا ایک سے زیادہ داخلی پنوں پر ختم ہوتی ہیں۔یوں جڑے تار خارجی پن پر موجود سگنل یعنی 0 یا 1 کو سامنے گیٹ کے داخلی پن یا پنوں تک پہنچاتی ہیں۔اس طرح سب سے اوپر والی تار (لکیر) کا مطلب یہ ہوا کہ بائیں جانب جمع گیٹ کی مخارج یعنی $(A+B)$ دائیں جانب جمع گیٹ کی مداخل بن گئی ہے۔



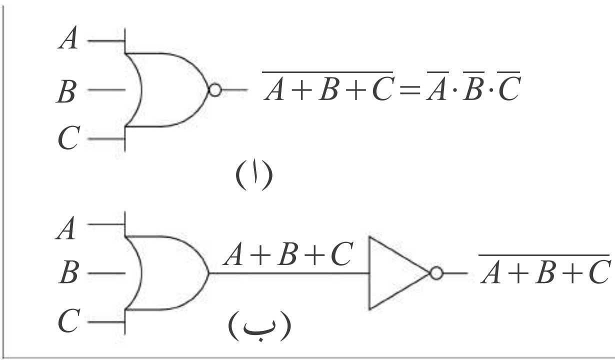
شکل 3.13: گیٹوں کے ادوار کی ایک اور مثال

اس شکل میں اوپر سے دوسرے گیٹ یعنی جمع گیٹ کی مخارج یعنی $(C+D)$ دائیں جانب ضرب گیٹ اور نفی گیٹ دونوں کی مداخل بنی ہے۔

3.3.4 نفی۔جمع گیٹ اور نفی۔ضرب گیٹ

شکل 3.14 (ا) میں تین داخلی نفی۔جمع گیٹ اور اس کا بوولین جدول دکھایا گیا ہے۔شکل (ب) میں تین داخلی جمع گیٹ کے ساتھ نفی گیٹ جوڑا گیا ہے۔ان جڑواں گیٹوں کے دور کا بوولین جدول بھی یہی حاصل ہوتا ہے گویا شکل کے دونوں حصے ایک ہی تفاعل کو ظاہر کرتے ہیں۔اسی مشابہت سے **نفی** اور **جمع گیٹوں** کے نام جوڑ کر اس گیٹ کا نام **نفی۔جمع گیٹ** [53] رکھا گیا ہے۔

53 NOR gate



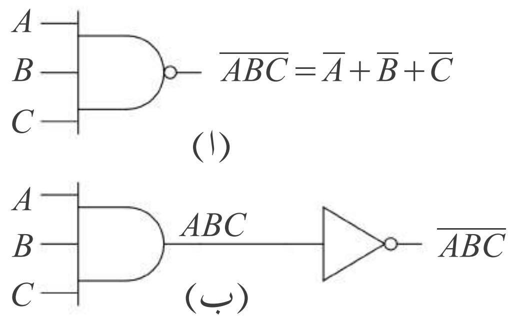
A	B	C	Z
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

شکل 3.14: تین داخلی نفی-جمع گیٹ

اسی طرح شکل 3.15 میں تین داخلی نفی-ضرب گیٹ دکھایا گیا ہے جسے **نفی** اور **ضرب** کے لفظ جوڑ کر **نفی-ضرب گیٹ** [54] کا نام دیا گیا ہے۔

بالکل ضرب اور جمع گیٹوں کی طرح یہ دو قسم کے گیٹ بھی دو، تین یا ان سے زیادہ مداخل والے ہو سکتے ہیں۔

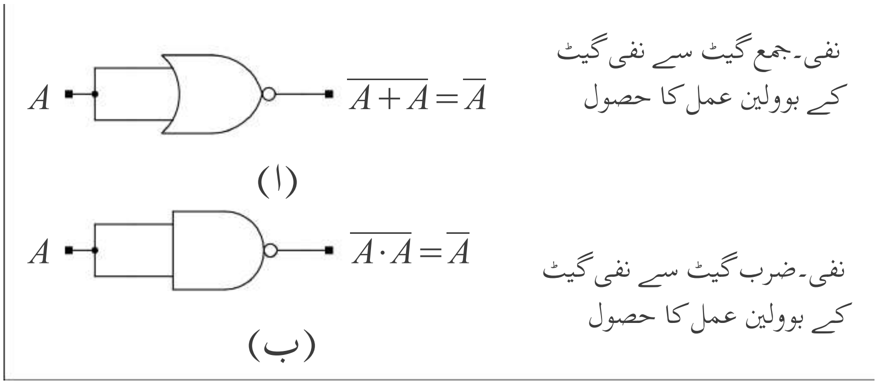
54 NAND gate



A	B	C	Z
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

شکل 3.15: تین داخلی نفی۔ضرب گیٹ

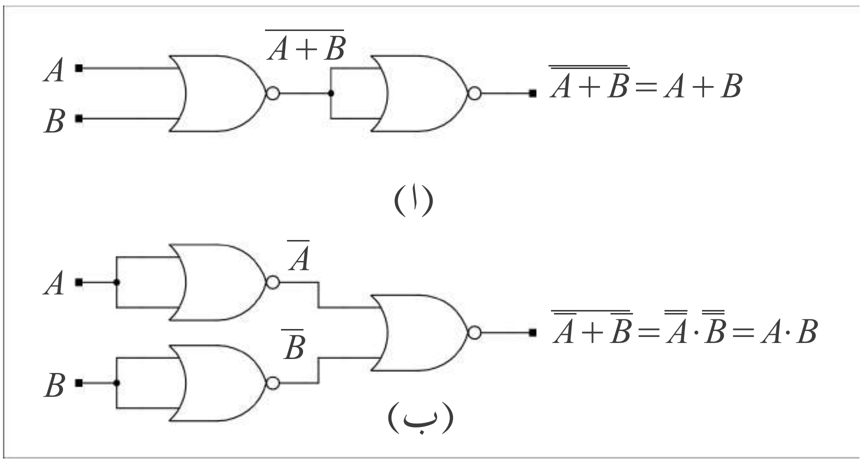
کسی بھی نفی۔جمع گیٹ کی مخارج صرف اُسی صورت 1 ہوتا ہے جب اس کے تمام مداخل 0 ہوں جبکہ کسی بھی نفی۔ضرب گیٹ کی مخارج اُس وقت تک 1 رہتا ہے جب تک اس کے تمام مداخل 1 نہ ہوں۔



شکل 3.16: نفی-جمع گیٹ اور نفی-ضرب گیٹ سے نفی گیٹ کا عمل

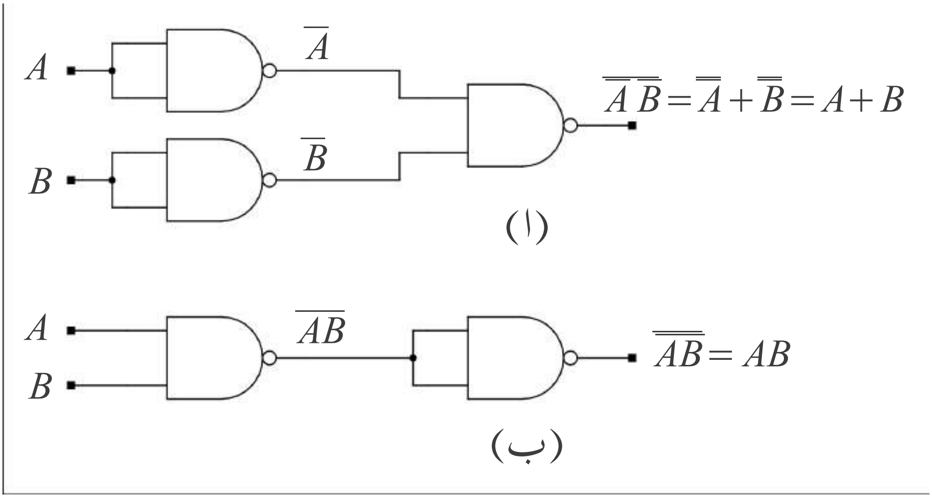
شکل 3.16 میں باری باری نفی-جمع گیٹ اور نفی-ضرب گیٹ کی مدد سے نفی گیٹ کا عمل حاصل کرنا دکھایا گیا ہے۔یوں نفی گیٹ کی جگہ نفی-جمع گیٹ استعمال کیا جا سکتا ہے یا پھر اس کی جگہ نفی-ضرب گیٹ استعمال کیا جا سکتا ہے۔

اسی طرح شکل 3.17 میں نفی-جمع گیٹ کی مدد سے جمع گیٹ اور ضرب گیٹ کا عمل حاصل کیا گیا ہے جبکہ شکل 3.18 میں نفی-ضرب گیٹ استعمال کرتے ہوئے جمع گیٹ اور ضرب گیٹ کا عمل حاصل کیا گیا ہے۔



شکل 3.17: نفی۔جمع گیٹوں کی مدد سے جمع گیٹ اور ضرب گیٹ کا عمل

اس شکل میں ضرب گیٹ بناتے وقت بائیں جانب سب سے نیچے نفی۔جمع گیٹ کے دونوں مداخل آپس میں جوڑ کر انہیں B متغیرہ سے منسلک کیا گیا ہے۔



شکل 3.18: نفی-ضرب گیٹوں کی مدد سے جمع گیٹ اور ضرب گیٹ کا عمل

اس حصہ کے شروع میں دیکھا گیا کہ جمع، ضرب اور نفی گیٹوں کی مدد سے نفی-جمع گیٹ اور نفی-ضرب گیٹ حاصل کئے جا سکتے ہیں جبکہ اس حصہ کے آخر میں نفی-جمع گیٹوں اور نفی-ضرب گیٹوں کی مدد سے نفی گیٹ، جمع گیٹ اور ضرب گیٹ حاصل کرنا دکھلایا گیا۔

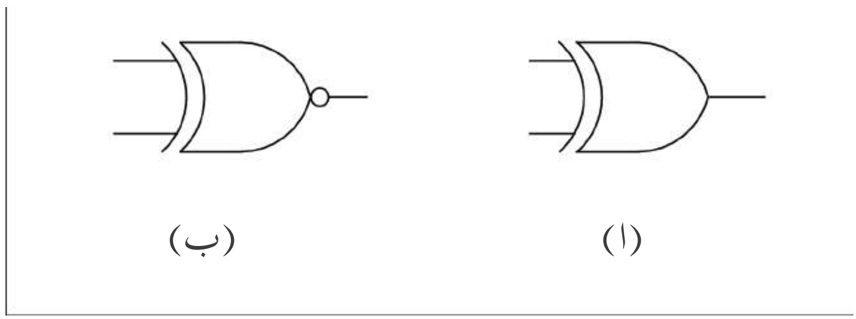
3.3.5 بلا شرکت جمع گیٹ اور نفی بلا شرکت جمع گیٹ

بلا شرکت جمع تفاعل کو **بلا شرکت جمع گیٹ** [55] سے حاصل کیا جاتا ہے جس کی علامت شکل 3.19 (ا) میں دکھائی گئی ہے۔اسی طرح بلا شرکت نار تفاعل کو **نفی بلا شرکت جمع گیٹ** [56] کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے جس کی علامت شکل (ب) میں دکھائی گئی ہے۔بلا شرکت جمع گیٹ کی مخارج کے ساتھ نفی گیٹ منسلک کرنے سے بلا

55 XOR

56 XNOR

شرکت نفی۔جمع گیٹ حاصل کیا جا سکتا ہے۔**بلا شرکت گیٹ** کی کارکردگی گراف کے شکل میں شکل 3.20 میں دکھائی گئی ہے۔

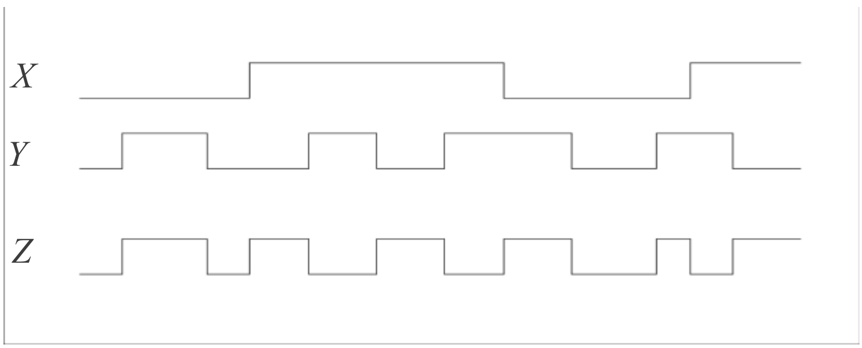


شکل 3.19: بلا شرکت جمع گیٹ اور نفی-بلا شرکت جمع گیٹ

تین مداخل والے **بلا شرکت جمع گیٹ** کا مخارج حاصل کرتے وقت اس کے کسی دو مداخل کا **بلا شرکت جمع** حاصل کریں اور حاصل جواب کا تیسرے مداخل کے ساتھ **بلا شرکت جمع** حاصل کریں۔یہی ان تین مداخل کا **بلا شرکت جمع** ہے۔مساوات 3.19 میں تین مداخل والے **بلا شرکت جمع گیٹ** کا بوولین جدول دکھایا گیا ہے۔جیسے آپ اس جدول سے دیکھ سکتے ہیں، کسی بھی بلا شرکت جمع گیٹ کا مخارج اُس صورت بلند ہوتا ہے جب اس کے بلند مداخل کی تعداد طاق ہو۔

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(3.19)



شکل 3.20: **بلا شرکت گیٹ** کی کارکردگی

طلبہ سے گزارش کی جاتی ہے کہ وہ یہاں رُک کر ان اعمال کو اچھی طرح سمجھ لیں۔

3.4 گیٹوں کے برقی خصوصیات

کسی بھی گیٹ کے مخارج کو اس صورت **بلند** تصور کیا جاتا ہے جب یہ ایک مخصوص حد یا اس سے زیادہ برقی دباؤ خارج کرے۔اس حد کو **بلند خارجی برقی دباؤ** (V_{OH}) [57] کہتے ہیں۔گیٹ کا مخارج بلند صورت میں ایک مخصوص حد تک برقی رو خارج کر سکتا ہے جسے اس گیٹ کی **بلند خارجی برقی رو** [58] کہتے ہیں۔

اسی طرح گیٹ کے مخارج کو اس صورت **پست** تصور کیا جاتا ہے جب یہ ایک مخصوص حد یا اس سے کم برقی دباؤ خارج کرے۔اس حد کو **پست خارجی برقی دباؤ** (V_{OL}) [59] کہتے ہیں۔گیٹ کا مخارج پست صورت میں ایک خاص حد تک برقی رو جذب کر سکتا ہے جسے اس گیٹ کی **پست خارجی برقی رو** (I_{OL}) [60] کہتے ہیں۔

گیٹ ایک مخصوص حد اور اس سے زیادہ داخلی برقی دباؤ کو **بلند** تصور کرتا ہے۔ اس برقی دباؤ کو **بلند داخلی برقی دباؤ** (V_{IH}) [61] کہتے ہیں۔گیٹ کے کسی ایک مداخل کو بلند کرنے کی خاطر درکار برقی رو کو **بلند داخلی برقی رو** (I_{IH}) [62] کہتے ہیں.

اسی طرح گیٹ ایک مخصوص حد اور اس سے کم داخلی برقی دباؤ کو **پست** تصور کرتا ہے۔اس حد کو **پست داخلی برقی دباؤ** (V_{IL}) [63] کہتے ہیں۔گیٹ کے کسی ایک

57 output HIGH voltage (V_{OH})
58 output HIGH current (I_{OH})
59 output LOW voltage (V_{OL})
60 output LOW current (I_{OL})
61 input HIGH voltage (V_{IH})
62 input HIGH current (I_{IH})
63 input LOW voltage (V_{IL})

مداخل کو پست کرنے کی خاطر درکار برقی رو کو **پست داخلی برقی رو** (I_{IL}) [64] کہتے ہیں۔

کسی بھی برقیاتی دور میں برقی تار مختلف گیٹوں کو جوڑنے کی خاطر استعمال کئے جاتے ہیں۔کبھی کبھار ان تاروں میں جائے استعمال پر پائے جانت والے تغیر پذیر **برقی و مقناطیسی میدان** [65] کی وجہ سے غیر ضروری اور مضر برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے جسے **برقی شور** [66] کہتے ہیں۔یہ برقی شور **پست خارجی برقی دباؤ** کے ساتھ جمع ہو کر **پست داخلی برقی دباؤ** کے حد سے تجاوز کر سکتا ہے۔اسی طرح یہ برقی شور **بلند خارجی برقی دباؤ** سے نفی ہو کر **بلند داخلی برقی دباؤ** کے حد سے تجاوز کر سکتا ہے۔ایسی صورت میں دور غیر متوقع طور کام کرے گا۔

گیٹ کے **بلند خارجی برقی دباؤ** کا حد اس کے **بلند داخلی برقی دباؤ** کے حد سے قدرِ زیادہ ہوتا ہے۔ان کے فرق کو **بلند شور کی گنجائش** (V_{NH}) [67] کہتے ہیں یعنی

$$V_{NH}=V_{OH}-V_{IH} \tag{3.20}$$

جبکہ گیٹ کے **پست خارجی برقی دباؤ** کا حد اس کے **پست داخلی برقی دباؤ** کے حد سے قدرِ کم ہوتا ہے۔ان کے فرق کو **پست شور کی گنجائش** (V_{NL}) [68] کہتے ہیں یعنی

$$V_{NL}=V_{IL}-V_{OL} \tag{3.21}$$

مندرجہ بالا حقائق کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔

---

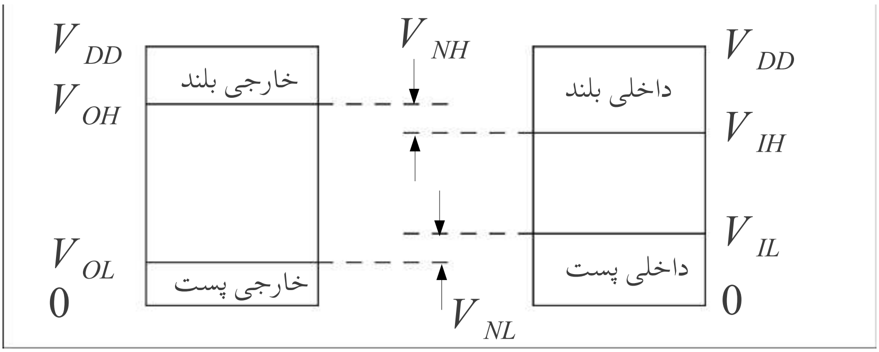
64 input LOW current (I_{IL})

65 electromagnetic fields

66 electrical noise

67 HIGH noise margin (V_{NH})

68 LOW noise margin (V_{NL})



شکل 3.21: شور کی گنجائش کا تخمینہ لگانا

اس شکل میں V_{DD} گیٹ کو مہیا کردہ برقی دباؤ ہے جسے اس کتاب میں مثبت پانچ وولٹ $(+5V)$ تصور کیا گیا ہے جبکہ 0 سے مراد صفر وولٹ برقی دباؤ ہے۔

بلند داخلی برقی دباؤ اور **پست داخل برقی دباؤ** کے درمیان داخلی برقی دباؤ کوئی معنی نہیں رکھتا اور ایسے برقی دباؤ غیر متوقع صورت پیدا کر سکتے ہیں۔

کوئی بھی گیٹ اس وقت تک اپنے مخارج کو بلند رکھ سکتا ہے جب تک اس سے خارج ہونے والا برقی رو اس کے **بلند خارجی برقی رو** کے حد سے تجاوز نہ کر جائے۔اسی طرح یہ گیٹ اس وقت تک اپنے مخارج کو پست رکھ سکتا ہے جب تک اس میں خارجی جانب جذب ہونے والا برقی رو اس کے **پست خارجی برقی رو** کے حد سے تجاوز نہ کر جائے۔اگر ایسی صورت پیدا ہو جہاں ان حدود کے اندر رہنا ممکن نہ ہو اس صورت ایک

ایسا گیٹ درکار ہو گا جو زیادہ برقی رو خارج اور جذب کر سکے۔درکار جگہ پر اسے نسب کر کے عددی دور کو چلایا جا سکتا ہے۔ایسے توانا گیٹ کو **وسطی دور** کہتے ہیں۔آئیں اسی پر غور کرتے ہیں۔

3.4.1 وسطی دور

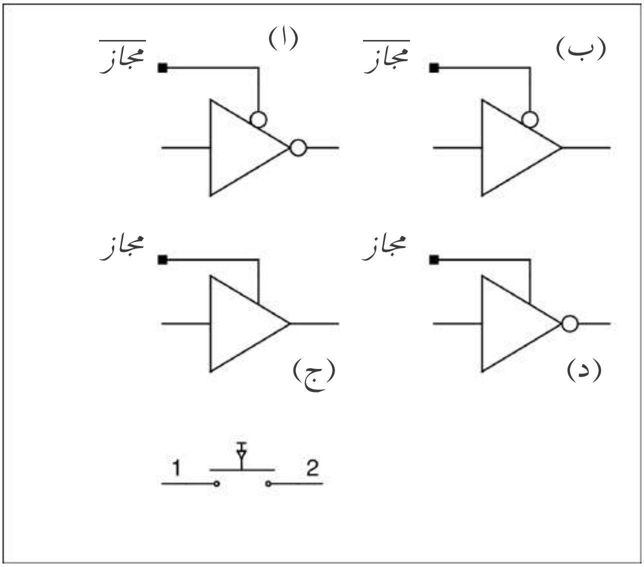
جیسا اُوپر ذکر ہوا وسطی دور ایک ایسا توانا دور ہے جو زیادہ برقی رو خارج اور جذب کر سکتا ہے۔اسے عموماً اس مقام پر نسب کیا جاتا ہے جہاں درکار برقی رو کسی عام گیٹ کے برقی رو کے حدود سے تجاوز کر جائے۔عموماً **وسطی دور** مجاز و معذور ہونے کی صلاحیت بھی رکھتے ہیں۔

وسطی دور کے مختلف اقسام کی علامتیں شکل 3.22 میں دکھائی گئی ہیں۔مجاز کردہ وسطی دور، داخلی مواد کو ہی خارج کرتا ہے جبکہ معذور کردہ وسطی دور بالکل ایک منقطع برقی سوئچ کی طرح دونوں اطراف کے ادوار کو مکمل طور منقطع کر دیتا ہے۔معذور وسطی دور **زیادہ مزاحمت حالت**[69] اختیار کر لیتا ہے۔اس حالت میں یہ نہ تو صفر (0) خارج کرتا ہے اور نہ ہی ایک (1) بلکہ یہ صرف ایک زیادہ مزاحمت کی طرح کردار ادا کرتا ہے۔وسطی دور میں کسی بھی گیٹ کی طرح مواد صرف داخلی جانب سے خارجی جانب منتقل ہو سکتا ہے۔

جہاں دو ادوار کے مابین دونوں جانب مواد کا ترسیل درکار ہو وہاں دو وسطی دور آپس میں اُلٹ سمتوں میں جوڑ کر ایسا ممکن بنایا جاتا ہے۔ایسا دور جسے **دو طرفہ وسطی دور** کہتے ہیں کو شکل 3.23 (ا) میں دکھایا گیا ہے۔شکل (ب) میں اس کی علامت دکھائی گئی ہے۔اسی طرح **نفی کرتا دو طرفہ وسطی دور** بھی بنایا جاتا ہے۔

عموماً ایک وسطی دور اور ایک نفی کرتا وسطی دور کو یوں جوڑا جاتا ہے کہ ان کے مداخل آپس میں جڑے ہوں جبکہ ان کے مخارج پر دو متضاد حالتیں پائی جائیں۔اس طرح کے وسطی دور اور اس کی علامت کو شکل 3.24 میں دکھایا گیا ہے۔

---
69 high impedance state



شکل 3.22: وسطی گیٹ

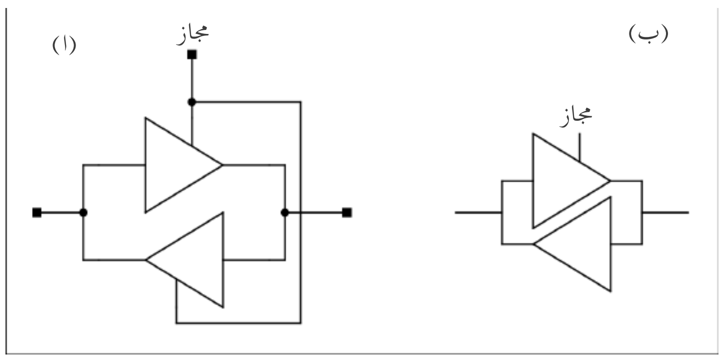
مجاذ و معذور صلاحیت والے وسطی گیٹ برقی سوئچ کی طرح کام کرتے ہیں۔ شکل3.22 (ا) اور (ب) میں **وسطی دور** کی مخارج کو اس کی مداخل سے منقطع کرنے کی خاطر $\overline{\text{معذور}}$ **برقی اشارے**[70] کو پست کیا جاتا ہے جبکہ انہیں جوڑنے کی خاطر اس برقی اشارے کو بلند کیا جاتا ہے۔شکل (ج) اور (د) میں دکھائے **وسطی دور** کو منقطع کرنے کی خاطر *معذور* کو بلند کیا جاتا ہے جبکہ اسے پست کرنے سے دور **مجاز** ہو کر مخارج اور مداخل کو جوڑ دیتا ہے۔مزید یہ کہ شکل (ا) اور (د) میں **وسطی دور** کے مخارج پر داخلی برقی اشارے کا نفی حاصل ہوتا ہے۔شکل (ج) میں دئے وسطی دور کا جدول یوں ہے۔

70 electrical signal

مجاز	مداخل	مخارج
0	x	زیادہ مزاحمتی حال
1	0	0
1	1	1

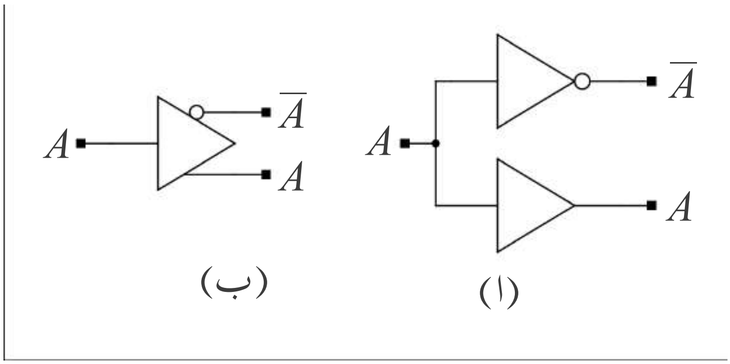
(3.22)

اس جدول سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مجاز کو پست[71] یعنی (0) کرنے کی صورت میں وسطی دور کی مخارج زیادہ مزاحمتی حالت اختیار کر لیتی ہے۔اس صورت میں خارجی طرف جڑے ادوار پر یہ کسی قسم کا کوئی اثر نہیں رکھتا۔مجاز کو بلند یعنی (1) کرتے ہی یہ دور مخارج پر وہی مواد خارج کرتا ہے جو اس کے مداخل پر مہیا کیا جائے۔



شکل 3.23: دو طرفہ وسطی دور

71 عددی الیکٹرانکس میں **صفر** یعنی (0) کو عموماً **پست** جبکہ **ایک** یعنی (1) کو **بلند** پکارا جاتا ہے۔



شکل 3.24: اشارہ اور اشارہ کا تکملہ دیتا وسطی دور

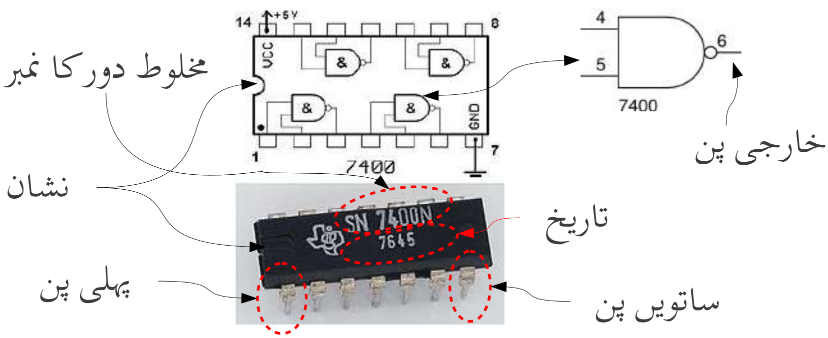
3.4.2 مخلوط ادوار

عام دستیاب نفی۔ضرب گیٹ کو شکل 3.25 میں دکھایا گیا ہے۔برقیاتی ادوار عموماً اسی طرح ڈبی میں بند دستیاب ہوتے ہیں اور انہیں **مخلوط دور**[72] کہتے ہیں۔**مخلوط ادوار** پر عموماً دو اعداد درج ہوتے ہیں۔ان میں سے ایک عدد وہ ہوتا ہے جس سے اس مخلوط دور کو پکارا جاتا ہے۔یوں شکل میں دکھایا گیا مخلوط دور 7400 کہلاتا ہے۔ عموماً اس عدد کے دائیں، بائیں اور اس کے ہندسوں کے مابین اضافی حروف بھی لکھے ہوتے ہیں جو اضافی معلومات فراہم کرتے ہیں۔ڈبی پر درج دوسرا عدد اس مخلوط دور کی تیاری کا تاریخ بتلاتا ہے۔مثلاً یہاں دوسرا نمبر 7645 کے مطابق یہ مخلوط دور سن 76

72 integrated circuit (IC)

کے پینتالیسویں (45) ہفتہ کو کارخانے میں تیار ہوا۔جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے اس مخلوط دور میں چار عدد نفی-ضرب گیٹ موجود ہیں۔

جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے ڈبیہ کے ایک جانب نشان سے گھڑی کے اُلٹ رُخ اس کے پن گنے جاتے ہیں۔شکل میں مکمل مخلوط دور کا خاکہ اور اس میں ایک گیٹ کا خاکہ بھی دکھایا گیا ہے۔کسی گیٹ کے خاکہ میں پن پر لکھا عدد ڈبیہ میں اس پن کا مقام بتلاتا ہے۔یوں شکل میں دکھائے گیٹ کے خاکے میں خارجی پن پر 6 اس پن کا ڈبی میں مقام دکھاتا ہے۔گیٹ کا خاکہ بناتے وقت اس کے قریب مخلوط دور کا نمبر بھی لکھا جاتا ہے۔



شکل 3.25: 7400 مخلوط دور

ایسے مزید چند مخلوط ادوار جانتے ہیں۔

7400 چار عدد دو مداخل والے نفی۔ضرب گیٹ

7402 چار عدد دو مداخل والے نفی۔جمع گیٹ

7404 چھ عدد نفی گیٹ

7406 چھ عدد نفی کرتا وسطی گیٹ

7408 چار عدد دو مداخل والے ضرب گیٹ

مشق: **انٹرنیٹ**[73] سے مندرجہ بالا تمام مخلوط ادوار کے معلوماتی صفحات حاصل کریں اور ان میں علیحدہ علیحدہ گیٹوں کے مقام دریافت کریں۔(مثلاً 7400 کے **معلوماتی صفحات**[74] حاصل کرنے کی خاطر انٹرنیٹ میں **گوگل**[75] میں *datasheet* 7400 لکھیں۔)

ان صفحات میں ڈھیروں مواد موجود ہو گا جسے دیکھ کر گھبرائے نہیں۔

آپ نے اُوپر کئی مخلوط ادوار دیکھے جن کے نمبر 74 سے شروع ہوتے ہیں۔ دراصل 74xx مخلوط ادوار کا ایک سلسلہ ہے جس میں جیسے جیسے نئے ادوار بنائے گئے انہیں شامل کیا گیا۔ان اعداد کا از خود کوئی مطلب نہیں۔اسی طرح کا ایک اور سلسلہ 40xx پکارا جاتا ہے جس میں تمام مخلوط ادوار کے نمبر 40 سے شروع ہوتے ہیں۔

مخلوط ادوار کو برقی دباؤ مہیا کرنا لازم ہے۔ 74xx سلسلہ کے تمام مخلوط ادوار مثبت پانچ وولٹ $(+5\,\mathrm{V})$ پر کام کرتے ہیں۔شکل 3.25 میں دکھائے گئے 7400 مخلوط دور کو برقی دباؤ پن نمبر سات اور چودہ پر مہیا کیا جاتا ہے جہاں پن چودہ کو مثبت رکھا

73 internet

74 datasheet

75 Google

جاتا ہے۔جن دو پن پر مخلوط دور کو برقی طاقت مہیا کی جاتی ہے، انہیں **طاقت کے پن** کہتے ہیں۔

مشق: انٹرنیٹ کی مدد سے 40xx سلسلہ میں دستیاب چار مداخل والے ضرب گیٹوں کے مخلوط دور کا نمبر دریافت کریں۔اس مخلوط دور کو کتنی برقی دباؤ درکار ہے۔

3.5 بوولین تفاعل کا تخمینہ

منطقی ضرب، جمع، نفی وغیرہ تفاعل کے جدول آپ نے دیکھے۔منطقی تفاعل کے اس طرح کے جدول کو اس کتاب میں منطقی جدول [76] کہا جائے گا۔منطقی تفاعل کا تخمینہ لگاتے وقت منطقی جدول نہایت کارآمد ثابت ہوتے ہیں۔

بوولین تفاعل کا تخمینہ لگاتے وقت اس کے آزاد بوولین متغیرات کے تمام ممکنہ قیمتوں کو ترتیب وار لکھ کر تفاعل کو حل کیا جاتا ہے۔آزاد متغیرات کی تمام ممکنہ قیمتوں کی ترتیب پر پہلے غور کرتے ہیں۔

3.5.1 آزاد بوولین متغیرات کی قیمتوں کے ممکنہ ترتیب

اگر بوولین تفاعل کا ایک ہی آزاد بوولین متغیرہ ہو مثلاً C تو اس کے دو ہی ممکنہ قیمتیں ہوں گی یعنی 0 اور 1 جسے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

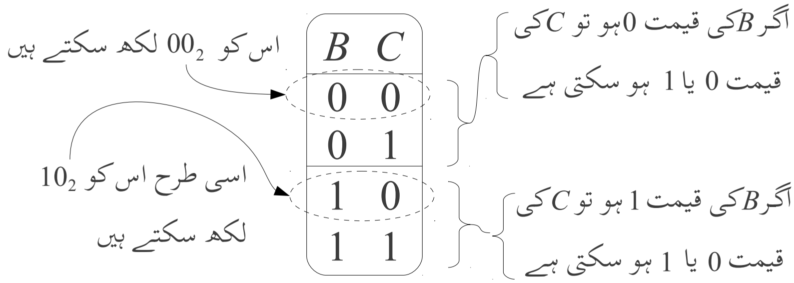
C
0
1

جدول 3.1: ایک آزاد متغیرہ کی ممکنہ قیمتیں

76 truth table

یہ ایک ہندسے پر مبنی ثنائی عدد کی صفر سے ایک تک کی گنتی ہے۔

اگر کسی بوولین تفاعل کے دو آزاد بوولین متغیرات ہوں مثلاً B اور C ۔اس صورت میں اگر B کی قیمت 0 ہو تو C کی قیمت 0 یا 1 ہو سکتی ہے اور اسی طرح اگر B کی قیمت 1 ہو تب بھی C کی قیمت 0 یا 1 ہو سکتی ہے شکل 3.26 میں اس کی وضاحت کی گئی ہے۔



شکل 3.26: دو آزاد بوولین متغیرات کی قیمتوں کے تمام ممکنہ ترتیب

اگر ایک صف [77] میں دو اعداد کو دو ہندسوں کا ثنائی عدد سمجھا جائے تو یہ اعداد 00_2 ، 01_2 ، 10_2 اور 11_2 حاصل ہوتے ہیں۔یہ سادہ صفر سے تین تک کی ثنائی گنتی ہے یعنی یہ دو ہندسوں پر مبنی ثنائی عدد کی گنتی ہے۔

اسی طرح اگر کسی بوولین تفاعل کے تین آزاد متغیرات ہوں مثلاً A ، B اور C ۔اس صورت میں اگر A کی قیمت 0 ہو تو بقایا دو آزاد متغیرات یعنی B اور C وہ تمام صورتیں اختیار کر سکتے ہیں جو شکل 3.26 میں دی گئی ہیں۔اسی طرح اگر C کی قیمت 1 ہو تب بھی بقیہ دو متغیرات یہ تمام قیمتیں اختیار کر سکتے ہیں۔ اس کو ہم یوں لکھ سکتے ہیں۔

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

جدول 3.2: تین آزاد متغیرات کے قیمتیں لکھنے کے تمام ممکنہ ترتیب

اس جدول میں اگر ایک صف میں تین اعداد کو تین ہندسوں کا ثنائی عدد سمجھا جائے تو ملتا ہے 000_2 ، 001_2 ، 010_2 ، 011_2 100_2 101_2 110_2 اور 111_2 ۔یہ سادہ صفر سے سات تک کی ثنائی گنتی ہے یعنی یہ تین ہندسوں پر مبنی ثنائی عدد کی گنتی ہے۔

77 row

ان مثالوں سے کسی بھی بوولین تفاعل کے آزاد متغیرات کی تمام ممکنہ قیمتیں لکھنے کا ایک آسان طریقہ حاصل ہوتا ہے۔تفاعل میں جتنے آزاد متغیرات ہوں گے اتنے ہی ہندسوں پر مبنی ثنائی عدد کی سادہ گنتی لکھنے سے ایسا کیا جا سکتا ہے۔

3.5.2 بوولین تفاعل کا تخمینہ

بوولین تفاعل کا تخمینہ لگانے کی خاطر ہم ایک بوولین تفاعل $Z = A + B\overline{C}$ کو مثال کے طور لیتے ہیں۔اس تفاعل کے تین آزاد متغیرات ہیں لہٰذا اس کے آزاد متغیرات کے تمام ممکنہ ترتیب کا جدول لکھتے ہیں۔

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

تفاعل میں C کی بجائے $\overline{C}$ استعمال ہوا ہے لہٰذا اسی جدول میں $\overline{C}$ کا خانہ بناتے ہیں۔یاد رہے کہ C اور $\overline{C}$ ایک ہی متغیرہ کے دو پہلو ہیں لہٰذا متغیرات تین ہی ہیں۔یوں حاصل ہوتا ہے

A	B	C	$\overline{C}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

تفاعل کی قیمت حاصل کرنے کی خاطر B اور $\overline{C}$ کا منطقی ضرب یعنی

$B\overline{C}$ درکار ہے لہٰذا اس کا خانہ بھی جدول میں شامل کرتے ہیں۔یہ شکل 3.27 میں دکھایا گیا ہے۔جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے، جدول میں کسی بھی جگہ $B\overline{C}$ کی قیمت اسی صف میں B اور $\overline{C}$ کی قیمتوں کے منطقی ضرب سے حاصل ہوتی ہے۔

A	B	C	$\overline{C}$	B $\overline{C}$
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

ان دو کو منطقی
ضرب دینے سے
یہ حاصل ہوتا ہے

شکل 3.27: جدول میں نیا خانہ بنانے کا عمل

اب وقت آیا مکمل بوولین تفاعل کی قیمت حاصل کرنے کا یعنی $\left(A+B\,\overline{C}\right)$ معلوم کرنے کا۔بالکل شکل 3.27 کی طرح ایک بار پھر جدول میں ایک نیا خانہ بناتے ہیں مگر اس مرتبہ اس میں A اور $B\,\overline{C}$ خانوں کا منطقی جمع لکھیں گے۔یوں شکل 3.28 حاصل ہوتی ہے۔

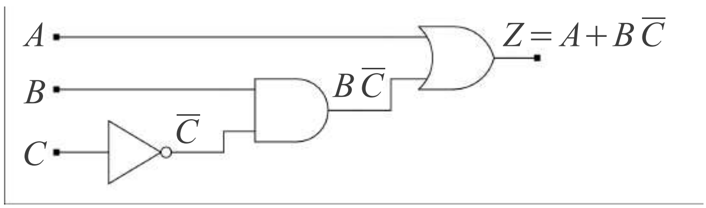
A	B	C	$\overline{C}$	$B\overline{C}$	$(A+B\overline{C})$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

ان دو کا منتقی جمع اس
کے برابر ہے

شکل 3.28: منطقی جمع میں $(1+1=1)$ *ہوتا ہے*

اس جدول میں دائیں جانب کا خانہ دئے گئے بوولین تفاعل کی قیمت دیتا ہے۔یہ آزاد متغیرات کی تین ممکنہ قیمتوں کے لئے 0 اور بقایا تمام کے لئے 1 کے برابر ہے۔یاد رہے کہ منطقی جمع کرتے وقت $(1+1=1)$ لیا جاتا ہے۔

اس تفاعل کا منطقی گیٹوں کے ذریعہ حصول شکل 3.29 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.29: منطقی گیٹوں کی مدد سے $Z = A + B\,\overline{C}$ کا حصول

3.6 قوسین میں بند بوولین تفاعل

بالکل عام الجبرا کی طرح بوولین الجبرا میں بھی قوسین میں بند تفاعل پہلے حل کئے جاتے ہیں۔

مثال 3.1: ایک تفاعل $\overline{A} + B(\overline{B} + A)$ کو حل کریں۔

حل: اس تفاعل میں دو آزاد متغیرات ہیں لہٰذا دو ہندسوں پر مبنی ثنائی گنتی کا جدول لکھتے ہیں یعنی

A	B
0	0
0	1
1	0
1	1

تفاعل میں دونوں متغیرات کے نفی استعمال ہوئے ہیں لہٰذا جدول میں ان کے خانے بناتے ہیں۔

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	0	0

اب قوسین میں بند حصہ یعنی $\left(\overline{B}+A\right)$ کا خانہ بناتے ہیں۔

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$(\overline{B}+A)$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	1	0	0	1

اس کے ساتھ $B\left(\overline{B}+A\right)$ کاخانہ بناتے ہیں۔یہ خانہ جدول میں دئے $\left(\overline{B}+A\right)$ اور B کے منطقی ضرب سے حاصل ہوتا ہے۔یوں

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$(\overline{B}+A)$	B $(\overline{B}+A)$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1

اب وقت آتا ہے مکمل بوولین تفاعل کی قیمت حاصل کرنے کا۔اس جدول سے $\overline{A}+B(\overline{B}+A)$ حاصل کرنے کی خاطر $B(\overline{B}+A)$ اور $\overline{A}$ کا منطقی مجموعہ حاصل کرتے ہیں جسے جدول 3.3 میں دکھایا گیا ہے۔

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$(\overline{B}+A)$	B $(\overline{B}+A)$	$\overline{A}+B(\overline{B}+A)$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1

جدول 3.3: $\overline{A}+B(\overline{B}+A)$ کے حصول کا مکمل جدول

3.7 بوولین الجبرا کے بنیادی قوانین

بوولین الجبرا کے بنیادی قوانین مندرجہ ذیل ہیں۔

1. اگر $X\neq 0$ تب $X=1$ ہو گا اور

2. اگر $X\neq 1$ تب $X=0$ ہو گا۔

3. منطقی جمع

$$\begin{aligned}0+0&=0\\0+1&=1\\1+0&=1\\1+1&=1\end{aligned}$$

4. منطقی ضرب

$$\begin{aligned}0\cdot 0&=0\\0\cdot 1&=0\\1\cdot 0&=0\\1\cdot 1&=1\end{aligned}$$

5. منطقی نفی

$$\begin{aligned}\overline{0}&=1\\\overline{1}&=0\end{aligned}$$

اگرچہ یہ پانچ قوانین نہایت سادہ معلوم ہوتے ہیں لیکن ان کی مدد سے مکمل بوولین الجبرا اخذ کیا جا سکتا ہے۔بوولین الجبرا کے چند قوانین جدول 3.4 اور جدول 3.5 میں دئے گئے ہیں۔یہ تمام مساوات مندرجہ بالا چار بنیادی قوانین سے اخذ کئے جا سکتے ہیں۔

1	$0 \cdot X = 0$
2	$1 \cdot X = X$
3	$X \cdot \overline{X} = 0$
4	$X \cdot X = X$
5	$X \cdot Y = Y \cdot X$
6	$(X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot (Y \cdot Z)$
7	$X+XY=X$
8	$X(X+Y)=X$
9	$(X+Y)(X+Z)=X+YZ$
10	$X+\overline{X}Y = X + Y$
11	$XY+YZ+\overline{Y}Z = XY + Z$
12	$X(Y+Z)=XY+XZ$
13	$\overline{\overline{X}} = X$

جدول 3.4 بوولین الجبرا کے چند بنیادی مساوات

1	$1 + X = 1$
2	$0 + X = X$
3	$X + \overline{X} = 1$
4	$X + X = X$
5	$X+Y = Y+X$
6	$(X+Y)+Z=X+(Y+Z)$
7	$X(X+Y)=X$
8	$X+XY=X$
9	$XY+XZ=X(Y+Z)$
10	$X(\overline{X} + Y) = XY$
11	$(X+Y)(Y+Z)(\overline{Y} + Z) = (X + Y)Z$
12	$X+YZ = (X+Y)(X+Z)$
13	$\overline{\overline{X}} = X$

جدول 3.5 بوولین الجبرا کے چند بنیادی مساوات

بوولین مساوات ثابت کرنے کا ایک اہم طریقہ **بوولین جدول سے اخذ کرنے کا طریقہ**[78] کہلاتا ہے۔مندرجہ بالا مساوات میں چند قوانین کا حل اس طریقہ سے حاصل کرتے ہیں۔

مثال 3.2: جدول 3.4 کے شِق 1 کو بوولین جدول کی مدد سے ثابت کریں۔

حل: اس شِق میں بائیں جانب تفاعل میں X واحد متغیرہ ہے۔اس کا بوولین جدول لکھتے ہیں۔

X
0
1

اس کے ساتھ $0 \cdot X$ کا خانہ بناتے ہیں۔چونکہ $(0 \cdot 0 = 0)$ اور $(0 \cdot 1 = 0)$ ہوتا ہے لہٰذا

X	$0 \cdot X$
0	0
1	0

ثابت ہوا کہ

$$0 \cdot X = 0$$

اس طرح کے سوال جن میں متغیرہ کو ایک مقررہ[79] عدد C سے منطقی ضرب دینا ہو کو یوں لکھا جاسکتا ہے۔متغیرہ کے تمام ممکنہ قیمتوں کے جدول کے بائیں جانب اس مقررہ کا خانہ بنائیں۔موجودہ مثال میں مقررہ 0 ہے لہٰذا

C	X
0	0
0	1

78 proof by perfect induction

79 constant

حاصل ہوتا ہے۔اب $0 \cdot X$ کا خانہ بنانے کے لئے $C \cdot X$ کا خانہ بنائیں یعنی

C	X	$C \cdot X$
0	0	0
0	1	0

اس میں $C \cdot X$ کے خانے کی قیمت 0 رہتی ہے لہٰذا ثابت ہوتا ہے کہ $0 \cdot X = 0$ ہی ہے۔

مثال 3.3: جدول 3.4 کے شِق 2 کو بوولین جدول کی مدد سے ثابت کریں۔

حل: اس شِق کے بائیں جانب تفاعل میں X واحد متغیرہ ہے۔اس کا بوولین جدول لکھتے ہیں۔چونکہ اس تفاعل میں $(1 \cdot X)$ استعمال ہوا ہے لہٰذا اس کا خانہ بھی بناتے ہیں۔یہ خانہ بناتے ہوئے چونکہ $(1 \cdot 0 = 0)$ اور $(1 \cdot 1 = 1)$ ہوتا ہے لہٰذا

X	$1 \cdot X$
0	0
1	1

اس جدول کے دونوں خانے بالکل یکساں ہیں یعنی X اور $1 \cdot X$ تمام ممکنہ صورتوں میں برابر ہیں۔لہٰذا ثابت ہوا کہ

$$1 \cdot X = X$$

اس کو گزشتہ مثال کی طرح یوں حل کریں گے۔یہاں X کا 1 کے ساتھ منطقی ضرب درکار ہے لہٰذا مقررہ $C=1$ ہے۔یوں

C	X	$C \cdot X$
1	0	0
1	1	1

حاصل ہوتا ہے۔اس جدول میں X اور $C \cdot X$ کے خانے یکساں ہیں لہٰذا ثابت ہوا کہ $1 \cdot X = X$ ہے۔

چند اور مثالیں جلد حل کرتے ہیں۔

مثال 3.4: ثابت کریں کہ $X \cdot \overline{X} = 0$

X	$\overline{X}$	$X \cdot \overline{X}$
0	1	0
1	0	0

مثال 3.5: ثابت کرتے ہیں کہ $X \cdot X = X$ ہے۔اگر $X=0$ ہو تب $X \cdot X$ یعنی $0 \cdot 0 = 0$ ہے۔یعنی $X=0$ کی صورت میں $X \cdot X = X$ ہے۔اسی طرح اگر $X=1$ ہو تب $X \cdot X$ یعنی $1 \cdot 1 = 1$ ہے یعنی $X=1$ کی صورت میں $X \cdot X = X$ ہے۔چونکہ X کی دونوں قیمتوں کے لئے یہ مساوات درست ہے لہٰذا یہ مساوات حتمی طور درست ہے۔

مثال 3.6: $\overline{\overline{X}} = X$

X	$\overline{X}$	$\overline{\overline{X}}$
0	1	0
1	0	1

مثال 3.7: $(0+X=X)$

C	X	C+X
0	0	0
0	1	1

دائیں جانب کے دو عمودی خانوں سے ثابت ہوتا ہے کہ X اور $(0+X)$ کی قیمتیں یکساں ہیں لہٰذا ثابت ہوا کہ $(0+X=X)$ ہے۔

مثال 3.8: $(1+X=1)$

C	X	C+X
1	0	1
1	1	1

دائیں جانب دو خانوں سے ثابت ہوتا ہے کہ $(1+X)$ کی قیمت 1 ہی رہتی ہے لہٰذا ثابت ہوا کہ $(1+X=1)$ ہے۔

مثال 3.9: $X+Y=Y+X$

X	Y	X+Y	Y+X
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

اس جدول میں جہاں $X=0$ اور $Y=1$ ہے اس صف میں

$$X+Y=0+1=1$$
$$Y+X=1+0=1$$

ہیں۔یعنی یہ دونوں جواب برابر ہیں۔اسی طرح بقایا مساوات بھی ثابت کئے جا سکتے ہیں۔

مثال 3.10: $X(Y+Z)=XY+XZ$

X	Y	Z	$(Y+Z)$	XY	XZ	X $(Y+Z)$	XY+XZ
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

مثال 3.11: $X+XY=X$

اس مساوات کو بوولین جدول کے بجائے بوولین الجبرا کی مدد سے حل کرتے ہیں۔ جدول 3.4 کے شق 12 کی مدد سے دئے گئے مساوات کے بائیں جانب کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$X+XY=X(1+Y)$$

جدول 3.4 کی شق 1 کو کسی بھی متغیرہ Z کے لئے یوں $1+Z=1$ لکھ سکتے ہیں۔موجودہ استعمال کی خاطر اسے $1+Y=1$ لکھتے ہیں۔لہٰذا
ثابت ہوتا ہے کہ $X+XY=X(1+Y)=X\cdot 1=X$

جدول 3.4 کی شِق 5 کو دو سے زیادہ متغیرات کے لئے بھی لکھا جا سکتا ہے مثلاً

$$\begin{aligned} ABC &= BAC \\ &= BCA \\ &= CBA \\ &= CAB \end{aligned}$$

اس طرح جدول 3.5 کی شِق 5 کو بھی دو سے زیادہ متغیرات کے لئے لکھا جا سکتا ہے مثلاً

$$\begin{aligned} A+B+C &= B+A+C \\ &= B+C+A \\ &= C+B+A \\ &= C+A+B \end{aligned}$$

3.8 ڈی مارگن کے کلیات

دو نہایت اہم قوانین جنہیں ڈی مارگن کے کلیات یا ڈی مارگن کے مسائل کہتے ہیں مندرجہ ذیل ہیں

$$\begin{aligned} \overline{X+Y} &= \overline{X}\cdot\overline{Y} \\ \overline{X\cdot Y} &= \overline{X}+\overline{Y} \end{aligned} \tag{3.23}$$

ان دو مسائل کو بوولین جدول کی مدد سے ثابت کرتے ہیں۔ڈی مارگن کے پہلے مسئلہ یعنی $(\overline{X+Y}=\overline{X}\cdot\overline{Y})$ سے شروع کرتے ہیں۔

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	X+Y	$\overline{X+Y}$	$\overline{X}\cdot\overline{Y}$
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0

اور اب ڈی مارگن کے دوسرے مسئلہ یعنی $(\overline{X\cdot Y}=\overline{X}+\overline{Y})$ کو ثابت کرتے ہیں۔

X	Y	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	X $\cdot Y$	$\overline{X}$	$\overline{X}+\overline{Y}$
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0

ڈی مارگن کے مسائل منطقی جمع کو منطقی ضرب میں اور منطقی ضرب کو منطقی جمع میں تبدیل کرتے ہیں۔بوولین تفاعل حل کرتے وقت یہ مدد دیتے ہیں۔

جدول 3.4 کے پہلے شِق $0 \cdot X = 0$ کو لیتے ہیں۔دونوں جانب تکملہ لیتے ہوئے

$$\overline{0 \cdot X} = \overline{0}$$

حاصل ہوتا ہے۔بائیں جانب پر ڈی مارگن کا دوسرا مسئلہ لاگو کرتے ہوئے

$$\overline{0} + \overline{X} = \overline{0}$$

حاصل ہوتا ہے۔مزید چونکہ 0 کا تکملہ 1 ہوتا ہے یعنی $\overline{0} = 1$ لہٰذا اسے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$1 + \overline{X} = 1$$

اس مساوات میں اگر $\overline{X}$ کو ایک بوولین متغیرہ Z سمجھا جائے تو اسے یوں لکھ سکتے ہیں

$$1 + Z = 1$$

اس مساوات کو جدول 3.5 کے شِق 1 کے ساتھ ملا کر دیکھیں۔متغیرہ کے نام مختلف ہونے کے علاوہ یہ دونوں یکساں ہیں۔ڈی مارگن مسائل کی مدد سے ہم نے دیکھا کہ

$$0 \cdot X = 0$$

اور

$$1 + X = 1$$

در حقیقت ایک ہی تفاعل کے دو پہلو ہیں یعنی[80]

80 $\Leftrightarrow$ کی علامت کہتی ہے کہ اس کی دونوں جانب جملے ایک ہی مطلب رکھتے ہیں

$$(0\cdot X=0)\Leftrightarrow(1+X=1)$$

اس مسئلہ کو ڈی مارگن کے پہلے مسئلہ کی مدد سے بھی دیکھا جا سکتا تھا۔ایسا کرنے کی خاطر ہم لیں گے بوولین تفاعل $(1+X=1)$ ۔اس کے دونوں جانب کا تکملہ لیتے ہیں۔یوں حاصل ہوتا ہے

$$\overline{1+X}=\overline{1}$$

بائیں جانب پر ڈی مارگن کا پہلا مساوات استعمال کرتے ہوئے

$$\overline{1}\cdot\overline{X}=\overline{1}$$

حاصل ہوتا ہے۔یہاں $\overline{1}$ کی جگہ 0 لکھنے سے

$$0\cdot\overline{X}=0$$

حاصل ہوتا ہے۔یہ مساوات کسی بھی متغیرہ $\overline{X}$ کے لئے درست ہے۔اس متغیرہ کو اگر ہم Z کہیں تو اسے یوں لکھ سکتے ہیں

$$0\cdot Z=0$$

ہم دیکھتے ہیں کہ یہ بالکل $0\cdot X=0$ کی طرح ہے۔فرق صرف متغیرہ کے نام کا ہے۔ لہٰذا ثابت ہوا کہ $(1+X=1)$ اور $(0\cdot X=0)$ ایک ہی تفاعل کی دو شکلیں ہیں۔

مثال 3.12: ثابت کریں کہ $(1\cdot X=X)$ اور $(0+X=X)$ ایک ہی تفاعل کی دو شکلیں ہیں۔[81]

حل: $(1\cdot X=X)$ کے دونوں جانب کا تکملہ لیتے ہیں۔یوں

81 یہ دو تفاعل جدول 3.4 اور جدول 3.5 کی شِق 2 میں دئے گئے ہیں۔

$$\overline{1\cdot X}=\overline{X}$$

حاصل ہوتا ہے۔اس پر ڈی مارگن کا دوسرا قانون لاگو کرتے ہیں۔

$$\overline{1}+\overline{X}=\overline{X}$$

چونکہ $\overline{1}$ کی قیمت 0 ہے لہٰذا

$$0+\overline{X}=\overline{X}$$

ملتا ہے۔یہاں $\overline{X}$ ایک متغیرہ ہے جس کو ہم Z کا نیا نام دیتے ہیں۔یوں حاصل ہوتا ہے

$$0+Z=Z$$

ہم دیکھتے ہیں کہ متغیرہ کا نام مختلف ہونے کے علاوہ یہ ثابت کرتا ہے کہ بوولین متغیرہ کا صفر کے ساتھ منطقی جمع اس متغیرہ کے ہی برابر ہوتا ہے۔یوں ثابت ہوتا ہے کہ $(1\cdot X=X)$ اور $(0+X=X)$ ایک ہی تفاعل کی دو شکلیں ہیں۔

آپ اسی مثال کو پچھلی مثال کی طرح اُلٹ سمت میں ثابت کریں۔

مثال 3.13: بوولین تفاعل $(X\cdot Y)\cdot Z=X\cdot(Y\cdot Z)$ پر ڈی مارگن کے قانون لاگو کر کے اس کی دوسری شکل حاصل کریں۔

حل: دئے گئے تفاعل کے دونوں جانب کا تکملہ لیتے ہوئے

$$\overline{(X\cdot Y)\cdot Z}=\overline{X\cdot(Y\cdot Z)}$$

حاصل ہوتا ہے۔دونوں جانب ڈی مارگن کے دوسرے قانون سے

$$\overline{(X\cdot Y)}+\overline{Z}=\overline{X}+\overline{(Y\cdot Z)}$$

حاصل ہوتا ہے۔ڈی مارگن کا قانون استعمال کرتے وقت قوسین مین بند حصہ کو ایک متغیرہ تصور کیا گیا ہے۔اس میں قوسین میں دئے تفاعل پر دوبارہ ڈی مارگن کا دوسرا قانون

لاگو کرتے ہیں۔اس طرح $\overline{(X\cdot Y)}=(\overline{X}+\overline{Y})$ اور $\overline{(Y\cdot Z)}=(\overline{Y}+\overline{Z})$ لکھتے ہوئے حاصل ہوتا ہے

$$(\overline{X}+\overline{Y})+\overline{Z}=\overline{X}+(\overline{Y}+\overline{Z})$$

یہاں تینوں متغیرات کے تکملہ لکھے گئے ہیں۔ہم انہیں تین نئے ناموں سے پکار سکتے ہیں مثلاً $\overline{X}$ کو A کہتے ہوئے اور $\overline{Y}$ کو B جبکہ $\overline{Z}$ کو C کہتے ہوئے حاصل ہوتا ہے

$$(A+B)+C=A+(B+C)$$

یہ مساوات جدول 3.5 کی شِق 6 میں دی گئی ہے۔

3.9 جڑواں بوولین تفاعل

گزشتہ حصہ میں دیکھا گیا کہ کسی بھی بوولین تفاعل کو دو مختلف شکلوں میں لکھ سکتے ہیں۔یوں کسی بوولین تفاعل کو ثابت کرتے ہی اس کا جڑواں تفاعل فورا لکھا جاسکتا ہے۔جدول 3.4 اور جدول 3.5 میں اس طرح کے جڑواں بوولین تفاعل دئے گئے ہیں۔دونوں جدولوں میں آخری شِق کے علاوہ تمام شقوں پر ایک ہی تفاعل کے دو پہلو دئے گئے ہیں۔

3.10 ارکانِ ضرب کے مجموعہ کی ترکیب

منطقی مسئلہ کو بوولین تفاعل کی صورت میں لکھنا مندرجہ ذیل مثال سے با آسانی سمجھا جاسکتا ہے۔

تصور کریں کہ ایک تفاعل کے A اور B آزاد متغیرات جبکہ C تابع متغیرہ ہے اور C صرف اس صورت 1 ہوتا ہے جب $A=0$ اور $B=1$ ہوں یا جب $A=1$ اور $B=1$ ہوں۔

ان معلومات کو بوولین جدول کی شکل میں شکل 3.30 میں دکھایا گیا ہے۔

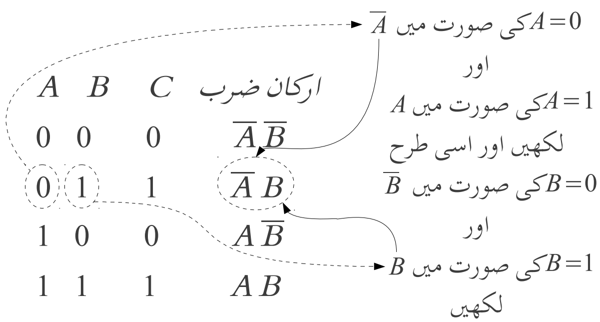
A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$A=0$ اور $B=1$ کی صورت میں $C=1$ ہے
اسی طرح
$A=1$ اور $B=1$ کی صورت میں بھی $C=1$ ہے

شکل 3.30: تفاعل کا بوولین جدول

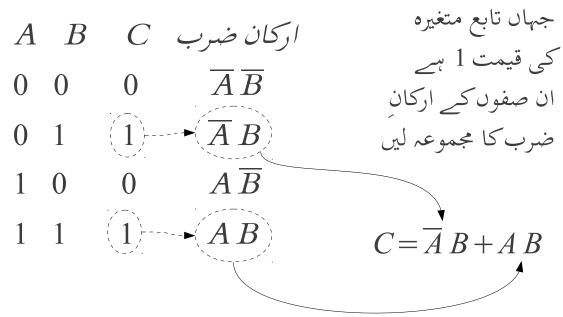
اس جدول میں دائیں جانب **ارکانِ ضرب** کی قطار بنائیں جیسے شکل 3.31 میں دکھایا گیا ہے۔ **ارکانِ ضرب**، تفاعل کے تمام آزاد متغیرات یا ان کے تکملہ کو ضرب دینے سے حاصل ہوتے ہیں۔**ارکانِ ضرب** کی قطار میں کسی خانے میں رکن یوں لکھا جاتا ہے کہ اسی خانے کے صف میں اگر ایک آزاد متغیرہ کی قیمت 0 ہو تب اس متغیرہ کا تکملہ لکھا جاتا ہے اور اگر اس کی قیمت 1 ہو تب متغیرہ ازخود لکھا جاتا ہے۔اس طرح حاصل متغیرات یا ان کے تکملہ کو ضرب دے کر لکھا جاتا ہے۔

شکل میں **ارکانِ ضرب** کی قطار میں دوسری صف پر یہ عمل ہوتے دکھایا گیا ہے۔ اس صف میں $A=0$ ہونے کے ناتے $\overline{A}$ اور $B=1$ ہونے کے ناتے B لیا گیا ہے۔ان دونوں کو ضرب دینے سے $\overline{A}\,B$ حاصل ہوتا ہے جسے **ارکانِ ضرب کے رکن** کے طور لکھا گیا ہے۔



شکل 3.31: ارکانِ ضرب کی قطار

اس تفاعل کو مساوات کی شکل میں لکھنے کی خاطر ان تمام ارکانِ ضرب کا مجموعہ لیں جن کی صف میں تفاعل کے تابع متغیرہ کی قیمت 1 ہو۔یہ مجموعہ تابع متغیرہ کے برابر ہوگا۔یہ قدم شکل 3.32 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 3.32: تفاعل کو ارکانِ ضرب کے مجموعہ سے حاصل کرنا

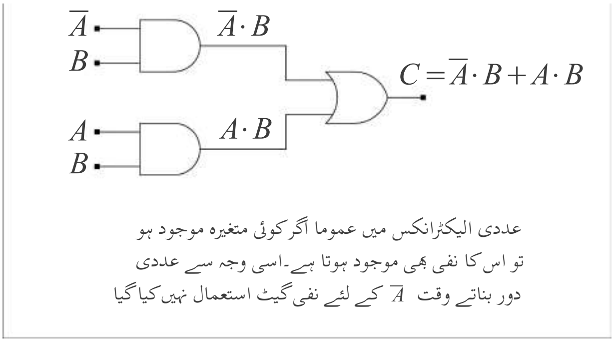
یوں دئے گئے تفاعل کو مجموعہ کی شکل میں اس طرح لکھیں گے

$$C=\overline{A}\,B+A\,B \tag{3.24}$$

اس طرح تفاعل لکھنے کو ارکانِ ضرب کے مجموعہ کی ترکیب[82] کہتے ہیں[83] ۔

82 sum of products expression

83 اسے مجموعہ ارکانِ ضرب بھی کہہ سکتے ہیں



شکل 3.33: **ضرب --جمع** دور سے تفاعل کا حصول

منطقی گیٹوں کی مدد سے اس تفاعل کا حصول شکل 3.33 میں دکھایا گیا ہے۔ ارکان ضرب کے مجموعہ سے حاصل مساوات کو ہر صورت ضرب گیٹوں کی ایک قطار اور اس کے بعد ایک جمع گیٹ کی مدد سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔اس طرح بنائے گئے دور کو **ضرب -- جمع** [84] دور کہتے ہیں۔

آپ اس تفاعل کا بوولین جدول لکھ کر اس کی درستگی دیکھ سکتے ہیں۔مثلاً اس تفاعل کا بوولین جدول مندرجہ ذیل ہے۔

A	B	$\overline{A}$	$\overline{A}B$	A B	$(\overline{A}B+AB)$
0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1

(3.25)

84 AND-OR

دائیں جانب آخری قطار C کے برابر ہے۔

مساوات 3.24 لکھنے کا ایک اور انداز جو نہایت مقبول ہے کو سمجھنے کی خاطر شکل 3.31 میں ایک نئی قطار بناتے ہیں۔ایسا شکل 3.34 میں دکھایا گیا ہے۔نئی قطار میں m دراصل **ارکانِ ضرب**[85] ہی ہیں۔لہٰذا تفاعل C کی مساوات لکھتے $\overline{A}B$ لکھنے کی بجائے m_1 اور AB کی جگہ m_3 لکھا جاتا ہے۔یوں

$$
\begin{aligned}
C &= \overline{A}B + AB \\
&= m_1 + m_3 \\
&= \sum (m_1, m_3) \\
&= \sum (1,3)
\end{aligned}
\tag{3.26}
$$

$01_2 = 1_{10}$

A	B	C		m
0	0	0	$\overline{AB}$	m_0
0	1	1	$\overline{A}B$	m_1
1	0	0	$A\,\overline{B}$	m_2
1	1	1	$A\,B$	m_3

شکل 3.34: **مجموعہ ارکانِ ضرب** لکھنے کا ایک اور انداز

85 minterms

ارکانِ ضرب کو روایتی طور چھوٹی لکھائی میں m_x سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں باریک لکھائی میں x ، زیر نوشت کے طور استعمال ہوتا ہے۔شکل 3.34 میں زیر نوشت x لکھنے کا طریقہ دکھایا گیا ہے یعنی جدول میں کسی بھی صف میں زیر نوشت x کی قیمت جدول میں اِسی صف میں آزاد متغیرات کی قیمتوں کو ایک ثنائی عدد سمجھ کر اس کے برابر کا اعشاری عدد لیا جاتا ہے۔

مثال 3.14: مندرجہ ذیل بوولین جدول سے بوولین تفاعل کی مساوات حاصل کریں۔

A	B	C	Z
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

حل:اس جدول میں Z تابع متغیرہ ہے۔اس جدول کے دائیں جانب ارکان ضرب کی قطار بناتے ہیں یعنی

A	B	C	Z	ارکان ضرب	
0	0	0	1	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	m_0
0	0	1	0	$\overline{A}\,\overline{B}\,C$	m_1
0	1	0	1	$\overline{A}\,B\,\overline{C}$	m_2
0	1	1	1	$\overline{A}\,B\,C$	m_3
1	0	0	0	$A\,\overline{B}\,\overline{C}$	m_4
1	0	1	0	$A\,\overline{B}\,C$	m_5
1	1	0	1	$A\,B\,\overline{C}$	m_6
1	1	1	1	$A\,B\,C$	m_7

اُن ارکانِ ضرب کا مجموعہ لیتے ہیں جن کی صف میں تابع متغیرہ کی قیمت 1 ہے۔یعنی $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,C+A\,B\,\overline{C}+A\,B\,C$ اور اسے Z کے برابر لکھتے ہیں۔

$$Z=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,C+A\,B\,\overline{C}+A\,B\,C$$

یہ دئے گئے تفاعل کی مساوات ہے۔اس کو مزید سادہ صورت میں لکھا جا سکتا ہے۔ایسا کرنے کی خاطر اسے مزید حل کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
Z &= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,\overline{C}+\overline{A}\,B\,C+A\,B\,\overline{C}+A\,B\,C\\
&= \overline{A}\left(\overline{B}+B\right)\overline{C}+\overline{A}\,B\,C+A\,B\left(\overline{C}+C\right)\\
&= \overline{A}\left(1\right)\overline{C}+\overline{A}\,B\,C+A\,B\left(1\right)\\
&= \overline{A}\left(\overline{C}+B\,C\right)+A\,B\\
&= \overline{A}\left(\overline{C}+B\right)+A\,B\\
&= \overline{A}\,\overline{C}+\overline{A}\,B+A\,B\\
&= \overline{A}\,\overline{C}+\left(\overline{A}+A\right)B\\
&= \overline{A}\,\overline{C}+B
\end{aligned}
$$

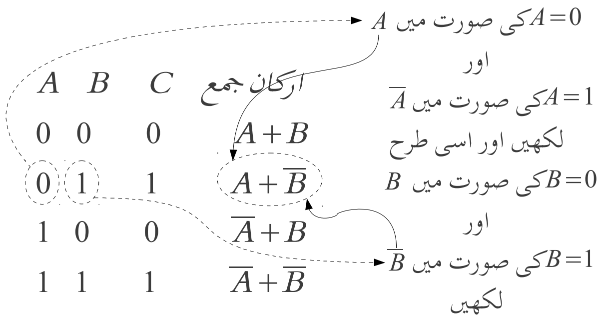
اس میں ہم نے $\left(\overline{C}+B\,C\right)=\left(\overline{C}+B\right)$ لکھا ہے۔یہ جدول 3.4 کی شق 10 کی مدد سے حاصل ہوتا ہے۔یہ دئے گئے بوولین جدول کی سادہ ترین مساوات کی شکل ہے۔اس بوولین تفاعل کا بوولین جدول لکھ کر آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ دیا گیا تفاعل ہی ہے۔

اس تفاعل کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$Z=\sum\left(m_0,m_2,m_3,m_6,m_7\right)$$

3.11 ارکانِ جمع کی ضرب کی ترکیب

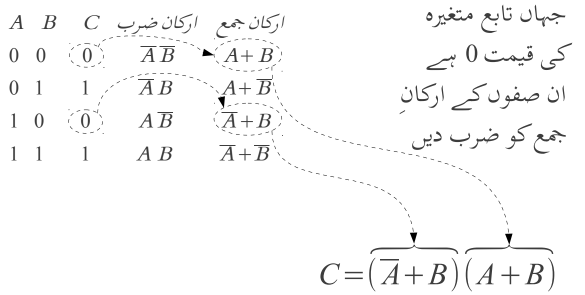
پچھلے حصہ میں بوولین جدول کی مدد سے تفاعل کی مساواتی شکل حاصل کی گئی تھی جس میں ان صفوں کے ارکانِ ضرب جمع کئے گئے تھے جن میں تابع متغیرہ کی قیمت 1 تھی۔اب ہم ارکانِ جمع لکھتے ہیں۔



شکل 3.35: ارکانِ جمع لکھنے کا طریقہ

اس حصہ کو سمجھنے کی خاطر ہم شکل 3.31 میں دئے تفاعل کی ہی مثال لیتے ہیں اور اس میں دئے جدول میں ارکان ضرب کی بجائے ارکانِ جمع [86] کی قطار کا اضافہ کرتے ہیں جیسا شکل 3.35 میں دکھایا گیا ہے۔ارکانِ جمع، تفاعل کے تمام آزاد متغیرات یا ان کے تکملہ کو جمع کرنے سے حاصل ہوتے ہیں۔ارکانِ جمع کی قطار میں کسی خانے میں رکن یوں لکھا جاتا ہے کہ اسی خانے کے صف میں اگر ایک آزاد متغیرہ کی قیمت 1 ہو تب اس متغیرہ کا تکملہ لکھا جاتا ہے اور اگر اس کی قیمت 0 ہو تب متغیرہ ازخود لکھا جاتا ہے۔اس طرح حاصل متغیرات یا ان کے تکملہ کے مجموعہ کو رکنِ جمع کہتے ہیں۔

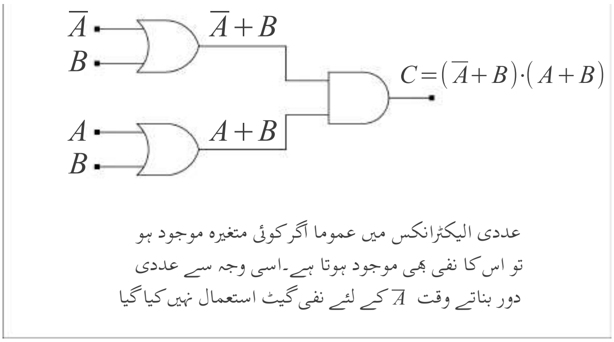
86 sum terms



شکل 3.36: ارکان جمع کی ضرب سے تفاعل کی مساوات

شکل 3.36 میں ارکانِ ضرب اور ارکانِ جمع دونوں دکھائے گئے ہیں۔اس تفاعل کو مساوات کی شکل میں لکھنے کی خاطر ان تمام ارکانِ جمع کو ضرب دیں جن کی صف میں تفاعل کے تابع متغیرہ کی قیمت 0 ہو۔یوں حاصل ضرب تابع متغیرہ کے برابر ہوگا۔یہ قدم شکل 3.36 میں دکھایا گیا ہے۔یوں

$$C=(\overline{A}+B)(A+B) \tag{3.27}$$



شکل 3.37: ***جمع--ضرب*** *دور سے تفاعل کا حصول*

منطقی گیٹوں کے ذریعے اس مساوات کے حصول کا طریقہ شکل 3.37 میں دکھایا گیا ہے۔

اس طرح تفاعل لکھنے کو ارکانِ جمع کی ضرب کی ترکیب [87] کہتے [88] ہیں۔ارکان جمع کی ضرب سے حاصل مساوات کو ہر صورت جمع گیٹوں کی ایک قطار اور اس کے بعد ایک ضرب گیٹ کی مدد سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔یوں بنائے گئے دور کو **جمع--ضرب** [89] دور کہتے ہیں۔

مساوات 3.27 کو ایک اور نہایت مقبول طریقہ سے لکھا جا سکتا ہے۔اس طریقہ کو سمجھنے کی خاطر شکل 3.36 میں ایک نئی قطار بناتے ہیں۔ایسا شکل 3.38 میں

87 product of sums expression

88 اس کو **ضربِ ارکانِ جمع** بھی کہہ سکتے ہیں

89 OR-AND

دکھایا گیا ہے۔اسی شکل میں **ارکانِ جمع**[90] لکھنے کا نیا انداز بھی دکھایا گیا ہے۔اس ترتیب میں $(A+B)$ کو M_0 سے ظاہر کرتے ہیں جبکہ $(\overline{A}+B)$ کو M_2 سے۔ یوں مساوات 3.27 کو اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$C=(A+B)\cdot(\overline{A}+B)=M_0\cdot M_2=\prod(M_0,M_2)=\prod(0,2) \tag{3.28}$$

A	B	C	ارکانِ جمع	M
0	0	0	$(A+B)$	M_0
0	1	1	$(A+\overline{B})$	M_1
1	0	0	$(\overline{A}+B)$	M_2
1	1	1	$(\overline{A}+\overline{B})$	M_3

$$C=M_0\cdot M_2=\prod(M_0,M_2)$$

*شکل 3.38: **ضربِ ارکانِ جمع** لکھنے کا ایک اور انداز*

ارکانِ جمع کو بڑے حروف میں M_x سے ظاہر کیا جاتا ہے جہاں باریک لکھائی میں x ، زیر نوشت کے طور استعمال ہوتا ہے۔اس زیر نوشت کی قیمت بھی شکل 3.34

90 maxterms

میں دئے گئے طریقہ سے حاصل کی جاتی ہے۔

مثال 3.15: ڈی مارگن کے کلیات استعمال کرتے ہوئے **مجموعہ ارکانِ ضرب** سے **ضربِ ارکانِ جمع** کی ترکیب حاصل کریں۔

حل: ہم ایک بار پھر شکل 3.31 میں دیا تفاعل لیتے ہیں اور اس میں $\overline{C}$ اور ارکانِ ضرب کی قطار شامل کرتے ہیں یعنی

A	B	C	$\overline{C}$	ارکان ضرب
0	0	0	1	$\overline{A}\,\overline{B}$
0	1	1	0	$\overline{A}\,B$
1	0	0	1	$A\,\overline{B}$
1	1	1	0	$A\,B$

اس جدول میں C کے بجائے $\overline{C}$ کو تابع متغیرہ سمجھ کر اس کے لئے ارکان ضرب کا مجموعہ لیتے ہوئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\overline{C}=\overline{A}\,\overline{B}+A\,\overline{B}$$

اس مساوات کا اگر تکملہ لیا جائے تو چونکہ $\overline{\overline{C}}=C$ ہوتا ہے لہٰذا

$$\overline{\overline{C}}=C=\overline{\overline{A}\,\overline{B}+A\,\overline{B}}$$

ڈی مارگن کلیات بار بار استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} C &= \overline{\overline{A}\,\overline{B} + A\,\overline{B}} \\ &= (\overline{\overline{A}\,\overline{B}})(\overline{A\,\overline{B}}) \\ &= (\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}})(\overline{A} + \overline{\overline{B}}) \\ &= (A + B)(\overline{A} + B) \end{aligned} \tag{3.29}$$

یہ وہی جواب ہے جو مساوات 3.27 میں دیا گیا ہے۔پس ثابت ہوا کہ مجموعہ ارکانِ ضرب سے ضربِ ارکان جمع حاصل کی جا سکتی ہے۔

مثال 3.16:مندرجہ ذیل بوولین جدول سے ارکان جمع کی ضرب کی صورت میں تفاعل حاصل کریں۔اسی بوولین جدول کے ارکانِ ضرب کا مجموعہ لیتے ہوئے تفاعل حاصل کریں۔

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

حل:اس جدول میں ارکان جمع کی قطار شامل کرتے ہیں۔

A	B	C	Z	ارکان جمع	ارکانِ ضرب
0	0	0	0	$A+B+C$	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$
0	0	1	1	$A+B+\overline{C}$	$\overline{A}\,\overline{B}\,C$
0	1	0	1	$A+\overline{B}+C$	$\overline{A}\,B\,\overline{C}$
0	1	1	0	$A+\overline{B}+\overline{C}$	$\overline{A}\,B\,C$
1	0	0	0	$\overline{A}+B+C$	$A\,\overline{B}\,\overline{C}$
1	0	1	1	$\overline{A}+B+\overline{C}$	$A\,\overline{B}\,C$
1	1	0	1	$\overline{A}+\overline{B}+C$	$A\,B\,\overline{C}$
1	1	1	1	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$	$A\,B\,C$

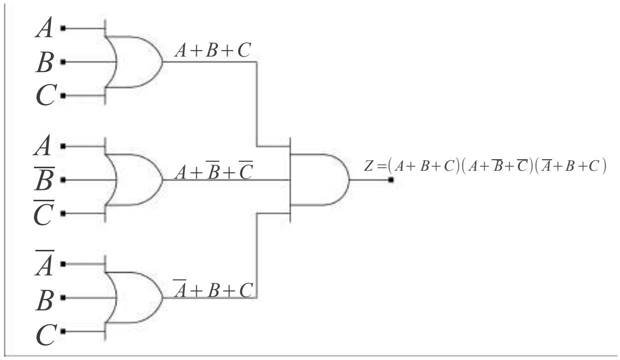
جن صفوں میں تابع متغیرہ Z کی قیمت 0 ہے ان صفوں کے ارکان جمع کو ضرب دیتے ہوئے

$$Z=(A+B+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+C)$$

جواب حاصل ہوتا ہے۔اسی مساوات کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$Z=M_0\cdot M_3\cdot M_4=\prod(M_0, M_3, M_4)$$

اس تفاعل کو عددی گیٹوں کی مدد سے شکل 3.39 میں حاصل کیا گیا ہے۔

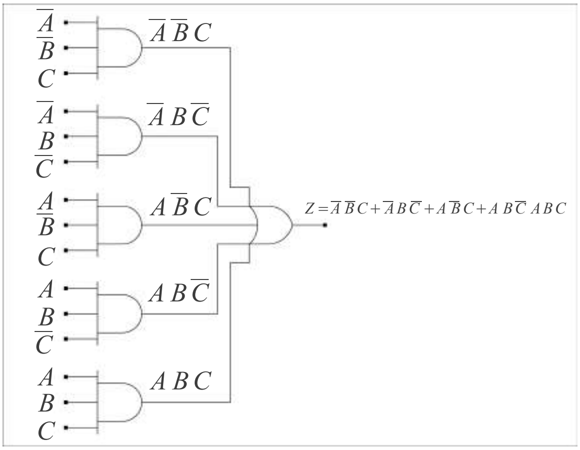


شکل 3.39: ***ضربِ ارکانِ جمع*** *کی صورت میں تفاعل کا بیان*

دئے گئے جدول کے ارکانِ ضرب کا مجموعہ لیتے ہوئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$Z=\overline{A}\,\overline{B}\,C+\overline{A}\,B\,\overline{C}+A\,\overline{B}\,C+A\,B\,\overline{C}+A\,B\,C$$

اس مساوات کو شکل 3.40 میں عددی گیٹوں کی مدد سے حاصل کیا گیا ہے۔



شکل 3.40: مجموعہ ارکانِ ضرب سے حاصل تفاعل

اس مثال میں ایک ہی تفاعل کو دو طریقوں سے گیٹوں کے ذریعہ حاصل کیا گیا۔ ضربِ ارکان جمع سے حاصل جواب میں تین جمع گیٹ اور ایک ضرب گیٹ استعمال ہوتا ہے جسے شکل 3.39 میں دکھایا گیا ہے جبکہ مجموعہ ارکانِ ضرب سے حاصل جواب میں پانچ ضرب گیٹ اور ایک جمع گیٹ استعمال ہوتے ہیں جسے شکل 3.40 میں دکھایا گیا ہے۔یوں اس تفاعل کو ضربِ ارکانِ جمع سے حاصل کرنے میں کم منطقی گیٹ استعمال ہوتے ہیں۔یاد رہے کہ ضربِ ارکانِ جمع اور مجموعہ ارکانِ ضرب منطقی طور پر برابر ہیں۔

3.12 مجموعہ ارکانِ ضرب اور ضربِ ارکانِ جمع کے مابین تبادلہ

مثال 3.16 میں دئے گئے تفاعل کو **مجموعہ ارکانِ ضرب** اور **ضربِ ارکانِ جمع** کی صورت میں ایک ساتھ لکھتے ہیں۔

$$Z = m_1 + m_2 + m_5 + m_6 + m_7 = \sum (1,2,5,6,7)$$

اور

$$Z = M_0 \cdot M_3 \cdot M_4 = \prod (0,3,4)$$

مجموعہ ارکانِ ضرب میں پہلا، دوسرا، پانچواں، چھٹا اور ساتواں ارکانِ ضرب استعمال ہوا ہے۔**ضربِ ارکانِ جمع** لکھتے ہوئے پہلے، دوسرے، پانچویں، چھٹے اور ساتویں ارکانِ جمع کو استعمال نہیں کیا جاتا۔یوں بقایا ارکانِ جمع یعنی صفرواں، تیسرا اور چوتھا ارکانِ جمع لیتے ہوئے **ضربِ ارکانِ جمع** کی صورت میں اس تفاعل کو لکھا گیا ہے۔یہ ایک عمومی طریقہ ہے جسے استعمال کرتے تفاعل کی مساوات کو ایک شکل سے دوسری شکل میں تبدیل کیا جاتا ہے۔

3.13 مجموعہ ارکانِ ضرب سے نفی۔ضرب -- نفی۔ضرب دور کا حصول

کسی بھی بوولین تفاعل کو مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔ یوں لکھے گئے تفاعل کو ضرب-جمع گیٹوں سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔شکل 3.41 میں سب سے اُوپر ایک ایسا ہی تفاعل $(A \cdot B + C \cdot D)$ دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں جمع گیٹ کی جگہ شکل 3.18 میں دیا گیا نفی۔ضرب گیٹوں پر مبنی اس کا مساوی دور نصب کرتے ہوئے شکل کا درمیانہ دور ملتا ہے۔شکل 3.16 میں نفی۔ضرب گیٹ بطور نفی گیٹ استعمال ہوتے دکھایا گیا ہے۔یوں ضرب گیٹ اور نفی گیٹ کی جگہ نفی۔ضرب گیٹ استعمال کرتے ہوئے شکل کا نچلا دور ملتا ہے جو صرف نفی۔ضرب گیٹوں پر مبنی ہے۔

اس طرح کے دور کو **نفی۔ضرب -- نفی۔ضرب**[91] دور کہتے ہیں۔

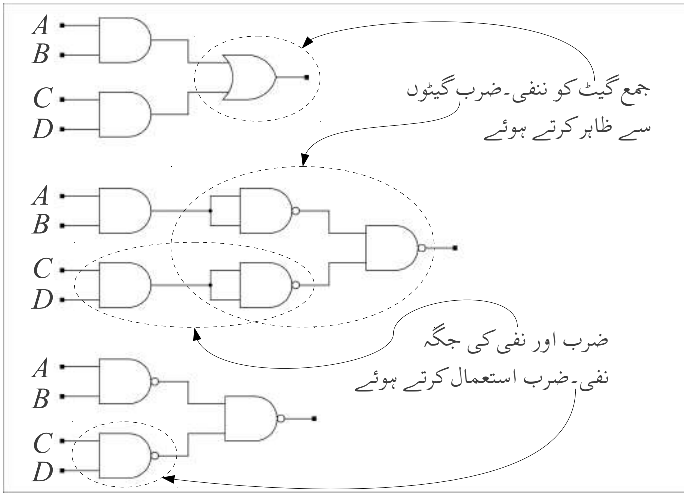
مجموعہ ارکانِ ضرب کو ضرب-جمع دور کی بجائے یوں نفی۔ضرب-نفی۔ضرب دور سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔کسی بھی تفاعل کو مجموعہ ارکانِ ضرب کی صورت میں لکھ کر اس کا ضرب-جمع دور بنایا جاتا ہے۔اگر اس دور میں تمام گیٹوں کی جگہ نفی۔ضرب گیٹ نصب کر دئے جائیں تو حاصل نفی۔ضرب-نفی۔ضرب دور بھی اسی تفاعل کو ظاہر کرتا ہے۔

موجودہ فنی مہارت سے سائنسدان اور انجنیئر سلیکان کی پتری پر لا محدود گیٹ فی مربع سنٹی میٹر بناتے ہیں۔

عددی ادوار بناتے ہوئے سلیکان کی پتری پر ایک ہی قسم کے گیٹ نسبتاً زیادہ آسانی اور بہتر طریقہ سے بنائے جا سکتے ہیں۔یوں کسی بھی تفاعل کو ضرب-جمع کی بجائے نفی۔ضرب-نفی۔ضرب ادوار سے حاصل کرنا زیادہ سود مند ثابت ہوتا ہے۔اسی وجہ سے **وسیع پیمانہ کی اجتماعی الیکٹرانکس**[92] میں **نفی۔ضرب گیٹ** نہایت مقبول ہیں۔

91 NAND-NAND

92 very large scale integration (VLSI)



شکل 3.41: **ضرب-جمع** کی جگی **نفی۔ضرب** - - **نفی۔ضرب** کا استعمال

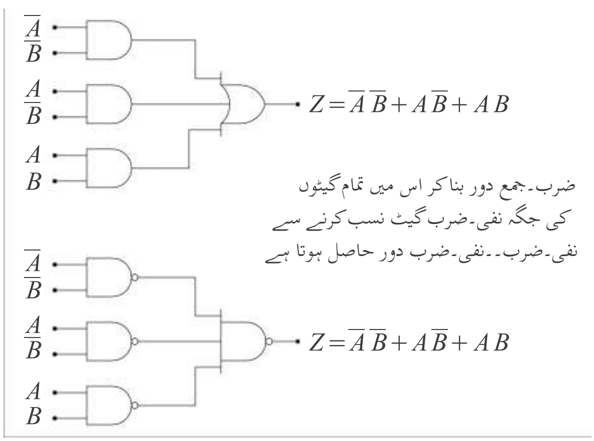
مثال 3.17: مندرجہ ذیل تفاعل کا نفی۔ضرب-نفی۔ضرب دور حاصل کریں۔

A	B	Z
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

جواب: اس تفاعل کا مجموعہ ارکانِ ضرب لکھنے کی غرض سے جدول میں ارکان ضرب کا کالم بنانتے ہیں۔

A	B	Z	
0	0	1	$\overline{A}\overline{B}$
0	1	0	$\overline{A}B$
1	0	1	A $\overline{B}$
1	1	1	A B

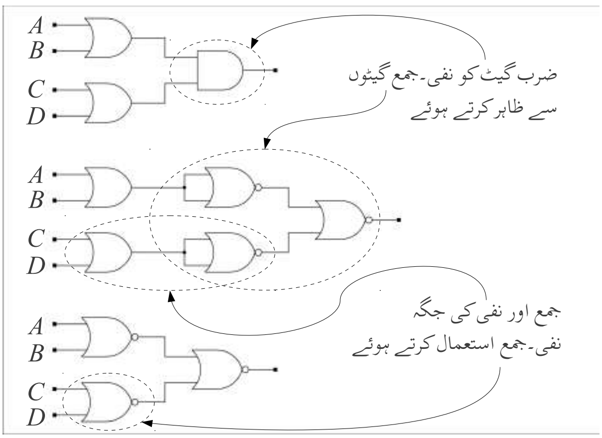
یوں $Z=\overline{A}\,\overline{B}+A\overline{B}+AB$ حاصل ہوتا ہے۔اس کا ضرب-جمع دور بنا کر تمام گیٹوں کی جگہ نفی۔ضرب گیٹ نصب کرنے سے نفی۔ضرب-نفی۔ضرب دور حاصل ہوتا ہے۔



شکل 3.42: مجموعہ ارکانِ ضرب سے نفی۔ضرب- -نفی۔ضرب دور

3.14 ضربِ ارکانِ جمع سے نفی-جمع - - نفی جمع دور کا حصول

گزشتہ حصے کی طرح اگر کسی تفاعل کا ضربِ ارکانِ جمع کی مدد سے جمع-ضرب دور بنا کر اس دور میں تمام گیٹوں کی جگہ نفی-جمع گیٹ نصب کئے جائیں تو حاصل دور بھی اسی تفاعل کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل 3.43: **جمع-ضرب** سے **نفی-جمع - - نفی-جمع** دور کا حصول

شکل 3.43 میں یہ اقدام قدم با قدم دکھائے گئے ہیں جہاں سب سے پہلے قدم میں ضرب گیٹ کی جگہ شکل 3.17 میں دیا گیا اس کا مساوی نفی-جمع گیٹوں پر مبنی دور نصب کیا گیا ہے۔اس کے بعد شکل 3.16 کی مدد سے **نفی-جمع گیٹ** کو **نفی گیٹ** پہچان کر **نفی-جمع** کی جگہ **نفی-جمع گیٹ** استعمال کر کے **نار-نار**[93] دور حاصل کیا گیا ہے۔

93 NOR-NOR

3.15 علامتی روپ یا کوڈ

عموماً زبانوں میں الفاظ یا معلومات کی لکھائی اس زبان کے حروف تہجی میں کی جاتی ہے۔حروف تہجی کو سلسلہ وار اس طرح جوڑا جاتا ہے کہ ان کی آوازیں مل کر لکھنے والے لفظ کی آواز پیدا کریں مگر چینی زبان قدرے مختلف ہے۔چینی زبان ایک علامتی زبان ہے جس میں ہر لفظ کی اپنی علامت ہے۔حروف تہجی پر مبنی لکھائی کوئی بھی پڑھ سکتا ہے جبکہ علامتی زبان میں کسی بھی علامت کا استعمال اس وقت ممکن ہوتا ہے جب تمام لوگ اس علامت پر متفق ہوں۔کمپیوٹر اس لحاظ سے چینی زبان کے ساتھ مشابہت رکھتا ہے۔اس میں بھی معلومات کو **علامتی روپ**[94] دیا جاتا ہے۔

کاغذ اور قلم سے انسان کسی بھی شکل کی لکیر بنا کر اسے ایک علامت تصور کر سکتا ہے۔کمپیوٹر کی دنیا میں ایسا کرنا ممکن نہیں۔کمپیوٹر صرف 0 اور 1 کو جانتا ہے لہٰذا اس میں علامتیں بھی 0 اور 1 کو مختلف ترتیب سے جوڑ کر بنائی جاتی ہیں۔یوں اگر تین بِٹ پر مبنی علامتیں بنائیں جائیں تو مندرجہ ذیل علامتیں ممکن ہیں۔

000_2
001_2
010_2
011_2
100_2
101_2
110_2
111_2

جدول 3.6 تین بِٹ پر مبنی تمام ممکنہ علامتیں

یوں تین بِٹ استعمال کرتے آٹھ علامتیں بنائی جا سکتی ہیں جنہیں آٹھ مختلف اشیاء

94 code

یا معلومات کی پہچان کے لئے استعمال کیا جا سکتا ہے۔اس نظام میں اس سے زیادہ معلومات کا بیان ممکن نہیں۔

3.15.1 ایسکی علامتی روپ اور عالمی علامتی روپ

شروع میں کمپیوٹر میں کمپیوٹر میں استعمال کی خاطر انگریزی زبان کے حروف تہجی اور اعشاری گنتی کی علامتیں متعین کی گئیں۔ایک بائٹ پر مبنی **علامتی روپ**[95] جو نہایت مقبول ہوا **ایسکی علامتی روپ**[96] کہلاتا ہے۔اس **علامتی روپ** میں انگریزی حروف تہجی وغیرہ یوں متعین کئے گئے ہیں۔

ascii code	alphabet
01000001_2	A
01000010_2	B
01000011_2	C
01000100_2	D
00110000_2	0_{10}
00110001_2	1_{10}
00110010_2	2_{10}
00110011_2	3_{10}
00110100_2	4_{10}
00110101_2	5_{10}
00110110_2	6_{10}
00110111_2	7_{10}
00111000_2	8_{10}
00111001_2	9_{10}

اس علامتی نظام میں A کو 01000001_2 یعنی 41_{16} کی **علامت** دی گئی

95 encoding

96 ascii code

ہے۔یوں اس نظام کو استعمال کرتے ہوئے کمپیوٹر میں A کو 01000001_2 کے طور پہچانا اور رکھا جائے گا۔اسی طرح B کو 01000010_2 لکھا جائے گا، وغیرہ وغیرہ۔ صفر یعنی 0_{10} کو 00110000_2 اور ایک یعنی 1_{10} کو 00110001_2 لکھا جائے گا۔یاد رہے کہ اس طرح کے نظام میں جدول کو دیکھ کر ہی علامت سے مطلب اخذ کیا جا سکتا ہے۔

ایک بائٹ میں 00000000_2 سے 11111111_2 تک 256_{10} مختلف علامتیں ہیں۔لہٰذا اس کو استعمال کرتے 256_{10} مختلف معلومات کو **علامتی روپ** دیا جا سکتا ہے۔یہ ایک محدود تعداد ہے اور جیسے جیسے دنیا کی مختلف زبان بولنے والوں کے ہاں کمپیوٹر کا استعمال رائج ہوا **ایسکی علامتی روپ** کی یہ محدود علامتیں کم پڑ گئیں۔ موجودہ دور میں **عالمی علامتی روپ** [97] رائج ہے جس میں دنیا کی تمام زبانوں کے حروف تہجی کی **علامتیں** ڈھالی جا سکتی ہیں[98]۔اس نظام میں ریاضیات اور سائنس کے دیگر مضامین میں درکار علامتیں بھی ڈھالی جا سکتی ہیں[99]۔امید یہی ہے کہ یہ نظام آنے والے زمانے میں درکار ضروریات پوری کرے گا۔

3.15.2 اعشاری اعداد کا ثنائی علامتی روپ

کمپیوٹر کی مادری زبان ثنائی ہے جبکہ انسان اعشاری نظام استعمال کرتا ہے۔ اعشاری گنتی کے کئی علامتی روپ زیرِ استعمال ہیں جن میں سے ایک قسم **اعشاری اعداد کا ثنائی علامتی روپ** [100] ہے۔اعشاری گنتی کی کُل دس علامتیں ہیں۔جدول 3.6 میں تین بِٹ کی تمام ممکنہ علامتیں دکھائی گئی ہیں۔یہ کُل سات علامتیں ہیں۔انہیں استعمال کرتے ہوئے اعشاری گنتی کے دس ہندسوں کو علامتی روپ نہیں دیا جا سکتا۔اس کے برعکس چار بِٹ پر مبنی کُل سولہ علامتیں ممکن ہیں۔انہیں استعمال کرتے ہوئے اعشاری گنتی کے دس ہندسوں کو علامتی روپ دیا جا سکتا ہے۔جدول 3.7 میں چار بِٹ پر مبنی پہلی دس

---

97 uni code

98 **عالمی علامتی روپ** کی علامتیں چار بائٹ لمبی ہیں

99 یہ کتاب **عالمی علامتی روپ** کے ذیلی سیٹ **یو ٹی ایف-8** (utf-8) میں لکھی گئی ہے

100 binary coded decimal (BCD)

علامتیں استعمال کرتے ہوئے اعشاری گنتی کے ہندسوں کی علامتیں متعین کی گئی ہیں۔ آخری چھ علامتیں زیرِ استعمال نہیں لائی گئیں۔یہ نظام **اعشاری اعداد کا ثنائی علامتی روپ** کہلاتا ہے۔

0000_2	0_{10}
0001_2	1_{10}
0010_2	2_{10}
0011_2	3_{10}
0100_2	4_{10}
0101_2	5_{10}
0110_2	6_{10}
0111_2	7_{10}
1000_2	8_{10}
1001_2	9_{10}

جدول 3.7 اعشاری اعداد کا ثنائی علامتی روپ

3.15.3 گرے علامتی روپ یا گرے کوڈ

اس نظام میں اعشاری گنتی کے ہندسوں کی علامتیں یوں متعین کی گئی ہیں کہ کسی بھی دو متواتر اعشاری ہندسوں کی علامتوں میں صرف ایک بِٹ کا فرق ہو۔مندرجہ ذیل جدول چار بِٹ پر مبنی گرے علامتی روپ کو پیش کرتا ہے۔

طبعی متغیرات کو عددی شکل میں عموماً **گرے علامتی روپ** [101] میں لکھا جاتا ہے۔اس کی افادیت ایک مثال سے سمجھتے ہیں۔

تصور کریں کہ کسی بڑھتے ہوئے فاصلے کو عام ثنائی نظام میں ناپا جاتا ہے۔ یوں 0111_2 کے بعد 1000_2 آئے گا۔اب تصور کریں کہ کسی وجہ سے اس چار بِٹ کے ثنائی عدد میں بلند تر رتبہ والا بِٹ نسبتاً جلد 0 سے 1 میں تبدیل ہوتا ہو۔یوں ایک

101 یہ کوڈ بیل ٹیلیفون لیبارٹری کے سائنسدان **فرینک گرے** نے تجویز کیا تھا اور اسی کے نام سے جانا جاتا ہے۔(Gray code)

لمحہ کے لئے 0111_2 کے بعد 1111_2 کا عدد پڑھا جائے گا اور پھر اصل عدد یعنی 1000_2 آئے گا۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ایک لمحہ کے لئے غلط فاصلہ پڑھا جائے گا جس سے مسائل کھڑے ہو سکتے ہیں۔اس کے برعکس اگر **گرے علامتی روپ** استعمال کیا جائے تو 0100 کے بعد 1100 ہی پڑھا جائے گا۔

0000	0_{10}
0001	1_{10}
0011	2_{10}
0010	3_{10}
0110	4_{10}
0111	5_{10}
0101	6_{10}
0100	7_{10}
1100	8_{10}
1101	9_{10}
1111	10_{10}
1110	11_{10}
1010	12_{10}
1011	13_{10}
1001	14_{10}
1000	15_{10}

جدول *3.8* چار بِٹ **گرے** علامتی روپ

4 کارناف نقشہ جات

بوولین جدول سے کسی بھی تفاعل کی مساوات بذریعہ **مجموعہ ارکانِ ضرب** یا **ضربِ ارکانِ جمع** حاصل کر کے اسے گیٹوں کی مدد سے جامہ پہنایا جا سکتا ہے۔عموماً یوں حاصل کئے گئے مساوات میں درکار گیٹوں کی تعداد اور فی گیٹ مداخل کی تعداد کم کی جا سکتی ہے۔اس طرح کم مداخل والے اور کم تعداد میں گیٹ استعمال کرتے ہوئے دور کو سستے دام بنایا جا سکتا ہے۔کسی بھی تفاعل کی سادہ شکل حاصل کرنا بوولین منطق کے استعمال سے ممکن ہے البتہ ایک نہایت عمدہ اور سادہ طریقہ کار جسے **کارناف نقشہ جات**[102] کا طریقہ کہتے ہیں عموماً تفاعل کی جلد سادہ شکل حاصل کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔اس باب میں اسی پر غور ہو گا۔یہ طریقہ چار اور چار سے کم آزاد متغیرات کے تفاعل کی سادہ شکل حاصل کرنے کے لئے نہایت آسان ثابت ہوتا ہے۔

4.1 کارناف نقشے کی بنیادی شکل

دو آزاد متغیرات کے تفاعل $F(x,y)$ کے بوولین جدول میں چار مختلف **ارکانِ ضرب** ممکن ہیں جنہیں مساوات 4.1 میں دکھایا گیا ہے۔یوں اس کے **کارناف نقشے** میں چار خانے ہوتے ہیں۔شکل 4.1 (ا) میں **کارناف نقشے**[103] میں ان چار خانوں کی ترتیب دکھائی گئی ہے جہاں اوپر والے صف میں $x=0$ ہے جبکہ نچلی صف میں $x=1$ ہے۔ اسی طرح بائیں قطار میں $y=0$ جبکہ دائیں قطار میں $y=1$ ہے۔یوں اوپر والے صف اور دائیں قطار والے خانے میں $x=0$ اور $y=1$ ہیں۔اس خانے کے آزاد متغیرات کی ثنائی قیمتوں کو اکٹھے یعنی 01 لکھیں۔اس ثنائی عدد کا مساوی اعشاری عدد یعنی $01_2=1_{10}$ کو بطورِ زیرِ نوشت استعمال کرتے ہوئے اس خانے کو m_1 لکھا جاتا ہے۔ اس طرح اس خانے کو $\bar{x}\,y$ یا m_1 خانہ کہتے ہیں۔شکل (ا) میں اس خانے میں $\bar{x}\,y$ لکھا گیا ہے جبکہ شکل (ب) میں اسی خانے میں m_1 لکھا گیا ہے۔آپ بقایا خانوں کا

102 مارٹ کارناف نے یہ طریقہ پیش کیا اور یہ انہیں کے نام سے جانا جاتا ہے

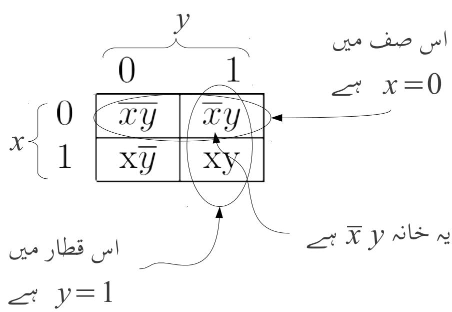
103 Karnaugh map (K map)

بھی اسی طرح تعین کر سکتے ہیں۔شکل 4.3 میں اسی طرز پر چار آزاد متغیرات والے تفاعل کے کارناف نقشے میں خانہ m_{11} کی نشاندہی کی گئی ہے۔

x	y		
0	0	$\overline{x}\overline{y}$	m_0
0	1	$\overline{x}y$	m_1
1	0	$\mathrm{x}\overline{y}$	m_2
1	1	xy	m_3

(4.1)

(ا)



(ب)

m_0	m_1
m_2	m_3

شکل 4.1: دو آزاد متغیرات کے کارناف نقشے کی بنیادی شکل

تین آزاد متغیرات والے تفاعل $F(x, y, z)$ کے آٹھ ممکنہ ارکانِ ضرب ہیں۔یوں اس کے **کارناف نقشہ** کے آٹھ خانے ہوں گے جیسا کہ شکل 4.2 میں دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں دو صف اور چار قطار ہیں۔صفوں کا تعین x کی قیمت سے کیا جاتا ہے جبکہ

قطاروں کا تعین yz کی قیمت سے کیا جاتا ہے۔صفوں اور قطاروں کو **گرے علامتی روپ**[104] کے طرز پر رکھا جاتا ہے۔یوں بائیں جانب سے پہلی قطار میں yz کی قیمت 00 ہے، دوسری قطار میں 01 ،تیسری میں 11 جبکہ آخری قطار میں اس کی قیمت 10 ہے۔

گرے علامتی روپ

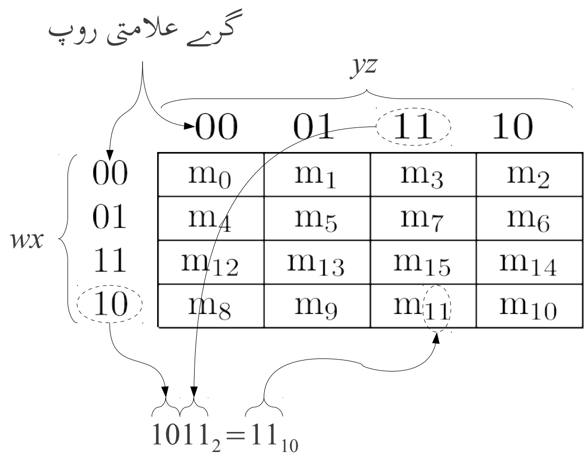
yz

x	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

شکل 4.2: تین آزاد متغیرات والا کارناف نقشے کی بنیادی شکل

چار آزاد متغیرات والے تفاعل $F(w, x, y, z)$ کے سولہ ممکنہ ارکانِ ضرب ہوتے ہیں جنہیں چار صفوں اور چار قطاروں والے **کارناف کے نقشہ** میں سمویا جا سکتا ہے۔ شکل 4.3 میں ایسا **کارناف نقشہ** دکھایا گیا ہے۔یہاں صفوں کا تعین wx کی قیمت سے کیا جاتا ہے جبکہ قطاروں کا تعین yz کی قیمت سے کیا جاتا ہے۔صفوں اور قطاروں کو ثنائی گنتی کے بجائے **گرے علامتی روپ** کی طرز پر رکھا جاتا ہے۔

104 Gray code



شکل 4.3: تین آزاد متغیرات والا کارناف نقشے کی بنیادی شکل

اب تک آپ پر واضح ہو چکا ہو گا کہ کارناف نقشہ جات بناتے وقت صفوں اور قطاروں کو **گرے علامتی روپ** کی طرز پر رکھا جاتا ہے۔چار سے زیادہ متغیرات کے **کارناف نقشہ جات** کا استعمال نسبتاً مشکل ہوتا ہے اور ان کی سادہ شکل عموماً کمپیوٹر کی مدد سے حاصل کی جاتی ہے۔

4.2 کارناف نقشہ پُر کرنا

کسی بھی بوولین جدول سے **کارناف کا نقشہ** پُر کرنا نہایت آسان اور سیدھا عمل ہوتا ہے۔بوولین جدول کے جس صف میں تفاعل کی قیمت 1 ہو، **کارناف کے نقشے**

میں اس صف کے ارکانِ ضرب کے خانے میں 1 پُر کریں۔شکل 4.4 (ا) میں دو آزاد متغیرات والا ایک تفاعل مثال کے طور دیا گیا ہے۔شکل (ج) میں اس تفاعل کے **کارناف کا نقشہ** پُر کیا ہوا دکھایا گیا ہے۔

x	y	F	
0	0	1	m_0
0	1	1	m_1
1	0	0	m_2
1	1	0	m_3

(ا)

	$y=0$	$y=1$
$x=0$	m_0	m_1
$x=1$	m_2	m_3

(ب)

	$y=0$	$y=1$
$x=0$	1	1
$x=1$	0	0

(ج)

$$F = \sum (m_0, m_1) \quad \text{(د)}$$

شکل 4.4: دو آزاد متغیرات کے تفاعل کا کارناف نقشہ پُر کیا گیا ہے

شکل 4.4 (د) کو دیکھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ تفاعل کو مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں لکھنے سے **کارناف نقشہ** کے پُر کئیے جانے والے خانوں کی نشاندہی ہوتی ہے۔

تین آزاد متغیرات والے تفاعل کی مثال شکل 4.5 میں دی گئی ہیں۔

x	y	z	F	
0	0	0	0	m_0
0	0	1	0	m_1
0	1	0	0	m_2
0	1	1	1	m_3
1	0	0	0	m_4
1	0	1	1	m_5
1	1	0	1	m_6
1	1	1	1	m_7

$$F = \sum (m_3, m_5, m_6, m_7)$$

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

شکل 4.5: تین آزاد متغیرات کے تفاعل کا کارناف نقشہ پُر کیا گیا ہے

4.3 کارناف نقشہ سے تفاعل کی سادہ مساوات کا حصول

کارناف نقشے میں قریبی خانوں سے مراد ایسے 2^n خانے ہیں جنہیں مربع یا قائم الزاویہ میں گھیرا جا سکے، جہاں n کی قیمت ایک یا دو یا تین ہو سکتی ہے۔یوں دو یا چار یا آٹھ ایسے خانے جنہیں مربع یا قائم الزاویہ میں گھیرا جا سکے کو قریبی خانے کہیں گے۔کوئی بھی خانہ (یا خانے) ایک سے زیادہ مربع یا قائم الزاویہ کا حصہ بن سکتا ہے (سکتے ہیں)۔

قریبی خانوں میں تفاعل کی قیمت 1 ہونے کی صورت میں ان خانوں کے ارکانِ ضرب کے مجموعہ کو حل کر کے ان سے ایک رکنِ ضرب حاصل کیا جا سکتا ہے۔یہی ان خانوں کے ارکانِ ضرب کے مجموعہ کی سادہ ترین شکل ہوتی ہے۔حاصل رکنِ ضرب ان

قریبی خانوں کے ارکانِ ضرب میں مشترکہ پائے جانے والے حصے پر مشتمل ہوتا ہے۔

دو قریبی خانوں میں تفاعل کی قیمت 1 ہونے کی صورت میں ان دو خانوں کے ارکانِ ضرب کے مجموعہ سے حاصل ایک رکنِ ضرب میں آزاد متغیرات کی تعداد، تفاعل میں آزاد متغیرات کی تعداد سے ایک کم ہوتی ہے۔

اسی طرح چار قریبی خانوں میں تفاعل کی قیمت 1 ہونے کی صورت میں ان چار خانوں کے ارکانِ ضرب کے مجموعہ سے حاصل رکنِ ضرب میں آزاد متغیرات کی تعداد، تفاعل میں آزاد متغیرات کی تعداد سے دو کم ہوتی ہے۔

آٹھ قریبی خانوں میں تفاعل کی قیمت 1 ہونے کی صورت میں ان آٹھ خانوں کے ارکانِ ضرب کے مجموعہ سے حاصل رکنِ ضرب میں آزاد متغیرات کی تعداد، تفاعل میں آزاد متغیرات کی تعداد سے چار کم ہوتی ہے۔

قریبی خانے گھیرتے وقت یہ کوشش ہونی چاہئے کہ بڑے سے بڑے مربع یا قائم الزاویہ بنائے جائیں۔ایسا کرنے سے سادہ ترین مساوات حاصل ہو گی۔عموماً قریبی خانے گھیرتے وقت انہیں ایک سے زیادہ طریقوں سے گھیرا جا سکتا ہے۔ایسی صورت میں یہ تفاعل کے مختلف سادہ مساوات دیتے ہیں۔

اب ہم چند مثالوں کی مدد سے اس طریقہ کار کو سیکھتے ہیں۔

4.3.1 دو آزاد متغیرات والا تفاعل

شکل 4.6 میں m_0 اور m_1 آپس میں قریبی خانے ہیں۔اسی طرح m_0 اور m_2 بھی آپس میں قریبی خانے ہیں جبکہ m_1 اور m_2 آپس میں قریبی خانے نہیں ہیں۔

	$\overline{y}$	y
$\overline{x}$	1	1
x	0	0

x	y	F	
0	0	1	m_0
0	1	1	m_1
1	0	0	m_2
1	1	0	m_3

	$\overline{y}$	y
$\overline{x}$	$\overline{x}\overline{y}$	$\overline{x}y$
x		

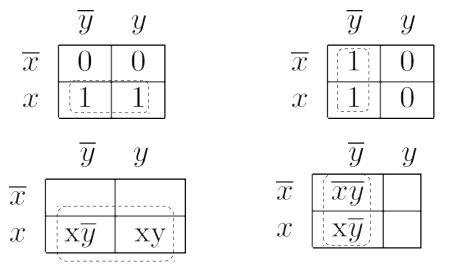
ان قریبی خانوں میں $\overline{x}$ مشترک ہے۔ یوں ان دو ارکانِ ضرب کی جگہ صرف $\overline{x}$ لکھا جا سکتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
F &= \overline{x}\overline{y} + \overline{x}y \\
&= \overline{x}(\overline{y} + y) \\
&= \overline{x}(1) \\
&= \overline{x}
\end{aligned}
$$

شکل 4.6: کارناف نقشہ میں قریبی خانوں کو یکجا کر کے سادہ مساوات کا حصول

شکل 4.6 میں دو آزاد متغیرات کا تفاعل اور اس کا **کارناف نقشہ** دیا گیا ہے۔اس تفاعل کے **کارناف نقشے** میں دو قریبی خانوں میں تفاعل کی قیمت 1 ہے جنہیں نکتہ دار قائم الزاویہ سے گھیرا گیا ہے۔شکل میں ان دو خانوں کے ارکانِ ضرب کے مجموعہ سے ان کی سادہ شکل یعنی $F = \overline{x}$ حاصل کی گئی ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ان دو خانوں کے ارکانِ ضرب کے مجموعہ سے ایک متغیرہ والا ایک رکن حاصل ہوتا ہے۔یہی مساوات **کارناف نقشے** میں نکتہ دار قائم الزاویہ میں گھیرے ہوئے دو قریبی خانوں کو دیکھتے ہوئے لکھی جا سکتی ہے۔نکتہ دار قائم الزاویہ میں گھیرے ہوئے دو قریبی خانوں کے ارکانِ ضرب $\overline{x}\,\overline{y}$ اور $\overline{x}\,y$ ہیں۔ان دونوں ارکانِ ضرب میں $\overline{x}$ مشترکہ ہے۔یہی ان دو ارکانِ ضرب کے مجموعہ کا حل ہے۔یوں $F = \overline{x}$ ہی اس تفاعل کی مساوات ہے۔

شکل 4.7 میں دو مزید مثال دئے گئے ہیں۔شکل (ا) میں قریبی خانوں کے ارکانِ ضرب یعنی $\overline{x}\,\overline{y}$ اور $x\,\overline{y}$ میں $\overline{y}$ مشترک ہے۔یوں یہی ان کا مجموعہ ہے۔چونکہ تفاعل کے یہی دو ارکانِ ضرب ہیں لہٰذا اس تفاعل کی سادہ مساوات $F=\overline{y}$ ہی ہے۔ شکل (ب) میں دئے گئے تفاعل کے ارکانِ ضرب یعنی $x\,\overline{y}$ اور xy میں x مشترک ہے۔چونکہ اس تفاعل میں بھی یہی دو ارکانِ ضرب ہیں لہٰذا اس کی سادہ مساوات $F=x$ ہے۔



$$F = x\overline{y} + xy = x(\overline{y}+y) = x(1) = x$$

(ب)

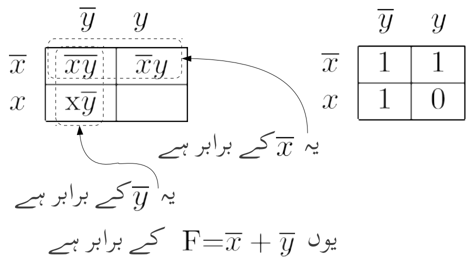
$$F = \overline{xy} + x\overline{y} = (\overline{x}+x)\overline{y} = (1)\overline{y} = \overline{y}$$

(ا)

شکل 4.7: کارناف نقشوں کے مزید مثال

شکل 4.8 میں ایک ہی خانے کو دو قریبی خانوں کے ساتھ باری باری جوڑتے ہوئے سادہ مساوات حاصل کرنا دکھایا گیا ہے۔اسی کو بوولین منطق سے بھی حل کیا گیا ہے جہاں مساوات 3.5 کی شق چار استعمال کرتے ہوئے $\overline{x}\,\overline{y}=\overline{x}\,\overline{y}+\overline{x}\,\overline{y}$ لکھتے

ہوئے اسے حل کیا گیا ہے۔



$$
\begin{aligned}
F &= x\overline{y} + \overline{x}\overline{y} + \overline{x}y \\
&= x\overline{y} + \overline{x}\overline{y} + \overline{x}\overline{y} + \overline{x}y \\
&= (x + \overline{x})\overline{y} + \overline{x}(\overline{y} + y) \\
&= (1)\overline{y} + \overline{x}(1) \\
&= \overline{y} + \overline{x}
\end{aligned}
$$

شکل *4.8:* دو خانوں کے قریب خانے کو حل

شکل 4.9 میں دو مزید مثال دئے گئے ہیں۔شکل (ا) میں چاروں ارکانِ ضرب موجود ہیں جن کا مجموعہ 1 ہے۔

	$\overline{y}$	y
$\overline{x}$	1	1
x	1	1

	$\overline{y}$	y
$\overline{x}$	$\overline{x}\overline{y}$	$\overline{x}y$
x	$x\overline{y}$	xy

$$F = 1$$

(ا)

	$\overline{y}$	y
$\overline{x}$	0	1
x	1	0

	$\overline{y}$	y
$\overline{x}$		$\overline{x}y$
x	x$\overline{y}$	

$$F = x\overline{y} + \overline{x}y$$

(ب)

شکل 4.9: دو مزید مثال کے کارناف نقشے

مشق: ثابت کریں کہ شکل4.9 (ا) میں تفاعل کی سادہ مساوات $F = 1$ ہے۔

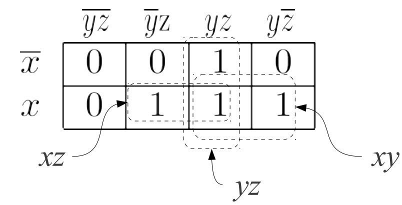
مشق: کسی بھی ارکانِ ضرب کی عدم موجودگی میں ثابت کریں کہ تفاعل $F = 0$ حاصل ہوتا ہے۔

شکل 4.9 (ب) میں ایسا تفاعل دیا گیا ہے جس کے خانے کسی مربع یا قائمہ الزاویہ میں نہیں گھیرے جا سکتے۔ ایسے تفاعل کو مزید سادہ کرنا ناممکن ہوتا ہے۔

4.3.2 تین متغیرات والا تفاعل

تین متغیرات والا ایک تفاعل اور اس کا **کارناف نقشہ** شکل 4.10 میں دکھائے گئے ہیں۔**کارناف نقشے** میں دو قریبی خانوں کو گھیرنے والے تین قائم الزاویہ بنائے گئے ہیں۔

$$F = \sum(m_3, m_5, m_6, m_7)$$



F(x,y,z)=xy+yz+xz

شکل 4.10: تین آزاد متغیرات کے کارناف نقشے کا استعمال

ان میں درمیانی قائم الزاویہ نے m_3 یعنی خانہ $\bar{x}yz$ اور m_7 یعنی خانہ xyz کو گھیرا ہوا ہے۔ان دو ارکانِ ضرب میں yz مشترکہ ہے۔یہی ان دو ارکانِ ضرب کے مجموعہ کی سادہ شکل ہے۔اسی طرح بقایا دو قائم الزاویہ سے xy اور xz حاصل ہوتے ہیں۔ان تمام کا مجموعہ لکھ کر تفاعل کی سادہ مساوات $F=xy+yz+xz$ حاصل کی گئی ہے۔

اس مثال میں مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں دئے گئے تفاعل کی سادہ مساوات حاصل کی گئی۔ان دونوں مساواتوں کو شکل 4.11 میں دکھایا گیا ہے۔دی گئی مساوات میں ارکانِ ضرب لکھتے ہوئے تمام آزاد متغیرات استعمال کئے گئے ہیں۔اس طرح کے رکنِ ضرب کو **تفصیلی رکنِ ضرب**[105] کہتے ہیں۔حاصل کردہ سادہ مساوات میں رکنِ ضرب میں تمام آزاد متغیرات موجود نہیں۔اس طرح کے رکنِ ضرب کو **سادہ رکنِ ضرب**[106] کہتے ہیں۔ اس کتاب میں عموماً دونوں اقسام کے ارکانِ ضرب کو رکنِ ضرب سے ہی پکارا جاتا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ متن سے اس کی مطلوبہ مطلب واضح ہو گی۔جہاں ایسا نہ ہو وہاں انہیں ان کے مکمل نام سے پکارا جائے گا۔

تفصیلی رکنِ ضرب

$$
\begin{aligned}
F(x,y,z) &= \sum(m_3, m_5, m_6, m_7)\\
&= \overline{x}yz + x\overline{y}z + xyz + xy\overline{z}\\
&= xy + yz + xz
\end{aligned}
$$

سادہ رکنِ ضرب

شکل 4.11: تفصیلی اور سادہ رکنِ ضرب

105 canonical minterm

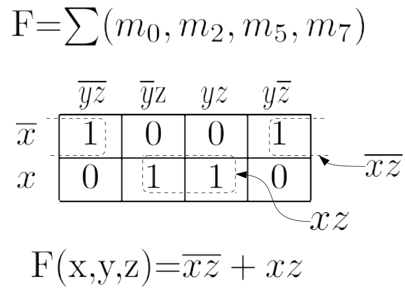
106 non-canonical minterm

مشق: بوولین الجبرا کے استعمال سے ثابت کریں کہ شکل 4.10 میں دئے گئے تین قائم الزاویہ سے تین دکھائے گئے **سادہ رکنِ ضرب** حاصل ہوتے ہیں۔

شکل 4.12 میں تین متغیرات والے تفاعل کی ایک اور مثال دکھائی گئی ہے۔اس شکل میں $m_0=\overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z}$ اور $m_2=\overline{x}\,y\,\overline{z}$ کا مجموعہ حاصل کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
m_0+m_2&=\overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z}+\overline{x}\,y\,\overline{z}\\
&=\overline{x}\,\overline{z}\left(\overline{y}+y\right)\\
&=\overline{x}\,\overline{z}
\end{aligned}
$$

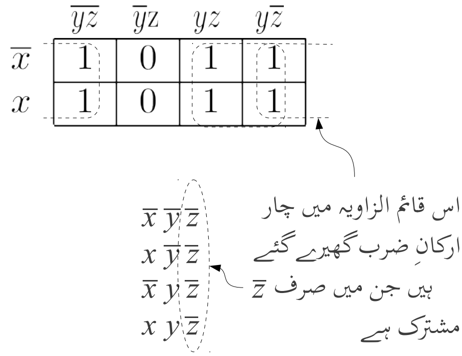
یہاں تین متغیرات والے ارکانِ ضرب کے مجموعہ سے دو متغیرات والا رکنِ ضرب حاصل ہوتا ہے۔یوں یہ دو خانے بھی آپس میں قریبی خانے ہیں۔اس طرح تین متغیرات کے کارناف نقشے کو گول لپٹی ہوئی کاغذ پر لکھا ہوا تصور کرنا چاہئے۔یوں m_0 اور m_2 آپس میں قریبی خانے بنیں گے اور اسی طرح m_4 اور m_6 آپس میں قریبی خانے بنیں گے۔



شکل 4.12: تین متغیرات والے کارناف نقشے کی مثال

شکل 4.12 میں کٹے ہوئے قائم الزاویہ سے m_0 اور m_2 کو گھیرا ہوا دکھایا گیا ہے۔ان دو خانوں کے ارکانِ ضرب یعنی $\overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z}$ اور $\overline{x}\,y\,\overline{z}$ میں $\overline{x}\,\overline{z}$ مشترک ہے۔ یہی ان دو کے مجموعے کی سادہ شکل ہے۔اسی طرح دوسرے قائم الزاویہ سے xz حاصل ہوتا ہے۔ان دو کا مجموعہ تفاعل کی سادہ مساوات $F=\overline{x}\,\overline{z}+xz$ دیتا ہے۔

شکل 4.13 میں تین متغیرات والے ایسے تفاعل کا کارناف نقشہ دیا گیا ہے جس میں چار قریبی خانوں کے دو قائم الزاویہ بنائے گئے ہیں۔آپ کارناف نقشے کو دیکھ کر اس تفاعل کی سادہ مساوات $F=y+\overline{z}$ حاصل کر سکتے ہیں۔



شکل 4.13: چار قریبی خانوں والا کارناف نقشہ

مشق: شکل 4.13 میں دئے گئے تفاعل کی سادہ مساوات کارناف نقشے حاصل کریں۔ اسی مساوات کو بوولین الجبرا کی مدد سے حاصل کریں۔

4.3.3 چار آزاد متغیرات والے تفاعل

چار آزاد متغیرات والے تفاعل کے سولہ ارکانِ ضرب ممکن ہیں۔اس کارناف نقشے میں قریبی خانوں کو پہچانے کی خاطر نقشے کو ایسی سطح پر بنا ہوا تصور کریں کہ نقشے کا دایاں قطار نقشے کے بائیں قطار سے جڑتا ہو۔اسی طرح نقشے کا اوپر والا صف نقشے کے نچلی صف سے جڑتا ہو۔یوں m_4 خانہ m_6 خانے سے جڑتا ہے جبکہ m_1 خانہ m_9 خانے سے جڑتا ہے۔

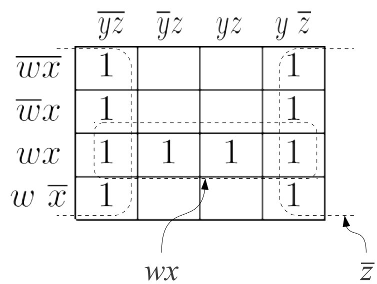
اس نقشے میں دو، چار، آٹھ اور سولہ قریبی خانے ممکن ہیں۔دو قریبی خانوں کے ارکانِ ضرب کا مجموعہ ایک رکنِ ضرب دیتا ہے جس میں تین آزاد متغیرات پائے جاتے ہیں۔

چار قریبی خانوں کے ارکانِ ضرب کا مجموعہ ایک رکنِ ضرب دیتا ہے جس میں دو آزاد متغیرات پائے جاتے ہیں۔آٹھ قریبی خانوں کے ارکانِ ضرب کا مجموعہ ایک رکنِ ضرب دیتا ہے جس میں ایک آزاد متغیرہ پایا جاتا ہے جبکہ سولہ قریبی خانوں کے ارکانِ ضرب کا مجموعہ 1 کے برابر ہوتا ہے۔

ان کی چند مثالیں لیتے ہیں۔

مثال: مندرجہ ذیل تفاعل کی سادہ مساوات حاصل کریں۔

$$F(w,x,y,z)=\sum(m_0,m_2,m_4,m_6,m_8,m_{10},m_{12},m_{13},m_{14},m_{15})$$



$$F(w,x,y,z)=wx+\overline{z}$$

شکل 4.14: سولہ خانوں والے کارناف نقشے کا استعمال

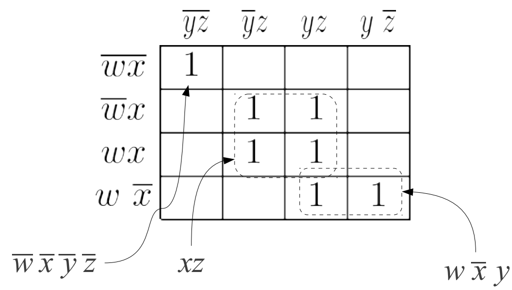
مثال: مندرجہ ذیل دو تفاعل کی سادہ مساوات حاصل کریں۔

$$F(w,x,y,z)=\sum(m_0,m_5,m_7,m_{10},m_{11},m_{13},m_{15})$$

$$F(w,x,y,z)=\sum(m_0,m_2,m_8,m_{10})$$

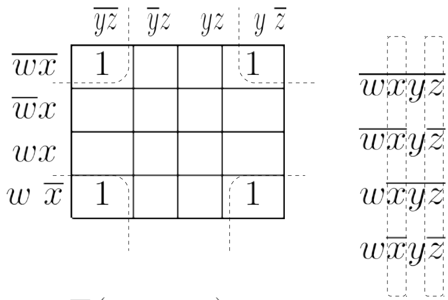
حل: پہلی تفاعل کو شکل 4.15 میں دکھایا گیا ہے جہاں تفاعل کے چار ارکانِ ضرب مل کر ایک رکنِ ضرب دیتے ہیں جبکہ دو مزید ارکانِ ضرب مل کر ایک رکنِ ضرب دیتے ہیں۔ایک رکنِ ضرب اس تفاعل میں ایسا ہے جو کسی دوسرے رکنِ ضرب کے قریب نہیں۔ اسے مزید سادہ نہیں بنایا جا سکتا۔یوں یہ تین مل کر تفاعل کی سادہ مساوات دیتے ہیں۔

دوسرے تفاعل کے چاروں ارکانِ ضرب کارناف نقشے کے کونوں پر بستے ہیں۔اس تفاعل کا کارناف نقشہ شکل 4.16 میں دکھایا گیا ہے۔کارناف نقشے کو چاروں کونے آپس میں قریبی تصور کئے جاتے ہیں۔ان چار ارکانِ ضرب کو شکل میں لکھ کر ان سے وہ حصہ لیا گیا ہے جو تمام میں مشترکہ ہے۔یہی اس تفاعل کی سادہ مساوات ہے۔



$$F(w,x,y,z)=\overline{w}\,\overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z}+xz+w\,\overline{x}\,y$$

شکل 4.15: چار آزاد متغیرات کی مثال



$$F(w,x,y,z)=\overline{xz}$$

شکل 4.16: کارناف نقشے کے چار قریبی کونوں پر مبنی تفاعل

مثال: تین آزاد متغیرات کے بلا شرکت گیٹ کا کارناف نقشے حاصل کریں۔

حل: شکل 4.17 میں یہ نقشہ دکھایا گیا ہے۔بلا شرکت گیٹ کا کارناف نقشہ اسی طرح طاق خانوں پر مشتمل ہوتا ہے۔

	$\overline{yz}$	$\overline{y}z$	yz	$y\,\overline{z}$
$\overline{x}$		1		1
x	1		1	

$$\mathrm{F}(w,x,y,z)=x\oplus y\oplus z$$

شکل 4.17: بلا شرکت گیٹ کا کارناف نقشہ

4.3.4 سادہ مساوات سے تفاعل کی ارکانِ ضرب کی شکل کا حصول

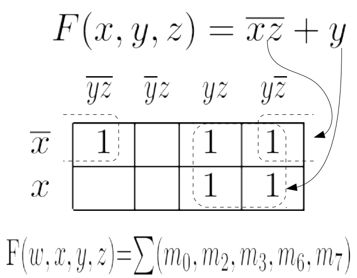
کسی بھی تفاعل کی سادہ مساوات کا حصول بذریعہ کارناف نقشہ جات آپ نے دیکھا۔اس حصے میں اس طریقہ کار کو اُلٹ چلا کر سادہ مساوات سے تفاعل کو اس کے مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں حاصل کیا جائے گا۔یہ ترکیب ایک مثال سے زیادہ آسانی سے سمجھی جا سکتی ہے۔

مثال: مندرجہ ذیل سادہ مساوات سے تفاعل کو مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں لکھیں۔

$$\mathrm{F}(x,y,z)=y+\overline{xz}$$

حل: شکل 4.18 میں پہلے اس سادہ مساوات سے کارناف نقشہ حاصل کیا گیا ہے اور

پھر اس سے تفاعل کو مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں لکھا گیا ہے۔



شکل 4.18: سادہ مساوات سے مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل کا حصول

4.4 ضربِ ارکانِ جمع کی شکل میں سادہ مساوات

کسی بھی تفاعل کے **کارناف نقشہ** میں ان خانوں میں 1 پُر کیا جاتا ہے جن میں تفاعل کے بوولین جدول میں ارکانِ ضرب کی قیمت 1 ہوتی ہے۔اگر اس تفاعل کا تکملہ لیا جائے تو اس کے بوولین جدول میں جہاں پہلے 0 تھا اب وہاں 1 ہو گا۔یوں اگر اس بوولین جدول کے کارناف نقشہ سے سادہ ارکانِ ضرب کی مساوات حاصل کی جائے تو یہ مساوات دی گئی تفاعل کے تکملہ کی سادہ مساوات ہو گی۔یہ مساوات مجموعہ ارکانِ ضرب کے شکل میں ہو گی جس کا تکملہ لے کر اصل تفاعل کی مساوات حاصل کی جا

سکتی ہے جو کہ ضربِ ارکانِ جمع کی شکل میں ہو گی۔ایک مثال سے ایسا ہوتے دیکھتے ہیں۔

مثال: مندرجہ ذیل تفاعل کی مجموعہ ارکانِ ضرب اور ضربِ ارکانِ جمع کے سادہ مساوات حاصل کریں۔

$$\mathrm{F(x,y,z)}=\sum(m_2, m_3, m_4, m_5)$$

حل: شکل 4.19 میں اس تفاعل کا بوولین جدول دکھایا گیا ہے جس میں اس تفاعل کے تکملہ یعنی $\overline{F}$ کو بھی دکھایا گیا ہے۔شکل میں اوپر والے کارناف نقشے میں 1 رکھنے والے قریبی خانوں کو قائم الزاویہ میں گھیر کر ان کے سادہ رکنِ ضرب حاصل کر کے تفاعل کی سادہ مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں مساوات حاصل کی گئی ہے۔

شکل کے نچلے کارناف نقشے میں ان خانوں کو قائم الزاویہ میں گھیرا گیا ہے جن میں 0 لکھا گیا ہے۔آپ بوولین جدول سے دیکھ سکتے ہیں کہ انہیں خانوں میں $\overline{F}$ کی قیمت 1 ہے۔یوں گھیرے گئے خانے دراصل $\overline{F}$ کے کارناف نقشے کے مطابق ہے اگرچہ ہم یہاں اصل تفاعل F کا کارناف نقشہ ہی استعمال کر رہے ہیں۔یوں ان گھیرے گئے خانوں کے سادہ ارکانِ ضرب لیتے ہوئے ان کا مجموعہ لیا گیا ہے جو $\overline{F}$ کی سادہ مساوات ہے۔بوولین کا قلیہ استعمال کرتے ہوئے اس تفاعل کا تکملہ لیا گیا ہے جس سے تفاعل F کی سادہ مساوات ضربِ ارکانِ جمع کی شکل میں حاصل ہوتی ہے۔

	$\overline{y}\,\overline{z}$	$\overline{y}z$	yz	$y\overline{z}$
$\overline{x}$	0	0	1	1
x	1	1	0	0

F$=\overline{x}y + x\overline{y}$

x	y	z	F	$\overline{F}$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1

	$\overline{y}\,\overline{z}$	$\overline{y}z$	yz	$y\overline{z}$
$\overline{x}$	0	0	1	1
x	1	1	0	0

$$\overline{F} = \overline{x}\,\overline{y} + xy$$
$$\overline{\overline{F}} = F = \overline{\overline{x}\,\overline{y} + xy}$$
$$= \overline{(\overline{x}\,\overline{y})} \cdot \overline{(xy)}$$
$$= (\overline{\overline{x}} + \overline{\overline{y}}) \cdot (\overline{x} + \overline{y})$$
$$= (x + y) \cdot (\overline{x} + \overline{y})$$

شکل 4.19: مجموعہ ارکانِ ضرب اور ضربِ ارکانِ جمع کی شکل میں سادہ مساوات کا حصول

4.5 غیر ضروری ترتیب

ابھی تک ہم نے جتنے تفاعل دیکھے ان میں مداخل کے ہر ممکنہ ترتیب کے لئے مخارج کی قیمت دستیاب بھی تھی اور ضروری بھی تھی۔بعض اوقات ایسا ہوتا ہے کہ کچھ مداخل کے ترتیب حقیقت میں یا تو ممکن ہی نہیں ہوتے یا ان ترتیب کی صورت میں مخارج استعمال ہی نہیں کیا جاتا۔مداخل کے ایسے ترتیب کو **غیر ضروری ترتیب** [107] کہتے ہیں۔

تفاعل کی سادہ مساوات حاصل کرتے وقت **غیر ضروری ترتیب** کے خانوں میں نا تو 1 لکھا جاتا ہے اور نا ہی 0 بلکہ ان میں d لکھا جاتا ہے۔قریبی خانے گھیرتے

107 don't care conditions

وقت اگر کسی غیر ضروری خانے میں 1 تصور کرنے سے زیادہ سادہ مساوات حاصل ہوتی ہے تو اس میں 1 تصور کیا جاتا ہے اور اگر اس میں 0 تصور کرنے سے زیادہ سادہ مساوات حاصل ہوتی ہے تو اس میں 0 تصور کیا جاتا ہے۔

مثال: مندرجہ ذیل تفاعل کے سادہ مساوات مجموعی ارکانِ ضرب اور ضربِ ارکانِ جمع کی صورت میں حاصل کریں۔

$$F(x, y) = \sum(m_0, m_3)$$
$$d(x, y) = \sum(m_2)$$

حل: اس تفاعل میں ایک ہی **غیر ضروری ترتیب** ہے۔شکل 4.20 میں اس تفاعل کا بوولین جدول اور کارناف نقشے دکھائے گئے ہیں۔مجموعہ ارکانِ ضرب کی صورت میں سادہ مساوات حاصل کرتے وقت **غیر ضروری** خانے کی قیمت 1 تصور کرنے سے سادہ ترین مساوات حاصل ہوتی ہے۔ ضربِ ارکانِ جمع کی سادہ مساوات بھی اس وقت حاصل ہوتی ہے جب اس خانے کی قیمت 1 تصور کی جائے۔

	$\overline{y}$	y
$\overline{x}$	1	0
x	d	1

F$=\overline{y} + x$

	$\overline{y}$	y
$\overline{x}$	1	0
x	d	1

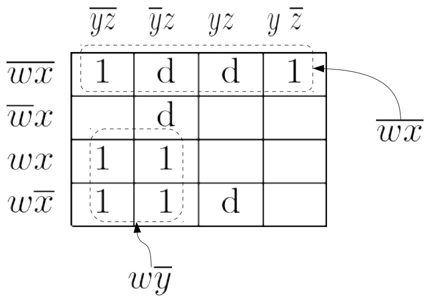
$$\overline{F} = \overline{x}y$$
$$F = \overline{\overline{F}} = \overline{\overline{x}y}$$
$$= (x + \overline{y})$$

x	y	F	$\overline{F}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	d	d
1	1	1	0

شکل 4.20: غیر ضروری ترتیب

مثال: مندرجہ ذیل تفاعل کی سادہ مساوات حاصل کریں۔

$$F(w,x,y,z) = \sum(m_0, m_2, m_8, m_9, m_12, m_13, m_15)$$
$$d(w,x,y,z) = \sum(m_1, m_3, m_11)$$



$$F(w,x,y,z)=w\overline{y}+\overline{wx}$$

شکل 4.21:غیر ضروری صورت استعمال کرتے سادہ مساوات کا حصول

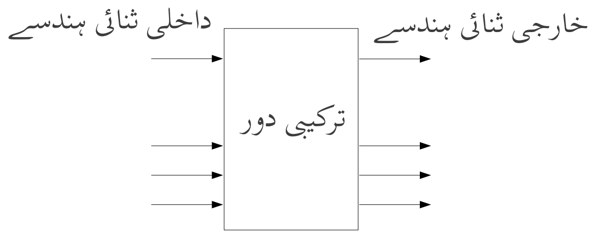
حل: شکل 4.21 میں تفاعل کا **کارناف نقشہ** دیا گیا ہے۔اس سے سادہ مساوات حاصل کرنے کی خاطر دو غیر ضروری خانوں کی قیمت 1 تصور کی گئی ہے جبکہ بقایا دو غیر ضروری خانوں کی قیمت 0 تصور کی گئی ہے۔کارناف نقشہ بناتے وقت 0 رکھنے والے خانوں کو خالی رکھا گیا ہے تا کہ نقشہ قدرِ صاف نظر آئے۔سادہ مساوات شکل میں دکھائی گئی ہے۔

5 ترکیبی منطق اور ترکیبی ادوار

ترکیبی منطق[108] سے مراد وہ منطق ہے جس میں کسی بھی لمحہ تفاعل کا مخارج اُسی لمحہ اس کے مداخل پر منحصر ہوتا ہے۔اس طرح کی تفاعل کو **ترکیبی ادوار** سے جامہ پہنایا جاتا ہے۔**ترکیبی ادوار**[109] ثنائی گیٹوں کی مدد سے حاصل کئے جاتے ہیں۔اس باب میں اس طرح کے **ترکیبی ادوار** پر غور کیا جائے گا۔

اس کے برعکس **سلسلہ وار منطق** [110] سے مراد وہ منطق ہے جس میں کسی بھی لمحہ تفاعل کا مخارج گزرے زمانے اور موجودہ وقت پر اِس کے مداخل پر منحصر ہوتا ہے۔ **سلسلہ وار منطق** کو **سلسلہ وار ادوار** [111] سے جامہ پہنایا جاتا ہے۔اس طرح کے ادوار پر اگلے باب میں غور کیا جائے گا۔

108 combinational logic
109 combinational circuits
110 sequential logic
111 sequential circuits



شکل 5.1: ***ترکیبی دور*** *کی خانے دار شکل*

کسی بھی ترکیبی دور کو شکل 5.1 کی طرح خانے دار شکل سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

5.1.1 ثنائی جمع کار اور ثنائی منفی کار

دو اعداد کو جمع یا منفی کرنا بنیادی حساب کا حصہ ہے۔آئیں دو **بِٹ** جمع کرنے والے دور پر غور کریں۔

5.1.2 نصف جمع کار

چونکہ ایک بٹ کی قیمت صرف 0 یا 1 ہو سکتی ہے لہٰذا دو بٹ جمع کرتے ہوئے مندرجہ ذیل چار ممکنہ صورتیں پیدا ہوتی ہیں۔

$$\begin{aligned} 0+0&=0\\ 0+1&=1\\ 1+0&=1\\ 1+1&=10 \end{aligned} \tag{5.1}$$

اس مساوات میں دو بٹ جمع کئے گئے، یوں اس کے دو مداخل ہیں۔مساوات میں اگرچہ پہلے تین جوابات ایک بٹ پر مبنی اعداد ہیں لیکن آخری جواب دو بٹ پر مبنی عدد ہے۔یوں تمام صورتوں سے نپٹنے کی خاطر جوابات کو دو بٹ پر مبنی اعداد سمجھا جائے۔ لہٰذا اسی مساوات کو اس طرح لکھنا بہتر ہے۔

$$
\begin{aligned}
0+0&=00\\
0+1&=01\\
1+0&=01\\
1+1&=10
\end{aligned}
\tag{5.2}
$$

اس مساوات سے واضح ہے کہ جوابات دو بٹ پر مبنی اعداد ہیں۔لہٰذا دو بٹ کو جمع کرنے والے دور کے دو مداخل اور دو مخارج ہوں گے۔

مداخل کو z اور y جبکہ مخارج کو s اور c لکھتے اسی مساوات کو جدول کی شکل میں لکھتے ہیں۔

y	z	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

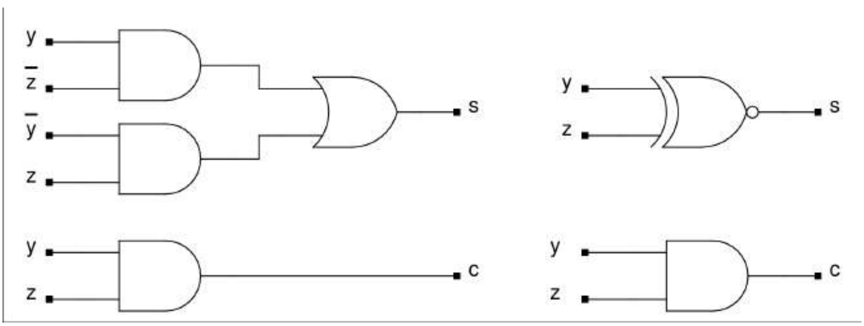
(5.3)

اس جدول سے c اور s کے تفاعل کو بذریعہ ارکان ضرب کے مجموعہ سے حاصل

کرتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
c &= yz \\
s &= \bar{y}z + y\bar{z}
\end{aligned}
\tag{5.4}
$$

اِن دو تفاعل کے ادوار کو شکل 5.2 میں دو مختلف طریقوں سے بنا دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں دئے دور کو **نصف جمع کار**[112] کہتے ہیں۔اس نام کی وضاحت اگلے حصہ میں ہو گی۔



شکل 5.2: نصف جمع کار

5.1.3 مکمل جمع کار

اب ہم ایک سے زیادہ بٹ پر مبنی ثنائی اعداد کا مجموعہ لینے کے عمل کو دیکھتے ہیں۔ $y=111_2$ اور $z=11_2$ جمع کرنے کا عمل یہ ہے۔

112 half adder

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11} \\ 111 \\ 11 \\ \hline 1010 \end{array}$$

جمع شروع کرتے ہوئے پہلے قدم پر کم تر رتبہ والے بِٹ y_0 اور z_0 کو **نصف جمع کار** حل کر سکتا ہے لیکن اس سے اگلے قدم پر بِٹ y_1 اور z_1 کو جمع کرتے وقت گزشتہ حصہ سے **حاصل** 1 کو بھی جمع کرنا ضروری ہے۔

اس عمل سے ظاہر ہے کہ حقیقت میں دو اعداد کا مجموعہ حاصل کرنے کی خاطر ایک ایسا دور درکار ہو گا جو تین بٹ کو جمع کر سکے۔

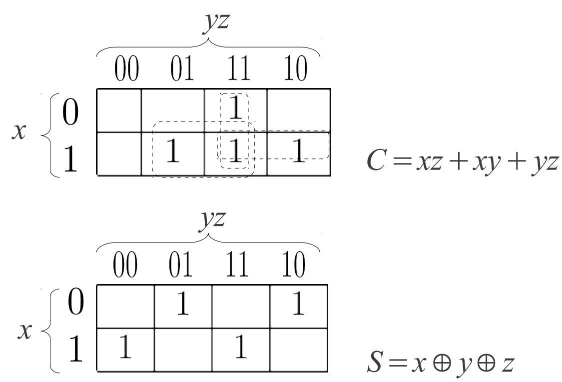
اب ہم ایک ایسا ہی دور بناتے ہیں۔ اس دور کے مداخل کو x ، y اور z جبکہ اس کے مخارج کو c اور s کہتے ہیں۔ x کو یہاں گزشتہ حصہ کا **حاصل** تصور کیا گیا ہے۔ ہم اس کا جدول یوں لکھ سکتے ہیں۔

x	y	z	c	s
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

(5.5)

اس جدول سے c اور s کے تفاعل بذریعہ **ارکان ضرب کے مجموعہ** سے حاصل کرتے ہیں۔یاد رہے کہ جدول میں تین آزاد متغیرات ہیں جبکہ اس میں دو تابع متغیرات ہیں۔کسی

بھی تابع متغیرہ کی مساوات حاصل کرتے وقت دوسرے تابع متغیرہ کو بالکل نظر انداز کریں۔یوں c کا تفاعل حاصل کرتے وقت جدول میں تینوں مداخل اور صرف c مخارج کو مدِ نظر رکھیں۔اسی طرح s کا تفاعل حاصل کرتے وقت تینوں مداخل اور صرف s مخارج کو مدِ نظر رکھیں۔ایسا کرتے ہوئے شکل 5.3 میں **کارناف نقشوں** کی مدد سے ان تفاعل کو حاصل کیا گیا ہے۔



شکل 5.3: **مکمل جمع کار** کے کارناف نقشے

کارناف نقشے کے استعمال کے بغیر مساوات 5.5 سے براہ راست مندرجہ ذیل مساوات لکھے جا سکتے ہیں۔

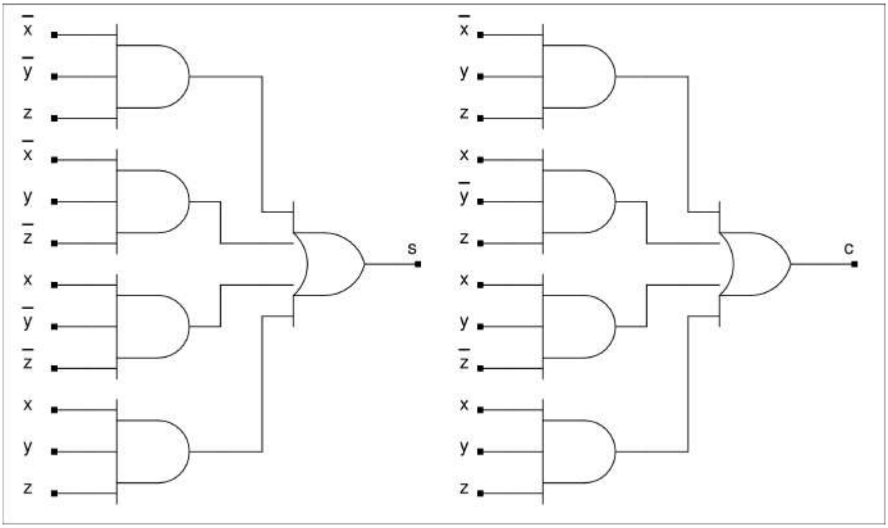
$$
\begin{aligned}
c &= \bar{x}\,y\,z + x\,\bar{y}\,z + x\,y\,\bar{z} + x\,y\,z \\
s &= \bar{x}\,\bar{y}\,z + \bar{x}\,y\,\bar{z} + x\,\bar{y}\,\bar{z} + x\,y\,z
\end{aligned}
\tag{5.6}
$$

اس مساوات میں c کی ایک سادہ شکل یوں حاصل کی جا سکتی ہے۔

$$
\begin{aligned}
c &= \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz \\
&= \underbrace{(\bar{x}+x)yz}\, + \underbrace{x(\bar{y}z + y\bar{z})} \\
&= yz + x(\bar{y}z + y\bar{z}) \\
&= yz + x(y \oplus z)
\end{aligned}
$$

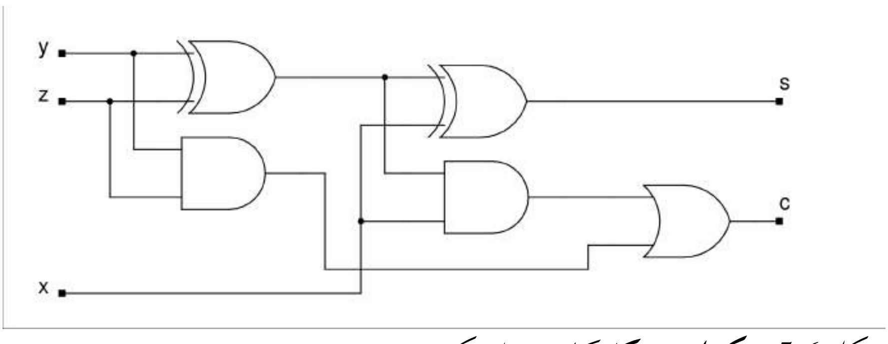
شکل 5.4: c کی ایک سادہ شکل

تفاعل 5.6 حاصل کرنے والا دور شکل 5.5 میں دیا گیا ہے۔



شکل *5.5:* **مکمل جمع کار** کا پہلا دور

تفاعل 5.6 کو **نصف جمع کار** اور ایک **جمع گیٹ** کی مدد سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔ ایسا دور شکل 5.6 میں دکھایا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ دور قدرِ بہتر ہے۔



شکل *5.6:* **مکمل جمع کار** کا دوسرا ممکنہ دور

اس دور میں دئے s کے لئے حل کرتے ملتا ہے۔

$$\begin{aligned}s&=x\oplus\left(y\oplus z\right)\\&=x\oplus\left(y\,\bar{z}+\bar{y}\,z\right)\\&=x\,\overline{\left(y\,\bar{z}+\bar{y}\,z\right)}+\bar{x}\left(y\,\bar{z}+\bar{y}\,z\right)\\&=x\left(y\,z+\bar{y}\,\bar{z}\right)+\bar{x}\left(y\,\bar{z}+\bar{y}\,z\right)\\&=xyz+x\,\bar{y}\,\bar{z}+\bar{x}\,y\,\bar{z}+\bar{x}\,\bar{y}\,z\end{aligned}$$

یہ مساوات 5.6 میں دئے گئے s کے برابر ہے۔اسی طرح شکل میں c کے لئے حل کرنے سے ملتا ہے۔

$$c=yz+x\left(y\oplus z\right)$$

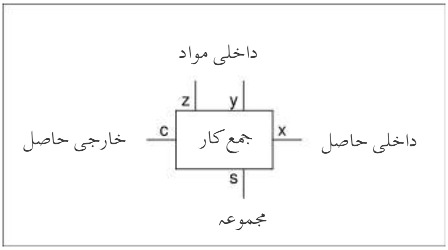
جو شکل 5.4 میں دئے گئے c کے ہی برابر ہے۔

چونکہ شکل 5.6 **مکمل جمع کار**[113] کہلاتا ہے لہٰذا شکل 5.2 **نصف جمع کار** کہلاتا ہے۔شکل 5.7 میں **مکمل جمع کار** کی علامت دی گئی ہے۔اس علامت میں **مکمل جمع کار** کے بجائے صرف **جمع کار** لکھا گیا ہے۔جہاں غلطی کا امکان ہو وہاں علامت پر **مکمل جمع کار** لکھا جائے گا۔اس شکل میں دائیں جانب x کو **داخلی حاصل**[114] جبکہ بائیں جانب c کو **خارجی حاصل**[115] کہتے ہیں۔

113 full adder

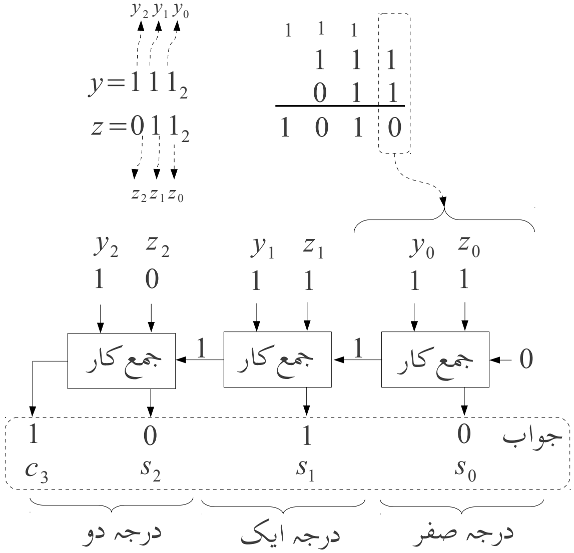
114 carry in

115 carry out



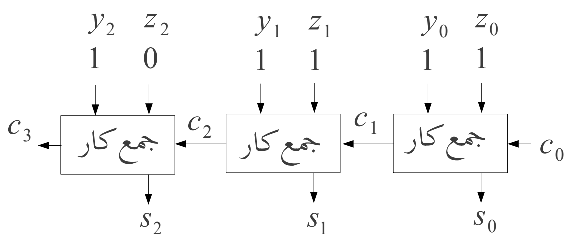
شکل *5.7:* ***مکمل جمع کار*** *کی علامت*

یہاں ایک مرتبہ رک کر 111_2 اور 11_2 کے مجموعہ کو **مکمل جمع کار** کی مدد سے حاصل کرتے ہیں۔اگر $y=111_2$ اور $z=011_2$ لیا جائے تو **کم تر رتبہ والے بِٹ** جمع کرتے وقت یاد رہے کہ یہاں **داخلی حاصل** نہیں پایا جاتا لہٰذا اسے 0 لیا جاتا ہے۔ شکل 5.8 میں یہ ہوتا دکھایا گیا ہے جہاں تین درجہ کا دور دکھایا گیا ہے۔



شکل 5.8: *تین درجے والا* ***تین بِٹ جمع کار***

اگر زیادہ بِٹ پر مبنی اعدا کو جمع کرنا ہو تو اسی طرز پر شکل 5.8 کے بائیں جانب **مکمل جمع کار** کا اضافہ کیا جاتا ہے۔ یوں 8 بِٹ کے اعداد جمع کرنے والا دور آٹھ درجہ کا ہوگا اور اس میں 8 **مکمل جمع کار** شامل ہونگے جبکہ 64 بِٹ کے اعداد جمع کرنے والا دور چونسٹھ درجہ کا ہوگا اور اس میں 64 **مکمل جمع کار** استعمال ہوں گے۔



شکل 5.9: **تین درجہ جمع کار**

شکل 5.9 میں **تین درجہ جمع کار**[116] دکھایا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کسی ایک درجہ کا **خارجی حاصل** اِس سے اگلے درجہ کا **داخلی حاصل** ہوتا ہے۔اس طرح کے ادوار میں مختلف بِٹ کے درست نام شکل میں دئے گئے ہیں۔یوں درجہ صفر کا **داخلی حاصل** c_0 کہلاتا ہے جبکہ اِسی درجہ کے **خارجی حاصل** کو درجہ ایک کے **داخلی حاصل** کے طور پہچانا جاتا ہے اور اسے c_1 کہتے ہیں۔

مشق: 74283 چار بِٹ کا مکمل جمع کار ہے۔اس کے معلوماتی صفحات انٹرنیٹ سے حاصل کریں۔اس مخلوط دور کو استعمال کرتے ہوئے دو ثنائی اعداد جمع کریں۔

---

116 three stage adder

5.1.4 منفی کار

کمپیوٹر دو اعداد کو **تکملہ دو** [117] کی مدد سے منفی کرتا ہے۔یہاں رک کر تکملہ دو کی مدد سے دو ثنائی اعداد کے منفی کرنے کے طریقہ کو ایک بار دوبارہ دہرائیں۔یاد رہے کہ اگر بلند تر رتبہ والے بِٹ جمع کرتے ہوئے **آخری حاصل** [118] پیدا ہو تو اسے ضائع کر دیتے ہیں اور اگر ایسا نہ ہو تب جواب تکملہ دو کی شکل میں منفی عدد سمجھا جاتا ہے۔

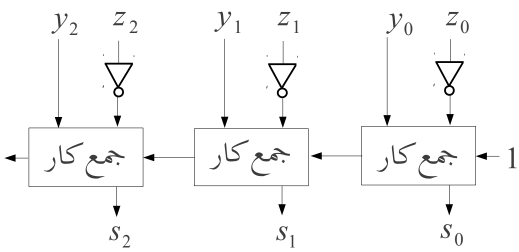
کسی بھی ثنائی عدد کے تکملہ ایک کے ساتھ 1 جمع کرنے سے اس عدد کا تکملہ دو حاصل ہو جاتا ہے۔تکملہ ایک حاصل کرنے کی خاطر عدد کے ہر **بِٹ** کا نفی لیا جاتا ہے۔بِٹ کا نفی بذریعہ **نفی گیٹ** [119] لیا جاسکتا ہے۔

تین بِٹ کے ثنائی اعداد y اور z کا اگر $(y-z)$ حاصل کرنا ہو تو z کا تکملہ ایک لے کر اس کے ساتھ 1 اور y جمع کرنے سے ایسا کرنا ممکن ہو گا۔شکل 5.10 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے جہاں نفی گیٹ استعمال کرتے z کا تکملہ ایک لیا گیا ہے جبکہ اس کے ساتھ 1 جمع کرنے کی خاطر c_0 کو 1 رکھا گیا ہے۔

117 2's complement

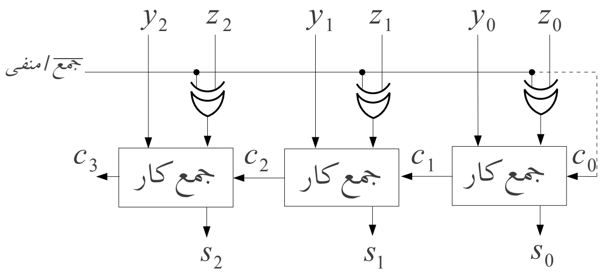
118 end carry

119 NOT gate



شکل 5.10: ***تین بِٹ منفی کار***

شکل 5.8 اور شکل 5.10 سے یہ واضح ہے کہ جمع اور منفی کرنے والے ادوار دونوں **مکمل جمع کار** کو استعمال کرتے بنائے جاتے ہیں۔شکل 5.8 میں دئے دور کے ساتھ نفی گیٹ منسلک کر کے اور c_0 کو 0 کی بجائے 1 رکھنے سے شکل 5.10 حاصل ہو جاتی ہے۔جمع کرنے اور منفی کرنے کے اعمال کو ایک ہی دور سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔ایسا دور جسے **جمع و منفی کار** کہتے ہیں کو شکل 5.11 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 5.11: ***تین بِٹ جمع و منفی کار***

اس شکل میں **نفی گیٹ** کی جگہ **بِلا شرکت جمع گیٹ** [120] استعمال کیا گیا ہے اور دور کے مداخل میں $\overline{\text{جمع}}$/منفی کا اضافہ کیا گیا ہے۔اس نئے مداخل کی کارکردگی پر غور کرتے ہیں۔جب مداخل $\overline{\text{جمع}}$/منفی پست ہو یعنی اس کی قیمت 0 ہو تب بِلا شرکت جمع گیٹ z عدد پر کوئی اثر کئے بغیر اسے **مکمل جمع کار** تک پہنچا دیتا ہے۔ ساتھ ہی ساتھ c_0 پر 0 مہیا ہوتا ہے۔اس صورت یہ دور بالکل شکل 5.8 کی طرح **تین بِٹ جمع کار** کی حیثیت سے کام کرتا ہے۔یوں جب $\overline{\text{جمع}}$/منفی پست ہو تو یہ دور جمع کرنے کا کردار ادا کرتا ہے۔

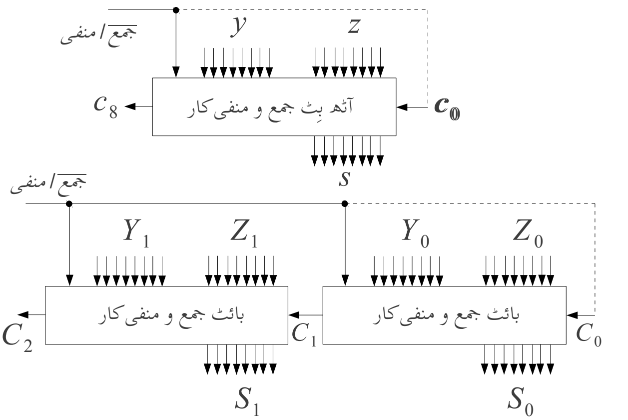
جب مداخل $\overline{\text{جمع}}$/منفی بلند ہو یعنی اس کی قیمت 1 ہو تب بِلا شرکت جمع گیٹ z عدد کا تکملہ ایک حاصل کر کے اسے جمع کرنے والے مکمل دور تک پہنچا دیتا ہے۔ساتھ ہی ساتھ c_0 پر 1 مہیا ہوتا ہے۔اس صورت یہ دور بالکل شکل 5.10 کی طرح تین بِٹ منفی کرنے والے دور کے حیثیت سے کام کرتا ہے۔یوں جب $\overline{\text{جمع}}$/منفی بلند ہو تو یہ دور منفی کرنے کا کردار ادا کرتا ہے۔

120 XOR gate

مداخل جمع/منفی میں **جمع** کے اُوپر لکیر اس بات کی یاد دہانی کراتی ہے کہ اگر یہ مداخل پست کیا جائے تو دور جمع کرنے کے کام آئے گا۔اسی طرح جمع/منفی میں **منفی** پر کوئی لکیر نہ لگانا اس بات کی یاد دہانی کراتا ہے کہ اگر یہ مداخل بلند کیا جائے تو دور منفی کرنے کے کام آئے گا۔بس ہم ایک ہی دور سے جمع کرنے اور منفی کرنے کے دونوں کام لے سکتے ہیں۔

شکل میں c_0 کو جمع/منفی مداخل کے ساتھ نکتہ دار لکیر سے جوڑا دکھایا گیا ہے۔یہ اِس بات کی یاد دہانی کرانے کی خاطر کی گئی ہے کہ صرف اور صرف c_0 کو جمع/منفی کے ساتھ منسلک کرنا ہوتا ہے۔اس کی وضاحت اگلی شکل میں ہوگی جہاں اِس طرح کے کئی ادوار جوڑ کر زیادہ بڑے دور بنائے گئے ہیں۔

شکل 5.12 میں اوپر جانب آٹھ بِٹ یعنی ایک بائٹ جمع یا منفی کرنے والا دور دکھایا گیا ہے اور پھر اسی کو استعمال کرتے دو بائٹ جمع یا منفی کرنے والا دور بنایا گیا ہے۔اس شکل کے بائیں جانب اسی طرح مزید درجات جوڑتے ہوئے زیادہ بائٹ کا دور بنایا جاتا ہے۔نکتہ دار لکیر یہاں بھی یاد دہانی کرا تی ہے کہ صرف C_0 کو جمع/منفی کے ساتھ منسلک کرنا ہے۔



شکل 5.12: **دو بائٹ جمع و منفی کار**

اس شکل میں اُوپر چھوٹے حروف میں c_8 ساتویں بِٹ سے **خارجی حاصل** کو ظاہر کرتا ہے جبکہ اسی شکل میں نیچے بڑے حروف میں C_2 بائٹ 1 کے **خارجی حاصل** کو ظاہر کرتا ہے۔

5.1.5 اعشاری اعداد کا جمع کار

جیسا کہ پہلے ذکر ہوا، اعشاری اعداد کو **اعشاری اعداد کی ثنائی علامتوں**[121] سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ہم ایک ایسا مکمل جمع کار بناتے ہیں جو دو اعشاری ہندسوں M ، N اور داخلی حاصل c_d کو جمع کر سکے۔چونکہ اعشاری ہندسے صفر تا نو ممکن ہیں جبکہ داخلی حاصل صفر یا ایک ہو سکتا ہے لہٰذا اس جمع کار کے جواب $(M+N+c_d)$ کی قیمت صفر $(0+0+0=0)$ تا انیس $(9+9+1=19)$

121 binary coded decimal (BCD)

ممکن ہے۔ان اعداد کو **ثنائی** اور **اعشاری اعداد کی ثنائی علامتی روپ** میں شکل 5.13 میں دکھایا گیا ہے۔اس جدول میں دائیں جانب اضافی قطار میں یہی جوابات اعشاری شکل میں لکھے گئے ہیں۔

ثنائی جمع					ثنائی علمت میں اعشاری جمع					اعشاری
b_4	b_3	b_2	b_1	b_0	c	d_3	d_2	d_1	d_0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	3
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	4
0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	5
0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	6
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	7
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	8
0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	9
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	10
0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	11
0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	12
0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	13
0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	14
0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	15
1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	16
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	17
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	18
1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	19

شکل 5.13: جمع کار کے مطلوبہ جوابات

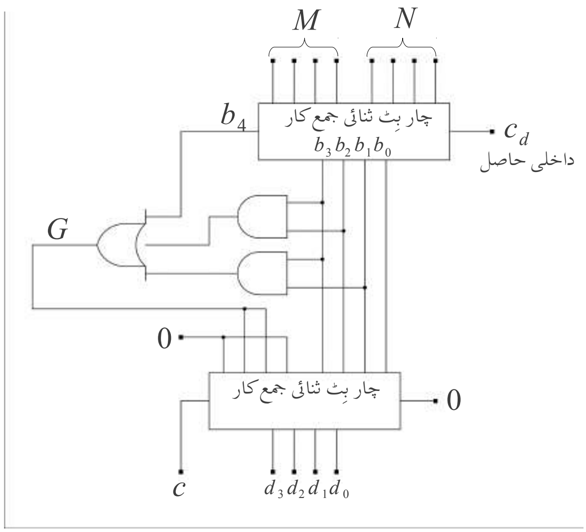
یہاں چار بِٹ **ثنائی** جمع لکھتے وقت اس کے خارجی حاصل کو b_4 لکھا گیا ہے جبکہ **ثنائی علامتی روپ میں اعشاری** جوابات لکھتے وقت خارجی حاصل کو c لکھا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ان دونوں طریقوں میں 0 تا 9 جوابات یکساں لکھے جاتے ہیں البتہ اس سے آگے یہ مختلف ہوتے ہیں۔یوں اگر چار بِٹ ثنائی جمع کار استعمال کرتے وقت جواب 0 تا 9 ہو تب یہی جواب بطور اعشاری جواب قابلِ قبول ہے البتہ اگر جواب اس حد سے تجاوز کر جائے تب ثنائی جواب کو اعشاری جواب تسلیم نہیں کیا جا سکتا۔آئیں دیکھتے ہیں کہ ایسی صورت میں کیا کیا جا سکتا ہے۔

یہاں ایک دلچسپ حقیقت پر غور کرتے ہیں۔وہ یہ کہ نا قابلِ قبول ثنائی جوابات کے ساتھ 0110_2 ثنائی طور جمع کرنے سے درست اعشاری جواب حاصل ہوتا ہے۔مثلاً (01010_2) کے ساتھ 0110_2 جمع کرنے سے 10000_2 حاصل ہوتا ہے۔جدول سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اعشاری جواب بالکل اسی طرح لکھا گیا ہے۔یوں ثنائی جمع کار کے جوابات سے اعشاری جوابات یوں حاصل کئے جا سکتے ہیں کہ اگر ثنائی جوابات 0 تا 9 ہوں تو انہیں کو تسلیم کر لیا جائے اور اگر ثنائی جوابات اس حد سے تجاوز کر جائیں تو ان ثنائی جوابات کے ساتھ 0110_2 ثنائی طور جمع کر کے اعشاری جوابات حاصل کئے جائیں۔

شکل کو دیکھتے ہوئے ایک بات واضح ہے کہ جب بھی ثنائی جمع کار کے جواب میں خارجی حاصل b_4 پایا جائے اس وقت ثنائی جواب کو اعشاری جواب تسلیم نہیں کیا جا سکتا۔شکل میں نکتہ دار دائرہ سے اس صورت کو واضح کیا گیا ہے۔ان کے علاوہ وہ ثنائی جوابات بھی ناقابلِ قبول ہیں جن میں b_3 بلند ہونے کے ساتھ ساتھ b_2 یا b_1 بھی بلند ہو۔نکتہ دار قائم الزاویہ سے ان کو دکھایا گیا ہے۔ان نقاط کو بوولین شکل میں یوں لکھا جا سکتا ہے

$$G = b_4 + b_3 b_2 + b_3 b_1 \tag{5.7}$$

جہاں G غلط ثنائی جوابات کے وقت بلند ہو گا۔اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے ثنائی جمع کار کی مدد سے اعشاری جمع کار کا حصول شکل میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 5.14: ثنائی علامتی روم والا اعشاری جمع کار

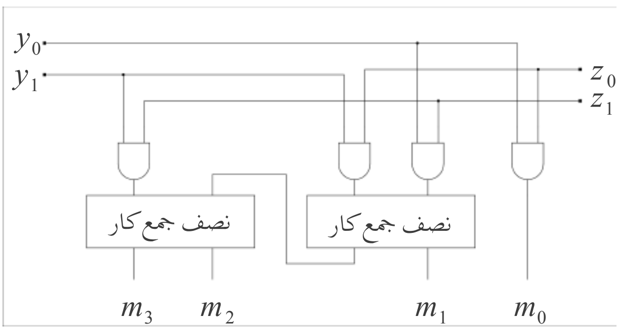
اس شکل میں اگر G پست ہو تب نچلا جمع کار اوپر والے جمع کار کے جواب کے ساتھ صفر جمع کر کے اسی جواب کو خارج کرتا ہے جبکہ G بلند ہونے کی صورت میں یہ اس کے ساتھ 0110_2 جمع کر کے اعشاری عدد کا درست ثنائی علامت خارج کرتا ہے۔

5.2 ثنائی ضرب کار

ثنائی ضرب بالکل اعشاری ضرب کی طرح کی جاتی ہے۔دو بِٹ لمبے ثنائی اعداد y اور z کو یوں ضرب دیا جاتا ہے۔

$$
\begin{array}{cccc}
 & & z_1 & z_0 \\
 & & y_1 & y_0 \\
\cline{3-4}
 & & y_0 z_1 & y_0 z_0 \\
 & y_1 z_1 & y_1 z_0 & \\
\hline
m_3 & m_2 & m_1 & m_0
\end{array}
$$

اس مساوات سے حاصل **دو بِٹ ضرب کار** کو شکل 5.15 میں دکھایا گیا ہے۔زیادہ بِٹ کے **ضرب کار** بھی اسی طرح تشکیل دئے جاتے ہیں۔



شکل 5.15: ***دو بِٹ ضرب کار***

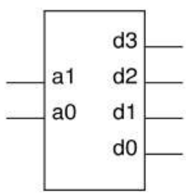
مشق: انٹرنیٹ سے 74284 مخلوط دور کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔یہ مخلوط دور کیا کام سر انجام دیتا ہے۔

5.3 شناخت کار

دو بِٹ چار ممکنہ علامتوں کو ظاہر کر سکتا ہے (یعنی 2^2) جبکہ n بِٹ 2^n علامتوں کو ظاہر کر سکتا ہے۔ایک ایسا دور جو n مداخل کو دیکھتے ہوئے 2^n منفرد مخارج میں سے ایک کو چُن سکے کو n سے 2^n **شناخت کار**[122] کہتے ہیں۔اگر **شناخت کار** کے n مداخل کے تمام ترتیب زیرِ استعمال نہ لائے گئے ہوں تب اس کے مخارج 2^n سے کم ہوں گے۔

شکل 5.16 کے میں **دو سے چار شناخت کار** کی علامت اور اس کی کارکردگی کا جدول دکھایا گیا ہے۔داخلی بِٹوں کی مختلف ترتیب خارجی بِٹوں میں سے صرف ایک کو چنتی ہے۔یہاں چنی گئی بِٹ بلند کی گئی ہے۔

a_1	a_0	d_3	d_2	d_1	d_0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0



شکل 5.16: **دو سے چار شناخت کار**

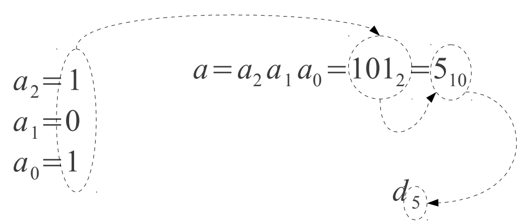
جدول کی پہلی صف میں مداخل 00 کرنے سے d_0 کی شناخت ہوتی ہے۔

122 decoder

اسی طرح دوسری صف میں مداخل 01 کرنے سے d_1 کی شناخت ہوتی ہے وغیرہ، وغیرہ۔

یوں اگر d کو چار مختلف جگہیں، مثلاً چار مختلف گلیاں یا چار مختلف مکان، تصور کیا جائے تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ a اِن جگہوں کا **پتہ** ہے اور ہم اس **پتہ** سے ان جگہوں تک پہنچ سکتے ہیں۔اسی مشابہت سے a کو **پتہ کے بِٹ** یا **پتہ بِٹ**[123] یا صرف **پتہ**[124] کہتے ہیں۔عددی الیکٹرانکس میں اس طرح جگہ تعین کرنے والے **پتہ کے بِٹوں** کا استعمال عام ہے اور انہیں عموماً a سے ہی ظاہر کیا جاتا ہے۔

تین بِٹ **پتہ** سے جگہ تعین کرنا شکل 5.17 میں دکھایا گیا ہے جہاں $a=101_2$ سے مخارج d_5 چنا گیا ہے۔



شکل 5.17: تین بِٹ کے **پتہ** سے جگہ کا تعین

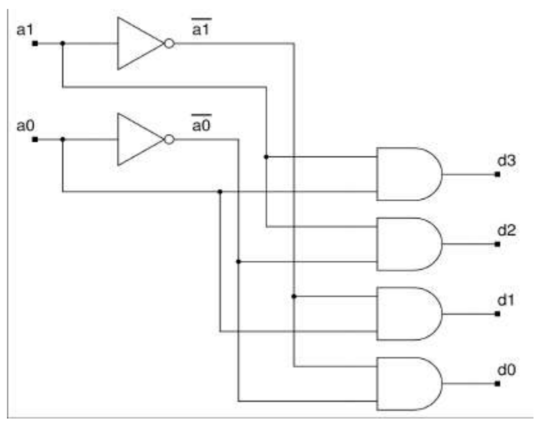
123 address bits

124 address

شکل 5.16 میں دئے جدول کو مخارج کے لئے حل کرتے ملتا ہے۔

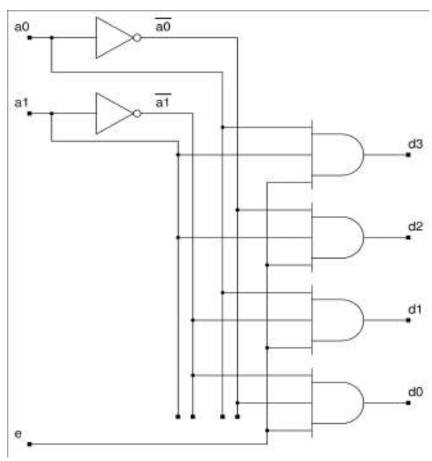
$$d_0 = \bar{a}_1 \bar{a}_0$$
$$d_1 = \bar{a}_1 a_0$$
$$d_2 = a_1 \bar{a}_0$$
$$d_3 = a_1 a_0$$

شکل5.18 میں ان مساوات سے حاصل دور دکھایا گیا ہے۔اس دور کو 4×2 **شناخت کار** کہتے ہیں جہاں 2 کا عدد داخلی بِٹوں کا شمار جبکہ 4 کا عدد خارجی بِٹوں کا شمار ہے۔



شکل 5.18: 4×2 **شناخت کار**

شکل 5.18 میں دکھلائے گئے **شناخت کار** کے دور میں تمام ضرب گیٹوں کے ساتھ اضافی مداخل e جوڑ کر اس کو **اختیاری** مداخل کے طور استعمال کیا جا سکتا ہے۔ایسا شکل 5.19 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 5.19: مجاز و معذور صلاحیت والا 2×4 شناخت کار

چونکہ ضرب گیٹ کی کسی بھی مداخل کو پست کرنے سے اس کی مخارج پست ہو جاتی ہے لہٰذا e پست کرنے سے تمام مخارج پست ہوں گے اور یہ دور کسی بھی مخارج کو نہیں چنے گا۔یوں e پست کرنے سے اس دور کو **معذور** کیا جا سکتا ہے۔ e بلند کرتے ہی یہ **مجاز**[125] ہو کر مخارج چن سکتا ہے۔یوں اس دور کو **مجاز و معذور صلاحیت والا** 2×4 **شناخت کار** کہتے ہیں۔اس دور کی جدول 5.1 میں دی گئی ہے۔

125 enable

e	a_1	a_0	d_3	d_2	d_1	d_0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0

جدول 5.1: مجاز و معذور صلاحیت والے 2×4 شناخت کار کا جدول

اس طرح کے جدول کو جہاں ایک آزاد متغیرہ تمام مداخل کو **معذور** بناتا ہو کو نسبتاً چھوٹا کر کے لکھا جاتا ہے جیسے

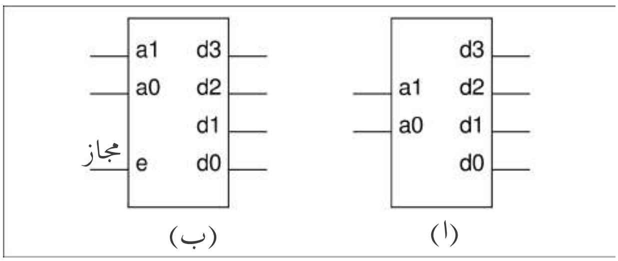
e	a_1	a_0	d_3	d_2	d_1	d_0
0	x	x	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0

جدول 5.2: مجاز و معذور صلاحیت والے 2×4 شناخت کار کا بہتر جدول

اس جدول کی پہلی صف میں جہاں e کی قیمت 0 ہے۔اس صف میں بقایا دو مداخل کی قیمتوں کی جگہ x لکھا گیا ہے۔ x لکھنے سے مراد یہ ہے کہ ان مداخل کی قیمت 0 یا 1 ہو سکتی ہے اور مزید یہ کہ ان کی قیمتوں کا مخارج کی

قیمتوں پر کوئی اثر نہیں پڑتا۔لہٰذا e کی قیمت 0 ہونے کی صورت میں تمام مخارج پست ہوں گے۔

شکل 5.20 (ا) میں 2×4 **شناخت کار** کی علامت دی گئی ہے جبکہ (ب) میں **مجاز و معذور صلاحیت والے** 2×4 **شناخت کار** کی علامت دی گئی ہے۔عددی ادوار کی علامتیں عموماً یوں **ڈبہ** کی شکل میں بنائی جاتی ہیں۔



شکل *5.20:* 2×4 ***شناخت کار*** *کی علامتیں*

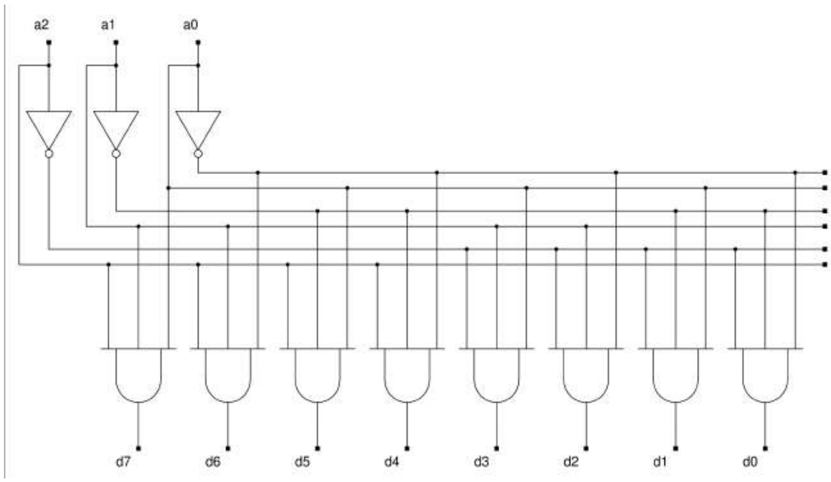
اسی طریقہ کار سے 3×8 **شناخت کار** کا دور یوں حاصل کیا جائے گا۔پہلے ایک ایسا جدول لکھتے ہیں جس میں تین مداخل کی مختلف ترتیب مخارج میں سے صرف ایک مخارج کو چنے۔

a_2	a_1	a_0	d_7	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	d_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

اس جدول سے مخارج کے تفاعل بذریعہ **مجموعہ ارکان ضرب** سے حل کرتے ملتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
d_0 &= \bar{a}_2 \bar{a}_1 \bar{a}_0 \\
d_1 &= \bar{a}_2 \bar{a}_1 a_0 \\
d_2 &= \bar{a}_2 a_1 \bar{a}_0 \\
d_3 &= \bar{a}_2 a_1 a_0 \\
d_4 &= a_2 \bar{a}_1 \bar{a}_0 \\
d_5 &= a_2 \bar{a}_1 a_0 \\
d_6 &= a_2 a_1 \bar{a}_0 \\
d_7 &= a_2 a_1 a_0
\end{aligned}
$$

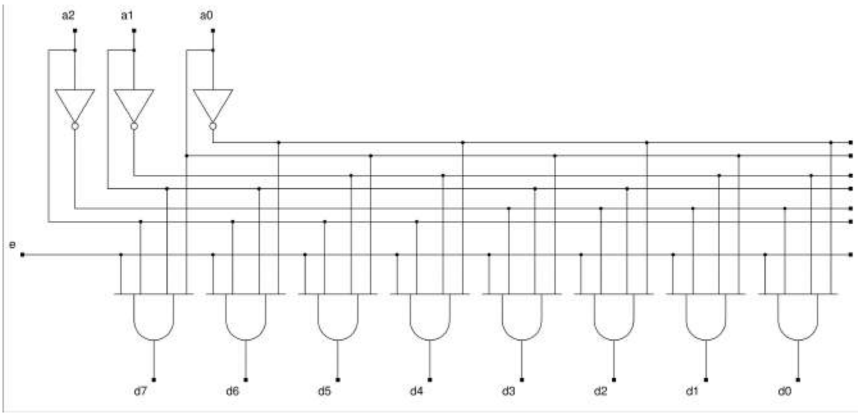
ان تفاعل کا دور شکل 5.21 میں دیا گیا ہے۔



شکل 5.21: 3×8 **شناخت کار**

اسی دور میں **مجاز**[126] مداخل e کا اضافہ کرنے سے اس میں **مجاز** یا **معذور** کئے جانے کی صلاحیت پیدا کی جا سکتی ہے۔ایسا کرنے سے **مجاز و معذور صلاحیت والا** 3×8 **شناخت کار** حاصل ہوتا ہے جسے شکل 5.22 میں دکھایا گیا ہے۔چونکہ ضرب گیٹ کی کوئی بھی مداخل پست ہونے سے اس کی مخارج پست ہو جاتی ہے لہٰذا اس دور میں جب تک **مجاز** یعنی e پست رہے اتنی دیر تمام مخارج پست رہتے ہیں۔یوں e پست کرنے سے یہ دور **معذور** ہو جاتا ہے اور کسی مخارج کو نہیں چنتا۔ e بلند کرنے سے یہ دور **مجاز** ہو کر بالکل شکل 5.21 میں دئے گئے دور کی طرح کام کرتا ہے۔

126 enable



شکل 5.22: مجاز و معذور صلاحیت والا 3×8 شناخت کار

جدول 5.3 **مجاز و معذور صلاحیت والے** 3×8 **شناخت کار** کا جدول ہے۔اس جدول کی پہلی صف میں مداخل کے خانوں میں x لکھنے کا مطلب ہے کہ ان خانوں کی قیمت 0 یا 1 ہو سکتی ہے اور دونوں صورتوں میں ان خانوں کی قیمتوں کا اس صف کے مخارج پر کوئی اثر نہیں پڑتا اور مخارج پست رہتے ہیں۔

e	a_2	a_1	a_0	d_7	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	d_0
0	x	x	x	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

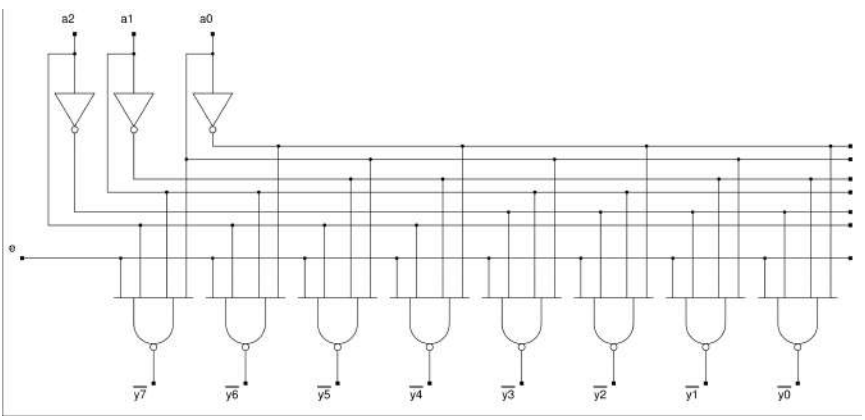
جدول 5.3: مجاز و معذور صلاحیت والا 3×8 شناخت کار دور

عموماً ایسے **شناخت کار** کی ضرورت پڑتی ہے جو چنے گئے مخارج کو پست کرتا ہو۔ایسے **پست مخارج والے تین سے آٹھ شناخت کار**[127] کو جدول 5.4 بیان کرتا ہے اور اسے شکل 5.23 میں دکھایا گیا ہے۔یہ دور شکل 5.22 میں ضرب گیٹ کی بجائے نفی۔ضرب گیٹ استعمال کرنے سے حاصل کیا گیا ہے۔

127 active low 3*8 decoder

e	a_2	a_1	a_0	$\overline{y_7}$	$\overline{y_6}$	$\overline{y_5}$	$\overline{y_4}$	$\overline{y_3}$	$\overline{y_2}$	$\overline{y_1}$	$\overline{y_0}$
0	x	x	x	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1

جدول 5.4: پست مخارج، مجاز و معذور صلاحیت والا 3×8 شناخت کار

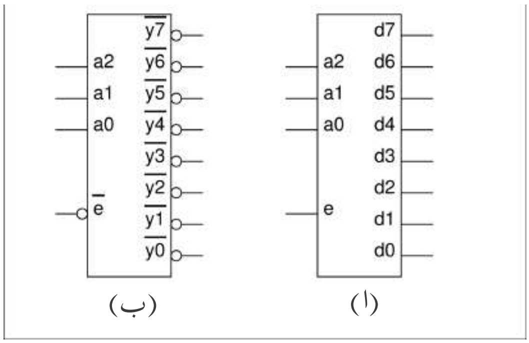


شکل 5.23: پست مخارج، مجاز و معذور صلاحیت والا شناخت کار

مخارج کے ناموں کے اوپر لکیر کھینچ کر (یعنی $\overline{y}$) اس بات کی یاد دہانی کرائی جاتی ہے کہ یہ چنے جانے کی صورت میں پست ہوتے ہیں۔ شناخت کار کے پست ہونے والے مخارج کو عموماً y کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

شکل 5.24 (ا) میں تین داخلی بلند مخارج شناخت کار کی علامت دکھائی گئی

ہے۔شکل (ب) میں تین داخلی پست مخارج شناخت کار کی علامت دکھائی گئی ہے جس میں خارجی پنوں پر دائرہ اس کے پست ہونے کی یاد دہانی کراتا ہے۔شکل (ب) میں **مجاز** $(\bar{e})$ پر بھی دائرہ بنایا گیا ہے۔یوں اس شناخت کار کو مجاز بنانے کی خاطر اس پن کو پست رکھنا ہوگا۔



شکل 5.24: 3×8 ***شناخت کار*** کی علامتیں

مشق: انٹرنیٹ سے پست مخارج والے 3×8 شناخت کار کے مخلوط دور 74138 کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔اس مخلوط دور کا دورانیہ ردِ عمل کتنا ہے۔

5.4 شناخت کار کی مدد سے تفاعل کا حصول

کسی بھی تفاعل کو **ارکانِ ضرب کے مجموعہ کی ترتیب** سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔چونکہ **شناخت کار** تمام ممکنہ ارکانِ ضرب فراہم کرتا ہے لہٰذا اس کے ساتھ جمع گیٹ

جوڑ کر کسی بھی تفاعل کو حاصل کیا جا سکتا ہے۔اس ترتیب کو ایک مثال کی مدد سے دیکھتے ہیں۔

---

*مثال 5.1: **مکمل جمع کار** کو **شناخت کار** کی مدد سے **ارکانِ ضرب** استعمال کرتے ہوئے حاصل کریں۔*

حل: **مکمل جمع کار** کا جدول مندرجہ ذیل ہے جہاں بِٹ x_0 اور y_0 کے ساتھ داخلی حاصل c_0 جمع ہو کر s_0 اور خارجی حاصل c_1 پیدا ہوتا ہے۔

x_0	y_0	c_0	c_1	s_0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

جدول 5.5: **مکمل جمع کار** کا جدول

اس جدول سے حاصل ہوتا ہے

$$\begin{aligned} c_1 &= \bar{x}_0\,y_0\,c_0 + x_0\,\bar{y}_0\,c_0 + x_0\,y_0\,\bar{c}_0 + x_0\,y_0\,c_0 \\ s_0 &= \bar{x}_0\,\bar{y}_0\,c_0 + \bar{x}_0\,y_0\,\bar{c}_0 + x_0\,\bar{y}_0\,\bar{c}_0 + x_0\,y_0\,c_0 \end{aligned} \tag{5.8}$$

تین سے آٹھ شناخت کار کا جدول مندرجہ ذیل ہے

x_0	y_0	c_0	m_7	m_6	m_5	m_4	m_3	m_2	m_1	m_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

اس سے حاصل ہوتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
m_7 &= x_0 y_0 c_0 \\
m_6 &= x_0 y_0 \bar{c}_0 \\
m_5 &= x_0 \bar{y}_0 c_0 \\
m_4 &= x_0 \bar{y}_0 \bar{c}_0 \\
m_3 &= \bar{x}_0 y_0 c_0 \\
m_2 &= \bar{x}_0 y_0 \bar{c}_0 \\
m_1 &= \bar{x}_0 \bar{y}_0 c_0 \\
m_0 &= \bar{x}_0 \bar{y}_0 \bar{c}_0
\end{aligned}
\tag{5.9}
$$

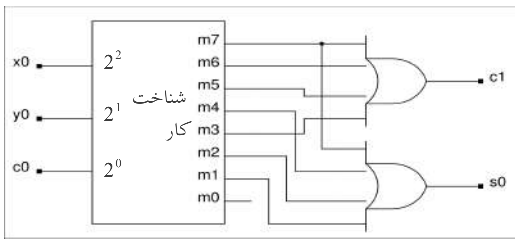
مساوات 5.9 کو دیکھتے ہوئے مساوات 5.8 کو یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
c_1 &= m_3 + m_5 + m_6 + m_7 \\
s_0 &= m_1 + m_2 + m_4 + m_7
\end{aligned}
\tag{5.10}
$$

یا

$$
\begin{aligned}
c_1 &= \sum (m_3, m_5, m_6, m_7) \\
s_0 &= \sum (m_1, m_2, m_4, m_7)
\end{aligned}
\tag{5.11}
$$

اس کو شکل 5.25 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 5.25: شناخت کار کی مدد سے مکمل جمع کار کا حصول

یہ تمام عمل نہایت آسان بنایا جا سکتا ہے اگر جدول 5.5 کو یوں لکھا جائے۔

x_0	y_0	c_0	c_1	s_0	m
0	0	0	0	0	m_0
0	0	1	0	1	m_1
0	1	0	0	1	m_2
0	1	1	1	0	m_3
1	0	0	0	1	m_4
1	0	1	1	0	m_5
1	1	0	1	0	m_6
1	1	1	1	1	m_7

جدول 5.6: مکمل جمع کار

اس طرز پر جدول لکھنے سے آپ پہچان گئے ہوں گے کہ یہ تفاعل کو **ارکانِ ضرب**[128] سے حاصل کرنے کا طریقہ ہے۔اس جدول کو دیکھ کر مطلوبہ جواب فوراً لکھا جا سکتا ہے یعنی

$$c_1 = \sum (m_3, m_5, m_6, m_7)$$
$$s_0 = \sum (m_1, m_2, m_4, m_7)$$

5.5 داخلی منتخب کار اور خارجی منتخب کار

ایک ایسا دور جو واحد ایک راستے سے ثنائی مواد حاصل کر کے اِسے 2^n مختلف راستوں میں سے کسی بھی ایک راستے منتقل کرنے کی صلاحیت رکھتا ہو کو **خارجی منتخب کار**[129] کہتے ہیں۔ایسے دور کو مطلوبہ راستے کی نشاندہی n داخلی

128 minterms

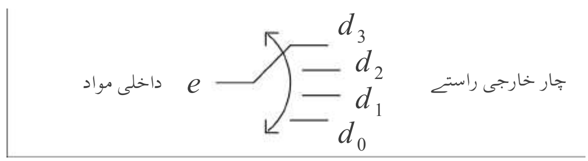
129 demultiplexer

بِٹوں کی مدد سے کی جاتی ہے جنہیں **پتہ کے بِٹ** یا **پتہ بِٹ** یا صرف **پتہ**[130] کہتے ہیں۔۔

اسی طرح ایک ایسا دور جو 2^n مداخل میں سے ایک مداخل کے مواد کو منتخب کر کے اسے اپنے واحد خارجی راستے پر منتقل کرنے کی صلاحیت رکھتا ہو کو **داخلی منتخب کار**[131] کہتے ہیں۔ایسے دور کو مطلوبہ راستے کی نشاندہی n داخلی بِٹوں کی مدد سے کی جاتی ہے جنہیں **پتہ کے بِٹ** یا **پتہ بِٹ** یا صرف **پتہ** کہتے ہیں۔۔

اس حصہ میں ان دو قسم کے ادوار پر غور ہو گا۔

5.5.1 خارجی منتخب کار



شکل 5.26: ایک سے چار **خارجی منتخب کار**

شکل 5.26 میں **خارجی منتخب کار** کی تصوراتی شکل دکھائی گئی ہے جہاں

130 address

131 multiplexer

مداخل e پر آمد ثنائی مواد کو چار مختلف خارجی راستوں پر بھیجا جا سکتا ہے۔شکل میں پیچی سوئچ کے استعمال سے ایسا ممکن بنایا گیا ہے۔

مجاز و معذور صلاحیت والے 2×4 **شناخت کار** پر غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ یہ بھی ایسا کر سکتا ہے۔یہ دیکھنے کی خاطر جدول 5.1 کو شکل 5.27 میں دوبارہ پیش کیا گیا ہے۔

e	a_1	a_0	d_3	d_2	d_1	d_0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0

شکل 5.27: d_0 منتخب کیا گیا ہے

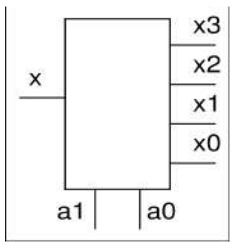
اس جدول میں a_0 اور a_1 کو خارجی راستہ منتخب کرنے والے **پتہ کے بِٹ** جبکہ e کو واحد مداخل تصور کیا جائے۔یوں تصور کرنے کے بعد جدول پر غور کریں۔

$a_1a_0=00$ سے d_0 منتخب ہوتا ہے اور اس کی قیمت وہی ہوتی ہے جو e کی ہوتی ہے جبکہ تمام بقایا مخارج یعنی d_1 ، d_2 اور d_3 کی قیمت 0 رہتی ہیں۔شکل دیکھنے سے اس کی بہتر وضاحت ہوتی ہے۔تسلی کر لیں کہ $a_1a_0=01$ سے d_1 کی قیمت e کی قیمت کے برابر ہوتی ہے جبکہ بقایا تمام مخارج پست رہتے ہیں

وغیرہ وغیرہ۔

اس جدول کو بہتر طور یوں لکھا جا سکتا ہے جہاں اس کی موجودہ کارکردگی واضح طور نظر آتی ہے۔شکل5.28 میں **ایک سے چار خارجی منتخب کار** کی علامتی شکل بھی دی گئی ہے۔

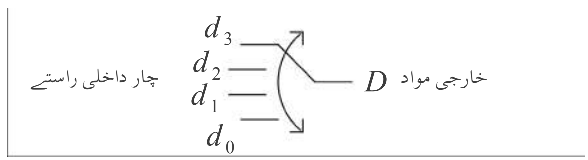
e	a_1	a_0	d_3	d_2	d_1	d_0
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0



شکل 5.28: **ایک سے چار خارجی منتخب کار** کی علامت

5.5.2 داخلی منتخب کار

شکل 5.29 میں **داخلی منتخب کار**[132] کی تصوراتی شکل دکھائی گئی ہے۔اس شکل میں پیچی سوئچ کی مدد سے چار داخلی مواد سے کسی ایک کو خارجی راستے منتقل کیا جا سکتا ہے۔یوں اسے **چار سے ایک داخلی منتخب کار** کے طور استعمال کیا جا سکتا ہے۔



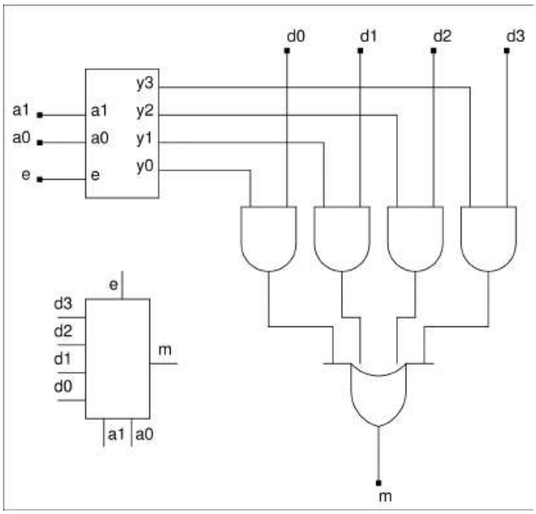
شکل 5.29: چار اے ایک **داخلی منتخب کار**

داخلی منتخب کار کو **شناخت کار** کی مدد سے شکل۔5.30 میں حاصل کیا گیا ہے۔مجاز کردہ شناخت کار **پتہ** $a=00$ کی صورت میں m_0 کو بلند جبکہ m_1 ، m_2 اور m_3 کو پست رکھتا ہے۔یوں دائیں جانب کے تین ضرب گیٹوں کی مخارج پست رہے گی جبکہ بائیں جانب گیٹ کی مخارج d_0 کے برابر ہو گی۔یہی جمع گیٹ کی مخارج m کی صورت میں سامنے آئے گی۔یوں $a=00$ کی صورت میں دور کی واحد مخارج m کی قیمت d_0 کے برابر ہو گی۔بالکل اسی طرح $a=01$ کی صورت میں $m=d_1$ کا حصول ہوتا ہے وغیرہ وغیرہ۔شکل 5.30 میں **چار سے ایک داخلی منتخب**

132 multiplexer

کار کی علامت بھی دی گئی ہے۔

n پتہ بِٹ والا **داخلی منتخب کار** 2^n مداخل میں سے ایک کو منتخب کر کے خارج کرتا ہے۔اس طرح اس کو $2^n \times 1$ **داخلی منتخب کار** کہیں گے۔



*شکل 5.30: چار سے ایک **داخلی منتخب کار***

مشق: انٹرنیٹ سے 74153 کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔دیکھیں کہ یہ مخلوط دور کیا کام سرانجام دیتا ہے۔

5.5.3 داخلی منتخب کار سے تفاعل کا حصول

آپ نے **شناخت کار** کے ساتھ بیرونی جمع گیٹ جوڑ کر مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں تفاعل کا حصول دیکھا۔جیسا شکل 5.30 میں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ **داخلی**

منتخب کار میں دراصل **شناخت کار** اور ایک **جمع گیٹ** دونوں موجود ہوتے ہیں۔یوں n آزاد متغیرات والے تفاعل کو n پتہ بِٹوں والے $2^n \times 1$ **داخلی منتخب کار** استعمال کرتے ہوئے حاصل کیا جا سکتا ہے۔اس عمل کو مثال سے دیکھتے ہیں۔

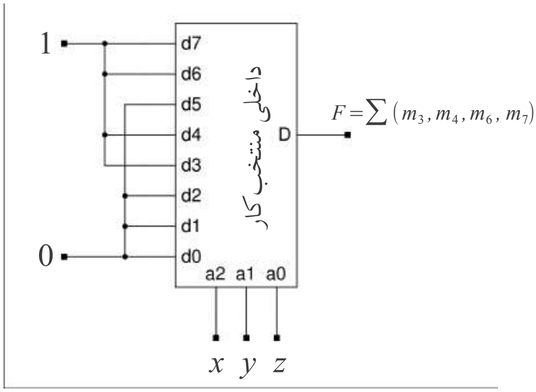
مثال 5.2: مندرجہ ذیل تفاعل کو 8×1 **داخلی منتخب کار** کی مدد سے حاصل کریں۔

$$\mathrm{F(x,y,z)}=\sum(m_3, m_4, m_6, m_7)$$

حل: اس تفاعل کا جدول مندرجہ ذیل ہے۔

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تین آزاد متغیرات xyz کو 8×1 **داخلی منتخب کار** کا پتہ تصور کرتے ہوئے **داخلی منتخب کار** کے آٹھ $(2^3=8)$ مداخل d_0 تا d_7 میں سے d_3 ، d_4 ، d_6 اور d_7 کو بلند جبکہ بقایا کو پست رکھ کر یہ تفاعل حاصل کیا جا سکتا ہے۔شکل 5.31 میں یہ دور دکھایا گیا ہے۔



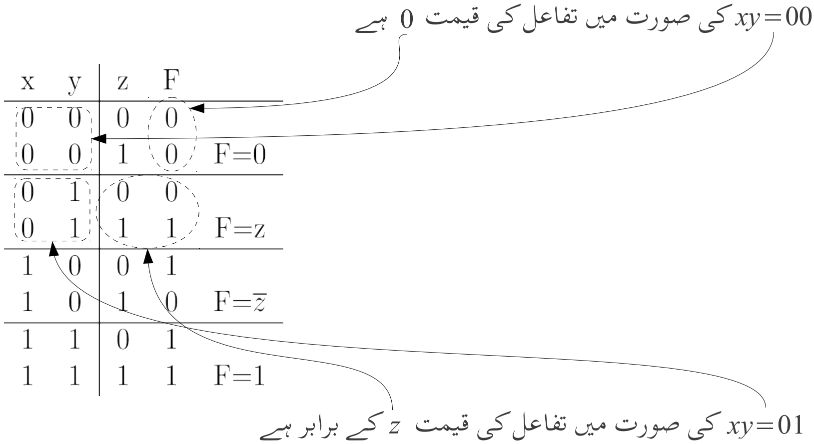
شکل 5.31: ***داخلی منتخب کار*** *کی مدد سے تفاعل کا حصول*

یوں پتہ 000_2 ، 001_2 ، 010_2 اور 101_2 ہونے کی صورت میں یہ **داخلی منتخب کار** d_0 ، d_1 ، d_2 اور d_5 کو منتخب کر کے خارج کرے گا۔ان تمام کو **پست** رکھ کر درکار تفاعل کی **پست** صورت حاصل ہوتی ہے۔اسی طرح پتہ 011_2 ، 100_2 ، 110_2 اور 111_2 ہونے کی صورت میں d_3 ، d_4 ، d_6 اور d_7 منتخب ہو کر خارج ہوتے ہیں۔انہیں بلند رکھتے ہوئے تفاعل کی بلند صورت حاصل ہوتی ہے۔پتہ کسی ایک وقت پر صرف ایک ہی قیمت رکھتا ہے۔

کسی بھی n آزاد متغیرات والے تفاعل کو $(n-1)$ پتہ بِٹوں والے **داخلی منتخب کار** مدد سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔اس طریقے میں کسی بھی $(n-1)$ متغیرات کو بطور داخلی منتخب کار کے پتہ استعمال کیا جاتا ہے جبکہ بقایا ایک متغیرہ کو بطور مداخل استعمال کیا جاتا ہے۔اس طریقے کو ایک مثال کی مدد سے دیکھتے ہیں۔

مثال 5.3: مندرجہ بالا تفاعل کو دو پتہ بِٹوں والے 4×1 داخلی منتخب کار کی مدد سے حاصل کریں۔

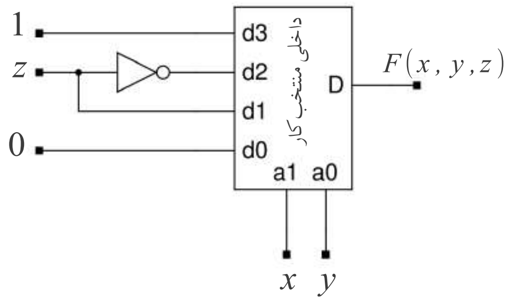
حل: شکل 5.32 میں اس تفاعل کے جدول کو قدرِ مختلف طریقے سے لکھا دکھایا گیا ہے۔



شکل 5.32: ***داخلی منتخب کار*** *کی مدد سے تفاعل کے حصول کا دوسرا طریقہ*

شکل 5.32 میں آزاد متغیرات xy کے دائیں جانب لکیر لگائی گئی ہے جبکہ xy کی قیمت کے مطابق جدول کے چار حصے کئے گئے ہیں۔جس حصے میں $xy=00$ ہے وہاں تفاعل کی قیمت بدستور صفر (0) ہے۔اس حصے کے اضافی قطار میں $F=0$ لکھ کر اس حقیقت کو بیان کیا گیا ہے۔اسی طرح $xy=01$ کی صورت میں تفاعل کی قیمت عین متغیرہ z کی قیمت کے برابر ہے۔یوں یہاں $F=z$ لکھا گیا ہے۔ $xy=10$ کی صورت میں تفاعل کی قیمت $\overline{z}$ ہونے کے بدولت یہاں $F=\overline{z}$ لکھا گیا ہے جبکہ $xy=11$ کی صورت میں تفاعل بدستور بلند رہتا ہے۔اسی لئے اس حصے میں $F=1$ لکھا گیا ہے۔

x	y	z	F	
0	0	0	0	
0	0	1	0	F=0
0	1	0	0	
0	1	1	1	F=z
1	0	0	1	
1	0	1	0	F=$\bar{z}$
1	1	0	1	
1	1	1	1	F=1



*شکل 5.33: **داخلی منتخب کار** کی مدد سے تفاعل کے حصول کا دوسرا طریقہ*

شکل 5.33 میں اس جدول سے حاصل دور دکھایا گیا ہے جہاں 4×1 **داخلی منتخب کار** استعمال کیا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $xy=00$ کی صورت میں **داخلی منتخب کار** مداخل d_0 کو منتخب کر کے اس کے مواد کو خارج کرے گا۔یوں d_0 پر صفر (0) مہیا کر کے اس صورت میں تفاعل کی درست قیمت حاصل کی جاتی ہے۔اسی طرح $xy=01$ کی صورت میں d_1 کے مواد کو خارج کیا جاتا ہے۔یہاں متغیرہ z فراہم کر کے تفاعل کی درست قیمت حاصل کی جاتی ہے۔اسی طرح $xy=10$ کی صورت میں d_2 کے مواد کو منتخب کیا جاتا ہے جہاں $\bar{z}$ فراہم کر کے تفاعل کی درست قیمت حاصل ہوتی ہے۔ $xy=11$ کی صورت میں تفاعل بدستور بلند رہتا ہے۔یوں d_3 پر ایک (1) فراہم کرنے سے درست تفاعل حاصل ہوتا ہے۔

5.6 متوازی ثنائی ضرب کار

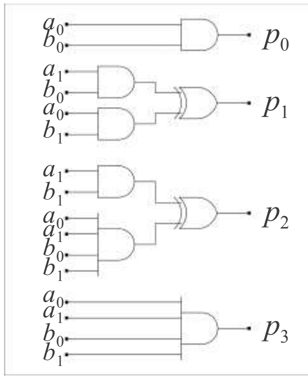
حسابی اعمال میں ضرب کا کردار کلیدی ہے۔ثنائی اعداد کے ضرب کا عمل بالکل اعشاری اعداد کی ضرب کی طرح ہے۔دو بِٹ کے ثنائی اعداد a اور b کی ضرب مندرجہ ذیل ہے جہاں ان دو اعداد کو $a_1 a_0$ اور $b_1 b_0$ لکھا گیا ہے۔

$$
\begin{array}{cccc}
 & & b_1 & b_0 \\
 & \times & a_1 & a_0 \\
\hline
 & & a_0 b_1 & a_0 b_0 \\
 & a_1 b_1 & a_1 b_0 & \\
\hline
p_3 & p_2 & p_1 & p_0
\end{array}
$$

جہاں

$$
\begin{aligned}
p_0 &= a_0 b_0 \\
p_1 &= a_1 b_0 \oplus a_0 b_1 \\
p_2 &= a_1 b_1 \oplus a_1 b_0 a_0 b_1 \\
p_3 &= a_1 b_1 a_1 b_0 a_0 b_1 = a_1 a_0 b_1 b_0
\end{aligned}
$$

کے برابر ہیں۔یہ مساوات ثنائی جمع کار کے مساوات 5.4 کی مدد سے حاصل کئے گئے ہیں۔ان مساوات سے دو بِٹ متوازی ثنائی ضرب کار کا حاصل دور شکل 5.34 میں دکھایا گیا ہے۔



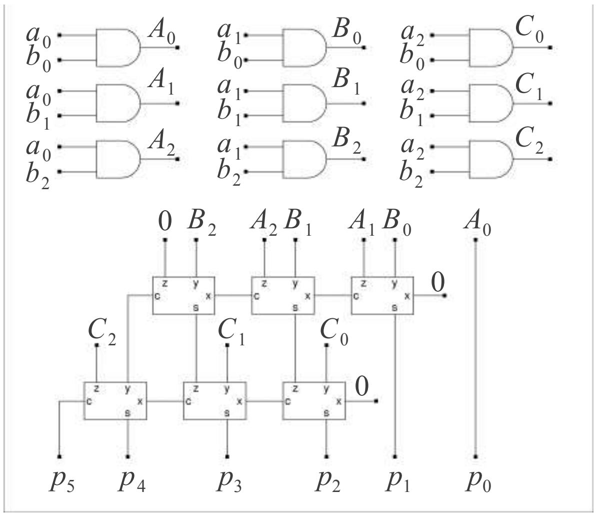
شکل 5.34: دو بِٹ کا ثنائی متوازی ضرب کار

اسی طرز پر زیادہ بِٹ ضرب کار بھی بنائے جا سکتے ہیں۔بد قسمتی سے زیادہ بِٹ کے ضرب کار یوں تشکیل دینا نہایت مہنگا ثابت ہوتا ہے چونکہ آٹھ یا سولہ بِٹ کے ضرب کار کے لئے بھی درکار گیٹوں کی تعداد بہت بڑھ جاتی ہے۔عموماً زیادہ بِٹ کے ضرب کار مکمل جمع کار کی مدد سے حاصل کئے جاتے ہیں۔اس طریقہ کو تین بِٹ کے ثنائی اعداد کے ضرب کو مثال بنا کر سیکھتے ہیں۔

تین بِٹ کے دو اعداد کا ضرب مندرجہ ذیل ہے۔

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & b_2 & b_1 & b_0 \\
 & & \times & a_2 & a_1 & a_0 \\
\hline
 & & & a_0 b_2 & a_0 b_1 & a_0 b_0 \\
 & & a_1 b_2 & a_1 b_1 & a_1 b_0 & \\
 & a_2 b_2 & a_2 b_1 & a_2 b_0 & & \\
\hline
p_5 & p_4 & p_3 & p_2 & p_1 & p_0
\end{array}$$

اس مساوات سے حاصل دور شکل 5.35 میں دکھایا گیا ہے۔ اس طریقہ سے با آسانی زیادہ بِٹ کے ثنائی ضرب کار بنائے جا سکتے ہیں۔



شکل 5.35: تین بِٹ کا ثنائی ضرب کار

6 معاصر ترتیبی ادوار

منطق میں عموماً دو متضاد صورتیں سامنے آتی ہیں مثلاً **بلند** اور **پست**، **درست** اور **غلط**، **راغب** اور **غیر راغب** وغیرہ۔اس طرح کی صورتوں کو عددی الیکٹرانکس میں 1 اور 0 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔یوں اگر **بلند** کو 1 سے ظاہر کیا جائے تو **پست** کو 0 سے ظاہر کیا جائے گا اور اگر **بلند** کو 0 سے ظاہر کیا جائے تو **پست** کو 1 سے ظاہر کیا جائے گا۔اگر **درست** کو 1 سے ظاہر کیا جائے تو 0 **غلط** کو ظاہر کرے گا۔ اگر **راغب** کو 1 سے ظاہر کیا جائے تو 0 **غیر راغب** کو ظاہر کرے گا وغیرہ وغیرہ۔

عددی الیکٹرانکس میں اگر 1 کو مثبت پانچ وولٹ کے برقی دباؤ یعنی +5V سے ظاہر کیا جائے جبکہ 0 کو صفر وولٹ کے برقی دباؤ یعنی 0V سے ظاہر کیا جائے تو اس نظام کو **مثبت منطقی نظام**[133] کہتے ہیں۔اس کتاب میں یہی نظام استعمال کیا جائے گا۔

ہم اس نظام کو اُلٹ کر کے 0 کو +5V اور 1 کو 0V سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔ایسے نظام کو **منفی منطقی نظام**[134] کہتے ہیں۔

اب تک ہم نے ایسے ثنائی گیٹوں کا مطالعہ کیا ہے جن کی مخارج اُسی لمحہ تبدیل ہوجاتی ہے جس لمحہ ان کی مداخل تبدیل ہوں۔عددی الیکٹرانکس میں نہایت اہمیت رکھنے والے ایک قسم کے ادوار ایسے ہیں جو اپنی حالت، مداخل کی تبدیلی کے باوجود برقرار رکھ سکتے ہیں۔اس قسم کے ادوار کو **پلٹ**[135] کہتے ہیں۔**پلٹ** ایک ثنائی ہندسہ یعنی ایک **بِٹ** ذخیرہ کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے۔جیسے آپ نیچے دیکھیں گے ان ادوار کے دو متضاد مخارج ہوتے ہیں۔اس قسم کے ادوار **حافظہ**[136] کے طور استعمال کئے جاتے ہیں۔اس

133 positive logic of representation

134 negative logic of representation

135 Flip Flop

136 memory

کے علاوہ ان کو استعمال کرتے **گنت کار** [137] وغیرہ بنائے جاتے ہیں۔اس باب میں **پلٹ** اور اس پر مبنی **معاصر ادوار** [138] پر غور ہوگا۔**معاصر ادوار** ایسے ادوار ہوتے ہیں جو کہ اس کے تمام حصے قدم ملا کر چلتے ہیں۔

6.1 گیٹوں کے اوقاتِ کار

ثنائی گیٹ کی کارکردگی پر تبصرہ کرنے کی خاطر چند تکنیکی اصطلاحات جاننا ضروری ہیں۔شکل 6.1 میں ایک گیٹ کی مخارج کو **بلند** ہو کر دوبارہ **پست** ہوتے دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں ایک کنارے کو **کنارہِ چڑھائی** [139] یا **مثبت جاتا کنارہ** [140] کہا گیا ہے جبکہ دوسرے کنارے کو **کنارہِ اترائی** [141] یا **منفی جاتا کنارہ** [142] کہا گیا ہے۔اس شکل میں مخارج کی **حالت** یکدم تبدیل ہوتا دکھایا گیا ہے جو کہ درست نہیں۔

137 counters

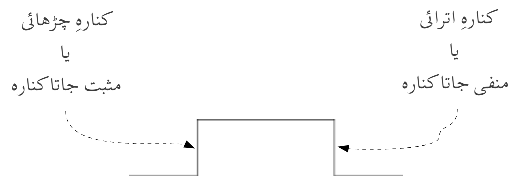
138 synchronous sequential circuits

139 rising edge

140 positive going edge

141 falling edge

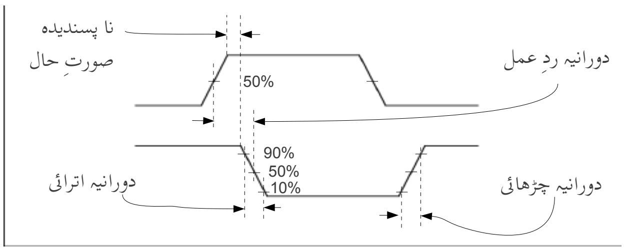
142 negative going edge



شکل 6.1: کنارہِ چڑھائی اور کنارہِ اترائی

الیکٹرانک گیٹ چُست ہوتے ہیں اور ان کی مخارج **پست** سے **بلند** یا **بلند** سے **پست** نہایت کم وقت میں ہو جاتی ہے۔یہ وقت کم ضرور ہوتا ہے لیکن صفر سیکنڈ کبھی بھی نہیں ہوتا۔اس کے علاوہ برقی اشارہ اگر روشنی کی رفتار سے بھی چلے تب بھی دور کی داخلی پن سے خارجی پن تک پہنچنے کے لئے کچھ وقت درکار ہو گا۔نفی گیٹ[143] کو مثال بناتے ہوئے حقیقی اوقات پر غور کرتے ہیں۔شکل 6.2 میں اوپر جانب نفی گیٹ کی مداخل جبکہ نیچے جانب گیٹ کی مخارج دکھائی گئی ہے۔

143 یہی کچھ بقایا گیٹوں کے لئے بھی درست ہے



شکل 6.2: نفی گیٹ کے اوقاتِ کار

اس شکل میں بلند سے پست حالت میں جانے کے دورانیہ کو **دورانیہ اترائی**[144] اور پست سے بلند جانے کے دورانیہ کو **دورانیہ چڑھائی**[145] کہا گیا ہے۔ان دورانیوں کے ناپنے کے طریقہ کی وضاحت شکل میں کی گئی ہے۔شکل میں داخلی برقی اشارے کو بھی اسی طرح دکھایا گیا ہے چونکہ یہ برقی اشارہ ازخود کسی گیٹ کا مخارج ہوتا ہے۔

مداخل تبدیل ہوتے ہی مخارج تبدیل نہیں ہو جاتا بلکہ کچھ دیر تو یوں محسوس ہوتا ہے جیسے مداخل کا مخارج پر کوئی اثر نہیں۔مداخل کے کنارۂ چڑھائی پر غور کریں۔ مداخل کے بلند ہونے کے باوجود، مخارج کچھ دیر بلند ہی رہتا ہے۔یہ ناقابلِ قبول صورتِ حال ہے جسے عددی ادوار بناتے وقت مدِ نظر رکھنا اشد ضروری ہے۔مداخل بلند ہونے کے کچھ وقفہ بعد مخارج نئی حالت اختیار کرتا ہے۔اس وقفہ کو **دورانیہ ردِ عمل**[146] کہتے ہیں۔دورانیہ ردِ عمل ناپنے کا طریقہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔موجودہ الیکٹرانک گیٹوں کا

144 fall time
145 rise time
146 propagation delay

دورانیہ اترائی اور **دورانیہ چڑھائی** اور **دورانیہ ردِ عمل** عموماً چند نینو سیکنڈ[147] ہوتا ہے۔ مداخل کے کنارہِ اترائی پر بھی اسی قسم کا صورتِ حال سامنے آتا ہے۔

مشق: انٹرنیٹ سے 74xx اور 74Hxx سلسلہ میں فرق دریافت کریں۔

6.2 پلٹ

شکل 6.3 میں ایک خاص قسم کے **پلٹ** کا دور اور جدول دی گئی ہیں۔اس پلٹ[148] کو **ایس آر**[149] پلٹ کہتے ہیں۔پلٹ کے دو متضاد مخارج ہوتے ہیں جنہیں Q اور $\overline{Q}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔اگر **پلٹ** کی مخارج Q کی قیمت 1 ہو تو اس کی مخارج $\overline{Q}$ کی قیمت 0 ہو گی اور اگر اس کی مخارج $Q=0$ ہو تب $\overline{Q}=1$ ہو گا۔

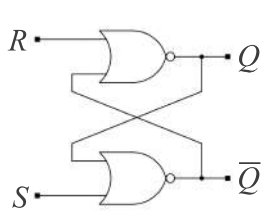
---

147 nano-seconds

148 پلٹ کو روایتی طور ان کے مداخل کے نام سے پکارا جاتا ہے۔مختلف اقسام کے پلٹ کے مداخل کو مخصوص نام دئے گئے ہیں جو عموماً انگریزی زبان کے حروفِ تہجی ہوتے ہیں

149 SR flip flop

S	R	Q_{n+1}	$\overline{Q}_{n+1}$
0	0	Q_n	$\overline{Q}_n$
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	?	?



شکل 6.3: ایس آر پلٹ

شکل 6.3 میں ایک نفی-جمع گیٹ کی مخارج کو دوسرے نفی-جمع گیٹ کے مداخل کے طور استعمال کیا گیا ہے۔جب کسی خارجی **اشارہ**[150] ، مثلاً Q ،کو اس طرح بطور داخلی **اشارہ** استعمال کیا جائے کہ یہ اپنی ہی قیمت، یعنی Q کی قیمت، متعین کرنے میں کردار ادا کر سکے تو اس کو **واپسیں اشارہ**[151] کے طور استعمال کرنا کہتے ہیں۔شکل میں Q اور $\overline{Q}$ بطور **واپسیں اشارات** استعمال کئے گئے ہیں۔**واپسیں اشارات** پر مزید غور کرتے ہیں۔شکل میں نچلے نفی-جمع گیٹ کی مخارج $\overline{Q}$ کی قیمت متعین کرنے میں Q کا کردار واضح ہے مگر اس گیٹ کی مخارج، اُوپر والے نفی-جمع گیٹ کی مخارج Q کی قیمت متعین کرنے میں کردار ادا کرتا ہے۔یوں آپ نے دیکھا کہ Q گھوم کر اپنی ہی قیمت متعین کرنے میں کردار ادا کرتا ہے۔یوں اس دور میں Q بطور **واپسیں اشارہ** استعمال کیا گیا ہے۔یہی کچھ $\overline{Q}$ کے لئے بھی کہا جا سکتا ہے۔

اس دور کو حل کر کے اس کا جدول حاصل کرتے ہیں۔شکل میں اوپر جانب نفی-

150 signal

151 feedback signal

جمع گیٹ کے داخلی اشارہ R اور **واپسیں اشارہ** $\overline{Q}$ کی صورت میں اس کی مخارج Q حاصل کرتے ہیں۔ایسا کرتے وقت واپسیں اشارہ کو $\overline{Q}_n$ لکھتے ہیں اور حاصل جواب کو Q_{n+1} ۔پس حاصل ہوتا ہے

$$Q_{n+1}=\overline{R+\overline{Q}_n} \tag{6.1}$$

اس طرح کے مساوات میں موجودہ مخارج کو Q_n اور $\overline{Q}_n$ لکھا جاتا ہے۔گیٹ اپنے مداخل کو دیکھ کر نیا مخارج حاصل کرتا ہے جو گیٹ کے **دورانیہ ردِ عمل** کے بعد بطور مخارج Q_{n+1} دستیاب ہوتا ہے۔

اسی طرح نچلے نفی۔جمع گیٹ کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\overline{Q}_{n+1}=\overline{S+Q_n} \tag{6.2}$$

اوپر والے نفی۔جمع گیٹ کی خارجی مساوات حاصل کرنے کی غرض سے مساوات 6.2 کو مساوات 6.1 میں ڈال کر مسئلہ ڈی مارگن کی مدد سے حل کرتے ملتا ہے

$$\begin{aligned}Q_{n+1}&=\overline{R+\overline{\overline{(S+Q_n)}}}\\&=\overline{R}\cdot\overline{\overline{(S+Q_n)}}\\&=\overline{R}\cdot(S+Q_n)\end{aligned} \tag{6.3}$$

مساوات 6.3 میں دائیں جانب تین متغیرات یعنی S ، R [152] اور Q_n کو آزاد متغیرات تصور کرتے ہوئے بائیں جانب متغیرہ Q_{n+1} کا جدول شکل 6.4 کے حصہ (ا) میں دکھایا گیا ہے۔

اسی طرح نچلی جانب نفی۔جمع گیٹ کی خارجی مساوات حاصل کرنے کی غرض سے مساوات 6.1 کو مساوات 6.2 میں ڈال کر مسئلہ ڈی مارگن کی مدد سے حل کرتے ملتا ہے۔

$$\begin{aligned}\overline{Q}_{n+1} &= \overline{S+\overline{\left(R+\overline{Q}_n\right)}} \\ &= \overline{S}\cdot\overline{\overline{\left(R+\overline{Q}_n\right)}} \\ &= \overline{S}\cdot\left(R+\overline{Q}_n\right)\end{aligned} \tag{6.4}$$

مساوات 6.4 میں دائیں جانب تین متغیرات یعنی S ، R [153] اور Q_n کو آزاد متغیرات تصور کرتے ہوئے بائیں جانب متغیرہ $\overline{Q}_{n+1}$ کا جدول شکل 6.4 کے حصہ (ب) میں دکھایا گیا ہے۔

---

152 متغیرہ R دراصل $\overline{R}$ کی صورت میں موجود ہے

153 متغیرہ R دراصل $\overline{R}$ کی صورت میں موجود ہے

(ا)

S	R	Q_n	Q_{n+1}	
0	0	0	0	برقرار حالت
0	0	1	1	
0	1	0	0	پست حالت
0	1	1	0	
1	0	0	1	بلند حالت
1	0	1	1	
1	1	0	0	ممنوعہ
1	1	1	0	

(ب)

S	R	Q_n	$\overline{Q}_{n+1}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

شکل 6.4: ایس-آر پلٹ کا جدول

شکل 6.4 کے جدول (ا) کو چار حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔پہلے حصے میں مداخل $S=0$ اور $R=0$ ہیں۔اس حصہ میں حاصل خارجی Q یعنی اس کی نئی قیمت وہی ہے جو داخلی Q یعنی اس کی پرانی قیمت تھی۔یعنی اگر پرانی قیمت $Q=0$ تھی تو اب نئی قیمت بھی $Q=0$ ہی ہے اور اگر اس کی پرانی قیمت $Q=1$ تھی تو اب اس کی نئی قیمت بھی $Q=1$ ہی ہے۔جدول (ا) اور (ب) سے ظاہر ہے کہ $S=0$ اور $R=0$ کی صورت میں مخارج Q اور $\overline{Q}$ متضاد رہتے ہیں۔

دوسرے حصہ میں $S=0$ اور $R=1$ ہیں۔اس حصہ میں پلٹ کی نئی قیمت ہر صورت $Q=0$ ہے۔یہاں بھی جدول (ا) اور (ب) سے ظاہر ہے کہ موجودہ صورت میں مخارج Q اور $\overline{Q}$ متضاد رہتے ہیں۔

تیسرے حصہ میں $S=1$ اور $R=0$ ہیں جبکہ پلٹ کی نئی قیمت ہر صورت $Q=1$ رہتی ہے۔جدول (ا) اور (ب) سے ظاہر ہے کہ موجودہ صورت میں مخارج Q اور $\overline{Q}$ متضاد رہتے ہیں۔

چوتھے حصہ میں $S=1$ اور $R=1$ ہیں۔جدول (ا) اور (ب) سے ظاہر ہے کہ موجودہ صورت میں مخارج Q اور $\overline{Q}$ دونوں کی قیمتیں 0 ہیں اور یوں موجودہ صورت میں یہ دونوں متضاد نہیں رہتے۔پلٹ کی بنیادی خصوصیت یہ ہے کہ اس کی دو متضاد مخارج ہوں۔چونکہ چوتھے حصہ میں ایسا نہیں لہٰذا اس دور کو **پلٹ** کے طور استعمال کرتے یہ شرط لاگو کی جاتی ہے کہ اس کے مداخل S اور R کو کسی صورت اکٹھے بلند نہیں کیا جائے گا۔

شکل میں دئے دو جدولوں کو سادہ اور بہتر طریقہ سے یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{array}{cccc} S & R & Q_{n+1} & \overline{Q}_{n+1} \\ 0 & 0 & Q_n & \overline{Q}_n \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & ? & ? \end{array} \tag{6.5}$$

پلٹ کا جدول عموماً اسی طرح لکھا جاتا ہے۔

پلٹ کی بات کرتے وقت اس میں Q کی قیمت کو اس پلٹ کی **حالت**[154] کہا جاتا ہے۔ $Q=1$ کے لئے **بلند** یا **درست** کے الفاظ عموماً استعمال کئے جاتے ہیں۔یوں اگر کہا جائے کہ پلٹ **درست حالت** میں ہے تو اس سے مراد $Q=1$ ہوگا۔اسی طرح $Q=0$ کہنے کی بجائے ہم کہہ سکتے ہیں کہ پلٹ **پست حالت** میں ہے وغیرہ وغیرہ۔

مساوات 6.5 سے ظاہر ہے کہ $S=1$ اور $R=0$ کرنے سے $Q=1$ ہوگا یعنی پلٹ **بلند حالت** اختیار کر لے گا جبکہ $S=0$ اور $R=1$ کرنے سے $Q=0$ ہو گا یعنی پلٹ **پست حالت** اختیار کر لے گا۔اسی طرح $S=0$ اور $R=0$ رکھنے سے پلٹ اپنی **حالت** برقرار رکھتا ہے یعنی جس لمحہ دونوں مداخل 0 کئے گئے اگر اس لمحہ $Q=0$ تھا تو جب تک دونوں مداخل 0 رہیں گے اتنی دیر $Q=0$ ہی رہے گا اور اگر

154 state

جس لمحہ دونوں مداخل 0 کئے گئے اگر اس لمحہ $Q=1$ تھا تو جب تک دونوں مداخل 0 رہیں گے اتنی دیر $Q=1$ ہی رہے گا۔

جدول میں Q_{n+1} سے مراد پلٹ کی اگلا **حالت** جبکہ Q_n سے مراد اس کی موجودہ **حالت** ہے۔یوں جدول کے آخری صف میں Q_n سے مراد پلٹ کا اس لمحہ سے پہلے کی **حالت** ہے جس لمحہ اس کے دونوں مداخل 0 کے برابر کئے گئے جبکہ Q_{n+1} سے مراد پلٹ کی اس دوران **حالت** ہے جتنی دیر اس کے دونوں مداخل 0 رہیں۔یوں جدول میں $S=0$ اور $R=0$ کی صف میں Q_{n+1} کے خانے میں Q_n لکھنے کا مطلب ہے کہ پلٹ کی نئی **حالت** وہی ہے جو مداخل 0 کرتے وقت تھی۔

اس قسم کے پلٹ کو استعمال کرتے اس کے دونوں مداخل کو کبھی بھی بیک وقت 1 نہیں کیا جاتا۔جدول میں $S=1$ اور $R=1$ کے صف میں سوالیہ نشان $(?)$ لکھنے کا مطلب یہی ہے۔

جدول سے ظاہر ہے کہ جب بھی مداخل S **بلند** ہو تو پلٹ $Q=1$ کی **حالت** اختیار کرتا ہے۔یعنی مداخل S اُس وقت **فعال**[155] ہوتا ہے جب یہ **بلند** ہو۔جب کوئی مداخل **بلند حالت** کی صورت میں **فعال** ہو ایسے مداخل کو **بلند فعال مداخل**[156] کہتے ہیں۔

اگر کوئی مداخل پست **حالت** کی صورت میں **فعال** ہو تو ایسے مداخل کا نام لکھتے وقت اس کے اُوپر لکیر لگائی جاتی۔ایسے مداخل کو **پست فعال مداخل** کہتے ہیں۔ مزید یہ کہ شکل میں ایسے داخلی پن پر گول دائرہ لگا کر اس کے **پست فعال** ہونے کو ظاہر کیا جاتا ہے۔

جب کوئی مداخل **فعال** نہ ہو اس صورت اسے **غیر فعال حالت** سمجھا جاتا ہے۔ یوں $S=1$ کو اس مداخل کی **فعال حالت**[157] اور $S=0$ کو اس مداخل کی **غیر فعال**

155 active

156 active high input

157 active state

حالت[158] سمجھا جائے گا۔یوں اس پلٹ کا بہتر نام **بلند فعال مداخل والا ایس-آر پلٹ**[159] ہو گا۔اس کے مداخل کو S اور R سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

پلٹ کو استعمال کرتے اس کے دونوں مداخل کو عموماً **غیر فعال** رکھا جاتا ہے۔ یوں موجودہ پلٹ کے مداخل **پست** رکھے جائیں گے۔پلٹ کو **راغب حالت** میں لانے کی خاطر اس کے S مداخل کو ایک لمحہ کے لئے **بلند** یعنی **فعال** کر کے واپس **پست** یعنی **غیر فعال** کیا جاتا ہے۔اگر ایسا کرتے وقت پلٹ پہلے سے **راغب حالت** میں ہو تو ظاہر ہے اس کی **حالت** میں کوئی تبدیلی نہیں آئے گی اور یہ **راغب حالت** میں ہی رہے گا۔

اسی طرح پلٹ کو **غیر راغب حالت** میں لانے کی خاطر اس کے R **مداخل** کو ایک لمحہ کے لئے **بلند** یعنی **فعال** کر کے واپس پست یعنی **غیر فعال** کیا جاتا ہے۔

6.3 ساعت

عددی ادوار کی ایک اہم قسم جنہیں **ہم عصر ادوار**[160] کہتے ہیں کو عموماً گھڑی کی مانند مقررہ دورانیہ والا مسلسل دہراتا داخلی برقی اشارہ درکار ہوتا ہے۔ایسے برقی اشارہ جسے **ساعت**[161] کہتے ہیں کو شکل 6.5 میں دکھایا گیا ہے۔اگرچہ اس طرح کے اشکال میں **دورانیہ چڑھائی** اور **دورانیہ اترائی** نہیں دکھائے جاتے، یہ امید کی جاتی ہے کہ آپ ان کی موجودگی کو ذہن میں رکھیں گے۔**ہم عصر** عددی ادوار، مہیا کردہ **ساعت** کے **تعدد**[162] کی رفتار سے چلتے ہیں اور ادوار کے مختلف حصے **ساعت** کے کنارہ اترائی یا کنارہ چڑھائی پر بیک وقت **حالت** تبدیل کرتے ہیں۔گویا **ہم عصر** دور ساعت کے ساتھ قدم ملا کر چلتا ہے۔

شکل 6.5 میں اوپر جانب کنارہ چڑھائی کی گنتی جبکہ نچلی جانب کنارہ اترائی کی

158 inactive state

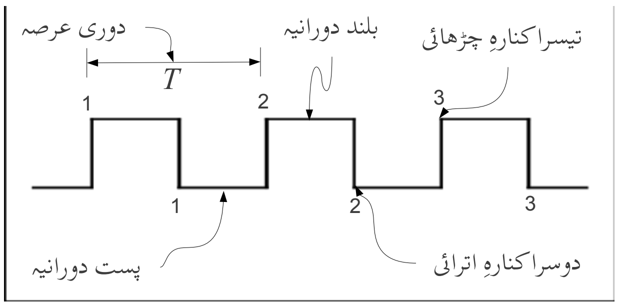
159 active high inputs SR flip flop

160 synchronous circuits

161 clock

162 frequency

گنتی دی گئی ہے۔یہاں **دوری عرصہ**[163]، **بلند دورانیہ**[164] اور **پست دورانیہ**[165] کی بھی وضاحت کی گئی ہے۔



شکل 6.5: ساعت

یہاں **ساعت** کے **پست** اور **بلند دورانیہ** برابر دکھائے گئے ہیں لیکن ایسا ہونا ضروری نہیں۔اگر **ساعت** کا دوری عرصہ T سیکنڈ ہو تو اس کا **تعدد** f ہرٹز[166] کے برابر ہو گا۔

163 time period
164 high time, ON time
165 low time, OFF time
166 Hz

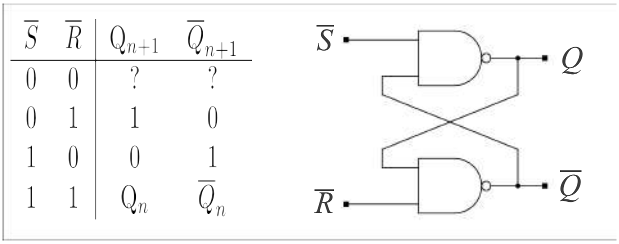
$$f = \frac{1}{T} \tag{6.6}$$

ساعتی اشارہ کو چھوٹا کر کے **ساعت** پکارا جائے گا۔**ساعت** سے مراد متواتر تبدیل ہوتا اشارہ یا اس کا **بلند** یا **پست** دورانیہ اور یا پھر اس کا **چڑھائی** یا **اترائی** والا کنارہ لیا جائے گا۔امید کی جاتی ہے کہ اس کا مطلوبہ مطلب متن سے اخذ کرنا ممکن ہو گا۔جہاں غلط فہمی کا امکان ہو وہاں مکمل اصطلاح استعمال کی جائے گی۔

6.4 نفی-ضرب گیٹوں پر مبنی ایس-آر پلٹ کا خاکہ

شکل 6.6 میں **نفی-ضرب** گیٹوں پر مبنی **پست فعال مداخل والا ایس-آر پلٹ**[167] دکھایا گیا ہے۔ **پست فعال مداخل** کو $\overline{S}$ اور $\overline{R}$ کہا گیا ہے جہاں ان مداخل کے ناموں پر لکیر ان کے **پست فعال** ہونے کی یاد دہانی کراتی ہے۔ پلٹ کے مخارج کو Q اور $\overline{Q}$ کہا گیا ہے جو ہر وقت آپس میں اُلٹ **حالت** اختیار کئے رہتے ہیں یعنی اگر Q کی قیمت 0 ہو تو $\overline{Q}$ کی قیمت 1 ہوگی اور اگر Q کی قیمت 1 ہو تب $\overline{Q}$ کی قیمت 0 ہوگی۔اس کی کارکردگی پر ایک اور طریقہ سے غور کرتے ہیں۔

167 SR flip flop



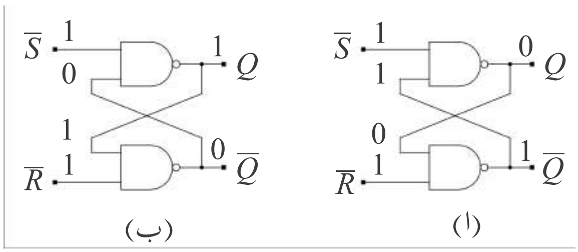
شکل 6.6: نفی-ضرب گیٹ پر مبنی **پست فعال مداخل** والا **ایس-آر پلٹ**

6.4.1 غیر فعال مداخل والا پلٹ اپنی حالت برقرار رکھتا ہے

اس صورت کو سمجھنے کی خاطر تصور کریں کہ Q کی قیمت 0 اور $\overline{Q}$ کی قیمت 1 ہے جبکہ $\overline{S}$ اور $\overline{R}$ دونوں کی قیمتیں 1 ہے۔اس کو یوں بہتر بیان کیا جا سکتا ہے کہ تصور کریں کہ ایک **پست** پلٹ کے دونوں مداخل **غیر فعال** ہیں۔یہ صورت شکل 6.7 (ا) میں دکھائی گئی ہے۔

شکل (ا) میں اوپر والے نفی-ضرب گیٹ کی داخلی پنیا $\overline{S}$ کی قیمت 1 ہے۔ اس گیٹ کی دوسری داخلی پن کو دور کے $\overline{Q}$ پنیا کے ساتھ جوڑا گیا ہے جس کی قیمت 1 ہے۔یوں اس نفی-ضرب گیٹ کے دونوں مداخل 1 ہیں۔دو داخلی نفی-ضرب گیٹ کی دونوں مداخل 1 ہونے کی صورت اس کا مخارج 0 ہوتا ہے۔لہٰذا $Q=0$ ہو گا۔نچلے نفی-جمع گیٹ کے مداخل 0 اور 1 ہونے کے بدولت $\overline{Q}=1$ ہو گا۔یوں اگر پلٹ **پست حالت** میں ہو اور دونوں مداخل **غیر فعال** یعنی 1 رہیں تو یہ پلٹ **پست حالت**

میں ہی رہے گا۔اسے یوں بیان کیا جا سکتا ہے کہ مداخل **غیر فعال** ہونے کی صورت **پست پلٹ** اپنی **حالت** برقرار رکھتا ہے۔



شکل 6.7:غیر فعال مداخل والا پلٹ اپنی حالت برقرار رکھتا ہے

شکل 6.7 (ب) میں **بلند حالت** پلٹ جس کے دونوں مداخل **غیر فعال** ہوں دکھایا گیا ہے یعنی ایک ایسا پلٹ جس کی Q کی قیمت 1 اور $\overline{Q}$ کی قیمت 0 ہو جبکہ $\overline{S}$ اور $\overline{R}$ دونوں کی قیمت 1 ہے۔

شکل (ب) میں اوپر والے نفی-جمع گیٹ کے مداخل 1 اور 0 ہیں اور یوں اس کا مخارج 1 ہو گا یعنی $Q=1$ ہو گا۔اسی شکل کے نچلے نفی-جمع گیٹ کے دونوں مداخل 1 ہیں اور یوں اس کا مخارج 0 ہو گا یعنی $\overline{Q}=0$ ہو گا۔یوں **بلند حالت** والا ایک ایسا پلٹ جس کے دونوں مداخل **غیر فعال** ہوں **بلند حالت** میں ہی رہے گا۔

شکل 6.7 میں دکھائے دو صورتوں کو یوں بیان کیا جا سکتا ہے کہ مداخل **غیر**

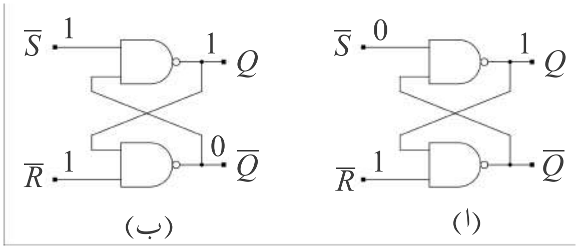
فعال ہونے کی صورت **پلٹ** اپنی **حالت** برقرار رکھتا ہے۔شکل 6.6 کے جدول کی آخری صف اس بات کو بیان کرتی ہے جہاں Q_{n+1} سے مراد دور سے حاصل مخارج جبکہ Q_n سے مراد اس کی تصور کردہ قیمت ہے۔یوں غیر فعال مداخل کی صورت میں Q_{n+1} کی قیمت تصور کردہ قیمت Q_n کے برابر ہی رہتی ہے۔

6.4.2 $\overline{S}$ فعال کرنے سے پلٹ بلند حالت اختیار کرتا ہے

تصور کریں کہ ایس-آر پلٹ کے مداخل $\overline{S}$ کو ایک لمحہ کے لئے **فعال** کرنے کے بعد دوبارہ **غیر فعال** کیا جاتا ہے یعنی $\overline{S}$ کی قیمت کو 0 کر کے دوبارہ 1 کیا جاتا ہے۔ہم توقع کرتے ہیں کہ ایسا کرنے سے پلٹ **بلند حالت** اختیار کرے گا یعنی $Q=1$ ہو جائے گا۔اسی پر غور کرتے ہیں۔

شکل 6.8 (ا) میں $\overline{S}=0$ اور اس کے حصہ (ب) میں $\overline{S}=1$ دکھایا گیا ہے۔

شکل (ا) کے اوپر والے نفی-جمع گیٹ کے مداخل $\overline{S}$ کی قیمت 0 ہونے کی وجہ سے اس کے مخارج یعنی Q کی قیمت 1 ہو گی اور یوں نچلے نفی-جمع گیٹ کے دونوں مداخل 1 ہوں گے جس کی وجہ سے اس کے مخارج یعنی $\overline{Q}$ کی قیمت 0 ہو گی۔ $\overline{Q}$ اوپر والے نفی-جمع گیٹ کے مداخل کے طور استعمال کیا گیا ہے ۔یوں اب اگر $\overline{S}=1$ کر دیا جائے تب بھی $\overline{Q}=0$ ہونے کی وجہ سے اوپر والے نفی-جمع گیٹ کو یہ مداخل **بلند حالت** میں ہی رکھے گا۔شکل 6.8 (ب) میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔



شکل 6.8: $\overline{S}$ *فعال* کرنے سے پلٹ **بلند حالت** اختیار کرتا ہے

6.4.3 $\overline{R}$ فعال کرنے سے پلٹ پست حالت اختیار کرتا ہے

نیچے مشق میں آپ سے یہی ثابت کرنے کی درخواست کی گئی ہے۔

مشق : ثابت کریں کہ $\overline{S}=1$ اور $\overline{R}=0$ کرنے سے پلٹ ***پست حالت*** *اختیار کرے گا۔*

6.4.4 حالتِ دوڑ

ایس-آر پلٹ کے دونوں مداخل **پست** کرنے کی اجازت نہیں چونکہ اس صورت یہ غیر یقینی حالت اختیار کرتا ہے۔دیکھتے ہیں کہ یہ کیسے ہوتا ہے۔

شکل 6.6 کو دیکھتے ہوئے آگے بڑھیں۔تصور کریں کہ پلٹ کے دونوں مداخل کو بیک وقت پہلے پست اور پھر بلند کیا جائے۔ایسا کرنے کے بعد ہم جاننا چاہتے ہیں کہ پلٹ کس حالت میں ہوگا۔

دونوں مداخل پست کرنے سے پلٹ کے دونوں مخارج بیک وقت بلند ہو جاتے ہیں۔[168] یہ صورتِ حال ازخود قابلِ قبول نہیں چونکہ **پلٹ** میں Q اور $\overline{Q}$ کا متضاد ہونا ضروری ہے۔

اب جب دونوں مداخل بیک وقت **بلند** کئے جاتے ہیں تو شکل 6.6 سے واضح ہے کہ جتنی دیر نفی۔ضرب گیٹ اپنی نئی **حالت** تک پہنچتے ہیں اتنی دیر دونوں نفی۔ضرب گیٹوں کے دونوں مداخل کی قیمت 1 رہے گی۔نفی۔ضرب گیٹ کے تمام مداخل 1 ہونے کی صورت اس کی مخارج 0 ہونی چاہئے لہٰذا دونوں نفی۔ضرب گیٹوں کے مخارج **بلند حالت** سے **پست حالت** کی جانب رواں ہو جائیں گے۔دونوں نفی۔ضرب گیٹوں میں جس کی مخارج پہلے **پست** ہو جائے یہ دوسرے نفی۔ضرب گیٹ کو دوبارہ **بلند** ہونے پر مجبور کر دے گا[169]۔یوں پلٹ **بلند حالت** یا **پست حالت** اختیار کر سکتا ہے جو کہ ایک غیر یقینی صورتِ حال ہے۔عددی ادوار اس وقت قابلِ استعمال ہوتے ہیں جب یہ مقررہ طور پر عمل کریں اور ان کی حالت صحیح طور پر جاننا ممکن ہو۔یوں موجودہ صورت قابلِ قبول نہیں اور اسی لئے اس پلٹ کو استعمال کرتے وقت اس کے دونوں مداخل کو کسی بھی صورت بیک وقت **فعال** نہیں کیا جاتا۔

چونکہ پلٹ کی نئی حالت دو نفی۔ضرب گیٹوں کے مابین رفتار کے مقابلہ پر منحصر ہے لہٰذا اس صورتِ حال کو **حالتِ دوڑ**[170] کہتے ہیں۔**حالتِ دوڑ** پر حصہ 11.1.3 میں تفصیلاً بحث ہو گی۔

پست فعال مداخل والے ایس-آر پلٹ کے چند مختلف مداخل اور ان سے حاصل پلٹ کی **حالتیں**[171] جدول 6.1 میں دکھائی گئی ہیں۔

---

168 نفی۔ضرب گیٹ کی ایک بھی مداخل 0 کرنے سے اس کی مخارج 1 ہو جاتی ہے

169 یاد رہے کہ پلٹ میں ایک نفی۔ضرب گیٹ کی مخارج دوسری نفی۔ضرب گیٹ کی مداخل ہوتی ہے

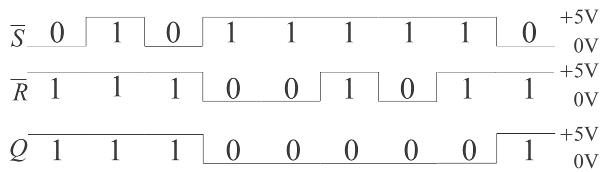
170 race condition

171 states

$\overline{S}$	$\overline{R}$	Q	
0	1	1	*بلند*
1	1	1	*برقرار*
0	1	1	*بلند ہی ہے*
1	0	0	*پست*
1	0	0	*پست ہی ہے*
1	1	0	*برقرار*
1	0	0	*پست ہی ہے*
1	1	0	*برقرار*
0	1	1	*بلند*

جدول 6.1: ایس-آر پلٹ کے استعمال کی مثال

مثبت منطقی نظام کے تحت (1) کو $+5\,\mathrm{V}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ (0) کو $0\,\mathrm{V}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔یوں $\overline{S}=0$ یعنی اس کے **فعال** صورت کو $0\,\mathrm{V}$ اور $\overline{S}=1$ یعنی اس کے **غیر فعال** صورت کو $+5\,\mathrm{V}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ $\overline{R}=0$ یعنی اس کے **فعال** صورت کو $0\,\mathrm{V}$ اور $\overline{R}=1$ یعنی اس کے **غیر فعال** صورت کو $+5\,\mathrm{V}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔اسی طرح $Q=0$ کو $0\,\mathrm{V}$ اور $Q=1$ کو $+5\,\mathrm{V}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ایسا ہی شکل 6.9 میں دکھایا گیا ہے جہاں جدول 6.1 کو گراف کے طرز پر بیان کیا گیا ہے۔



شکل 6.9: ایس-آر پلٹ کا طرزِ عمل

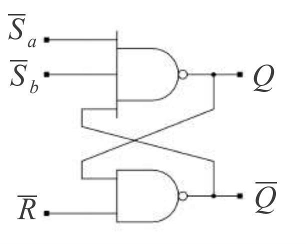
6.4.5 پست فعال مداخل والے ایس-آر پلٹ کا خلاصہ

پست فعال مداخل والے ایس-آر پلٹ کے دو متضاد مخارج Q اور $\overline{Q}$ ہوتے ہیں۔**بلند حالت** سے مراد $Q=1$ اور **پست حالت** سے مراد $Q=0$ ہے۔اس پلٹ کے دو مداخل $\overline{S}$ اور $\overline{R}$ ہیں۔پست مداخل **فعال** کہلاتا ہے جبکہ بلند مداخل **غیر فعال** کہلاتا ہے۔ان دو مداخل کو عام طور **غیر فعال** رکھا جاتا ہے۔ $\overline{S}$ **فعال** کرنے سے پلٹ **بلند حالت** اختیار کرتا ہے جبکہ $\overline{R}$ **فعال** کرنے سے پلٹ **پست حالت** اختیار کرتا ہے۔ یوں یہ مداخل فیصلہ کرتے ہیں کہ **پلٹ** کس رُخ کروٹ بدلے گا۔اس پلٹ کے دونوں مداخل کو کسی بھی صورت بیک وقت **فعال** نہیں کیا جاتا۔

6.5 زیادہ مداخل والا پلٹ

عموماً پلٹ کے دو مداخل ہوتے ہیں جیسے ایس-آر پلٹ کے مداخل $\overline{S}$ اور $\overline{R}$ ہیں۔پلٹ کے دو سے زیادہ مداخل بھی ممکن ہیں جیسے شکل 6.10 میں دکھایا گیا ہے۔

$\overline{S}_a$	$\overline{S}_b$	$\overline{R}$	Q_{n+1}	$\overline{Q}_{n+1}$
0	0	0	?	?
0	0	1	1	0
0	1	0	?	?
0	1	1	1	0
1	0	0	?	?
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	Q_n	$\overline{Q}_n$



شکل 6.10: زیادہ مداخل والا ایس آر پلٹ

اس شکل میں بلند حالت کرنے والے دو مداخل ہیں جنہیں $\overline{S}_a$ اور $\overline{S}_b$ کہا گیا ہے جبکہ پست کرنے والا ایک ہی مداخل $\overline{R}$ ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ عام طور یہ تینوں مداخل بلند یعنی غیر فعال رہتے ہیں۔پلٹ کو بلند حالت کرنے کی خاطر $\overline{S}_a$ یا $\overline{S}_b$ اور یا ان دونوں کو اکٹھے ایک لمحہ کے لئے پست یعنی فعال کیا جاتا ہے جبکہ پلٹ کو پست حالت کرنے کی خاطر $\overline{R}$ کو ایک لمحہ کے لئے فعال کیا جاتا ہے۔

حالتِ دوڑ سے بچنے کی خاطر یہ خیال کیا جاتا ہے کہ $\overline{R}$ کو بیک وقت $\overline{S}_a$ یا $\overline{S}_b$ یا ان دونوں کے ساتھ پست نہ کیا جائے۔

6.6 قابلِ مجاز و معذور مداخل والا پلٹ

جیسا شکل 6.9 کے گراف سے ظاہر ہے کہ مداخل تبدیل کرتے ہی پلٹ نئی **حالت** اختیار کر لیتا ہے۔اس حصہ میں ایک ایسے پلٹ پر غور کیا جائے گا جس کے مداخل کو پلٹ کی حالت پر اثر انداز ہونے سے روکا جا سکتا ہے۔ایسے پلٹ کو سمجھنے کے لئے شکل 6.11 پر غور کریں جہاں **ایس۔آر پلٹ** سے پہلے دو نفی۔ضرب گیٹ منسلک کئے گئے ہیں۔ان دو نفی۔ضرب گیٹوں کے مخارج $\overline{S}_c$ اور $\overline{R}_c$ ہیں۔

اس دور میں جب تک C کی قیمت 0 رہے گی اس وقت تک $\overline{S}_c$ اور $\overline{R}_c$ **بلند** رہیں گے یعنی ان کی قیمت 1 رہے گی اور پلٹ اپنی **حالت** برقرار رکھے گا۔ صرف اور صرف اُس وقت اس پلٹ کی **حالت** تبدیل کی جا سکتی ہے جب C کی قیمت 1 ہو۔یوں اس دور کے مداخل S اور R اتنے دورانیہ کے لئے **مجاز**[172] ہوتے ہیں جتنی دیر C **بلند** رہے۔ C پست ہوتے ہی یہ دونوں مداخل **معذور**[173] ہو جاتے ہیں

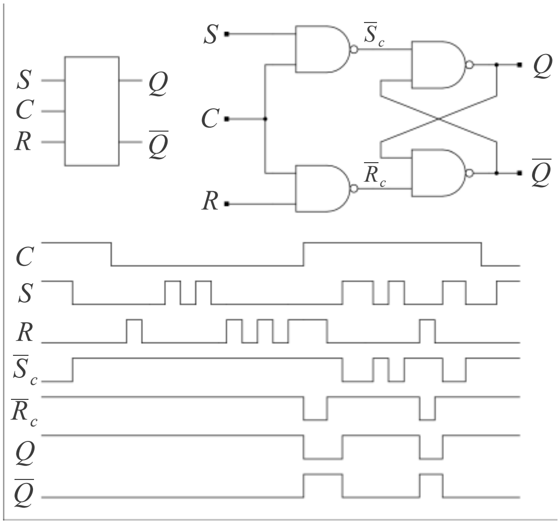
اس **پلٹ** کو **بلند حالت** کرنے کی خاطر $\overline{S}_c$ کو **پست** کرنا ہو گا جو C بلند ہونے کے دوران S بلند کرنے سے ہو گا۔اسی طرح اس **پلٹ** کو **پست حالت** کرنے کی خاطر $\overline{R}_c$ کو **پست** کرنا ہو گا جو C بلند ہونے کے دوران R بلند کرنے سے ہو گا۔ یوں اس دور کے دو نئے مداخل S اور R **بلند فعال مداخل** ہیں۔اس دور کو **قابلِ مجاز و معذور بلند فعال مداخل والا ایس-آر پلٹ**[174] پکارا جائے گا۔

اسی شکل میں S اور R کو تبدیل کرتے پلٹ کی **حالت** گراف کی گئی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جتنی دیر C **پست** رہتا ہے اتنی دیر پلٹ اپنی **حالت** برقرار رکھتا ہے۔

172 enabled

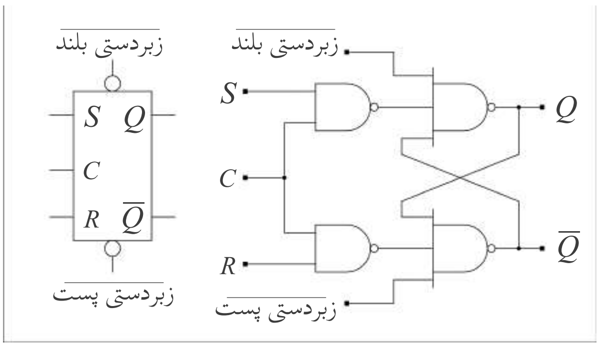
173 disabled

174 gated SR flip flop



شکل 6.11: **قابلِ مجاز و معذور بلند فعال مداخل والا ایس-آر پلٹ**

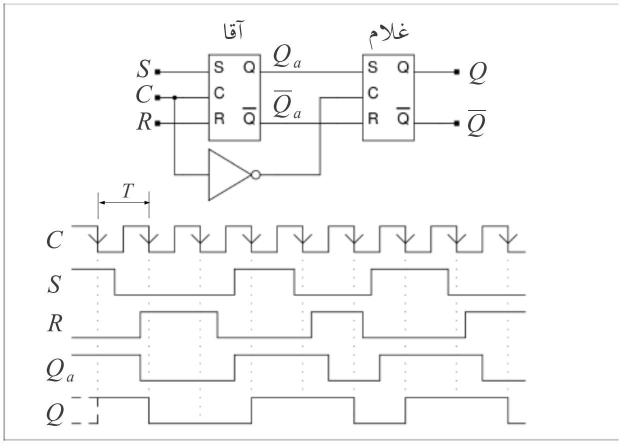
کبھی کبھار اس طرح کے پلٹ کی حالت اس وقت تبدیل کرنا ضروری ہوتا ہے جب اس کے مداخل **معذور** کئے گئے ہوں۔ شکل 6.12 میں دو مزید مداخل مہیا کئے گئے ہیں جنہیں پست کر کے پلٹ کو زبردستی بلند یا پست کیا جا سکتا ہے۔



شکل 6.12: زبردستی بلند و پست صلاحیت والا پلٹ

6.7 آقا-غلام پلٹ

گزشتہ حصہ میں **قابلِ مجاز و معذور بلند فعال مداخل والے ایس-آر پلٹ** پر غور کیا گیا۔شکل 6.13 میں ایسے دو **پلٹ** اور ایک **نفی گیٹ** استعمال کرتے ہوئے ایک دور بنایا گیا ہے جہاں پہلے پلٹ کو **آقا پلٹ** اور دوسرے کو **غلام پلٹ** کہا گیا ہے۔ **آقا پلٹ** کے مخارج **غلام پلٹ** کے مداخل کے طور استعمال کئے گئے ہیں۔



شکل 6.13: ***ساعت کے کنارہِ اترائی پر چلنے والا آقا-غلام پلٹ***

اس دور میں جتنی دیر C بلند رہے گا اتنی دیر **آقا پلٹ** کے مداخل **مجاز** ہوں گے۔ لہٰذا اس کے مخارج Q_a اور $\overline{Q_a}$ قابلِ تبدیل ہوں گے۔چونکہ **غلام پلٹ** کو C کا نفی یعنی $\overline{C}$ **مجاز** یا **معذور** بناتا ہے لہٰذا اسی دوران اس کے مداخل **معذور** ہونگے اور غلام پلٹ اپنی **حالت** برقرار رکھے گا۔

جس لمحہ C **پست** ہو **آقا پلٹ** اسی لمحہ کی **حالت** میں رہ جائے گا۔جتنی دیر C **پست** رہے گا **غلام پلٹ** کے مداخل **مجاز** ہونگے لہٰذا یہ فوراً **آقا پلٹ** کے مخارج کے مطابق **حالت** اختیار کر لے گا۔یوں **غلام پلٹ** ہر وقت **آقا پلٹ** کی پیروی کرتا ہے۔

شکل 6.13 میں **آقا-غلام پلٹ**[175] کی بناوٹ کے علاوہ مختلف مداخل اور ان سے حاصل **آقا-غلام پلٹ** کی **حالتیں** بھی گراف کی گئی ہیں۔آقا-غلام پلٹ کے مداخل C پر متواتر تبدیل ہوتا اشارہ مہیا کیا گیا ہے جسے آپ دیکھ کر جان گئے ہوں گے۔یہ **ساعت**

175 master-slave flip flop

ہے جس کا **دوری عرصہ**[176] T ہے۔یہاں یہ بتلاتا چلوں کہ عموماً پلٹ استعمال کرتے وقت انہیں اسی طرز پر **ساعت** مہیا کیا جاتا ہے۔مداخل S اور R فراہم کرتے وقت اس کا خاص خیال رکھا گیا ہے کہ ان کو کم از کم **دوری عرصہ** کے برابر دورانیہ کے لئے **فعال** کیا جائے۔ ایسا کرنے سے ایک دلچسپ اور اہم بات سامنے آتی ہے۔وہ یہ کہ اس طرح استعمال سے پلٹ **ساعت** کے کنارہِ اترائی کے لمحہ پر مداخل کے مطابق نئی **حالت** اختیار کرتا ہے۔گراف میں **ساعت** کے کنارہِ اترائی پر تیر کا نشان لگا کر اس خوبی کو اجاگر کیا جاتا ہے۔اس پلٹ کی کارکردگی جدول 6.2 میں دکھائی گئی ہے فعال مداخل کو کم از کم دوری عرصہ کے برابر وقت کے لئے فعال تصور کیا گیا ہے۔

C	S	R	Q_{n+1}	$\overline{Q}_{n+1}$
0	x	x	Q_n	$\overline{Q}_n$
1	x	x	Q_n	$\overline{Q}_n$
$\downarrow$	0	0	Q_n	$\overline{Q}_n$
$\downarrow$	0	1	0	1
$\downarrow$	1	0	1	0
$\downarrow$	1	1	?	?

جدول 6.2: کنارہِ اترائی پر چلنے والے آقا-غلام پلٹ کا جدول

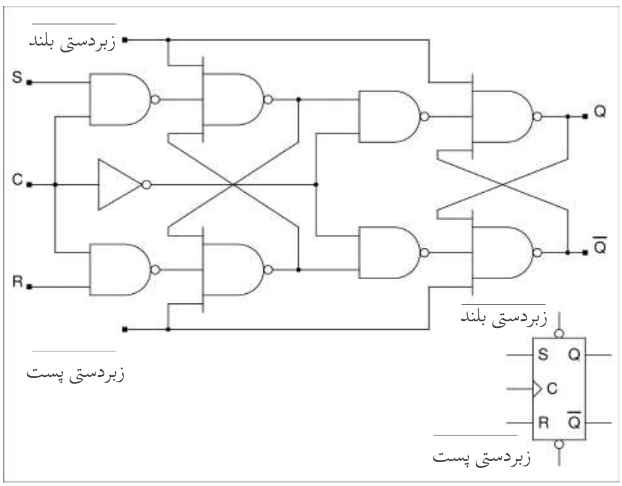
اس جدول کی پہلی صف میں C **پست** ہے جبکہ دوسری صف میں یہ **بلند** ہے۔ان دونوں صورتوں میں پلٹ کی **حالت** تبدیل نہیں ہوتی۔بقایا صفوں میں C کے خانے میں نچلی جانب تیر کا نشان کنارہِ اترائی پر حالت تبدیل ہونے کو ظاہر کرتا ہے۔آخری صف میں سوالیہ نشان $(?)$ ممنوعہ مداخل ظاہر کرتا ہے۔

اگلے حصہ میں **ڈی پلٹ** پر غور کیا جائے گا جہاں مداخل پر کم از کم ایک دوری عرصہ **فعال** ہونے کا شرط لازم نہیں۔

دیگر اوقات، پلٹ کی حالت، کنارہِ **ساعت** کے انتظار کے بغیر، تبدیل کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔شکل 6.14 میں ایک ایسا ہی پلٹ دکھایا گیا ہے جسے ساعت والے

176 time period

آقا-غلام پلٹ کی مدد سے حاصل کیا گیا ہے۔یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ اس شکل میں آقا-غلام پلٹ کی اندرونی ساخت ہی دکھائی گئی ہے جس میں دو نئے مداخل یعنی **زبردستی بلند** [177] اور **زبردستی پست** [178] مہیا کئے گئے ہیں۔ایسا تین داخلی نفی-جمع گیٹوں کے استعمال سے ممکن بنایا گیا ہے۔عام طور ان دو نئے مداخل کو غیر فعال یعنی 1 رکھا جاتا ہے اور ان کا کوئی کردار نہیں ہوتا۔البتہ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اگر مداخل **زبردستی بلند** کو 0 کیا جائے تو پلٹ اسی وقت بلند حالت اختیار کر لے گا اور اسی طرح اگر مداخل **زبردستی پست** کو 0 کیا جائے تو پلٹ اسی وقت پست حالت اختیار کر لے گا۔ان دونوں صورتوں میں پلٹ ساعت کے کنارے کا انتظار نہیں کرتا۔اس طرح کے پلٹ کو **زبردستی بلند و پست صلاحیت والا پلٹ** کہتے ہیں۔



شکل 6.14: ***زبردستی بلند و پست صلاحیت والا آقا-غلام پلٹ***

177 preset

178 clear

6.8 ڈی پلٹ

6.8.1 آقا غلام پلٹ سے حاصل کردہ ڈی پلٹ

آقا-غلام پلٹ کے ساتھ نفی گیٹ منسلک کرکے **ڈی پلٹ**[179] حاصل کیا جاتا ہے۔ شکل 6.15 میں ایک ایسا ہی **ساعت کے کنارہِ اترائی پر چلنے والا ڈی پلٹ** دکھایا گیا ہے۔اس کے کارکردگی کے خط شکل 6.16 میں دکھائے گئے ہیں۔یہ پلٹ نہایت اہمیت کا حامل ہے۔ساعت کے **بلند دورانیہ** کے دوران آقا پلٹ اپنی مداخل کے مطابق حالت اختیار کئے رہتا ہے جبکہ غلام پلٹ اپنی حالت برقرار رکھتا ہے۔ساعت کے کنارہِ اترائی پر غلام پلٹ نئی حالت اختیار کرتا ہے جبکہ اسی لمحہ آقا پلٹ برقرار حالت اختیار کر لیتا ہے۔آپ یقین دہانی کر لیں کہ یہ پلٹ واقعی ساعت کے کنارہِ اترائی پر ہی نئی حالت اختیار کرتا ہے۔ ساعت کے کنارہِ اترائی سے پہلے یا اس کے بعد کسی بھی وقت D مداخل کی قیمت کا پلٹ کی حالت پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔

شکل 6.15 میں دکھائے **ڈی پلٹ** کی علامت میں C مداخل پر تیر کا نشان کنارہ پر چلنے کو جبکہ اس پر گول دائرہ اترائی کو ظاہر کرتا ہے۔یوں یہ پلٹ **ساعت کے کنارہِ اترائی پر چلنے والا ڈی پلٹ**[180] کہلائے گا۔مداخل C کے سامنے اگر نفی گیٹ نصب کیا جائے تو پلٹ کنارہ چڑھائی پر چلنا شروع کر دے گا۔

کنارہِ اترائی پر چلنے والے پلٹ استعمال کرتے وقت اس بات کو یقینی بنایا جاتا ہے کہ مداخل کو دورانِ اترائی تبدیل نہیں کیا جائے۔حقیقت میں کنارہِ اترائی کے شروع سے کچھ لمحات پہلے مداخل D کو تبدیل کرنا روک لیا جاتا ہے اور اسے کنارہِ اترائی گزرنے کے کچھ دیر بعد تک تبدیل نہیں کیا جاتا۔ان لمحات کو **دورانیہ تیاری**[181] اور **دورانیہ ٹھیراؤ**[182] پکارا جاتا ہے۔**دورانیہ تیاری** اور **دورانیہ ٹھیراؤ** کی معلومات پلٹ بنانے والے صنعت کار مہیا کرتے ہیں۔بالکل اسی طرح **کنارہِ چڑھائی** پر چلنے وا لی صورت میں بھی مداخل کو

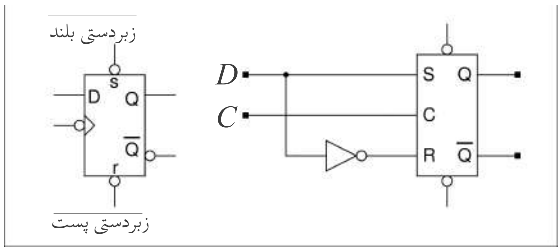
179 D flip flop

180 negative edge triggered D flip flop

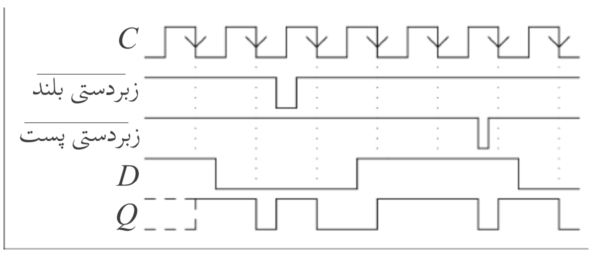
181 setup time

182 hold time

دورانِ چڑھائی تبدیل نہیں کیا جاتا۔



شکل 6.15: آقا غلام سے حاصل کردہ ڈی پلٹ



شکل 6.16: ڈی پلٹ کے اوقاتِ کارکردگی

اس پلٹ کے مداخل کو ڈی[183] مداخل کہتے ہیں۔ڈی پلٹ کسی صورت **حالتِ دوڑ** سے دو چار نہیں ہوتا۔شکل 6.16 میں **ساعت** کے پہلے کنارہِ اترائی سے قبل پلٹ کی حالت نامعلوم ہو گی۔ Q خط کا بایاں سرا نکتہ دار بنا کر اس حقیقت کو ظاہر کرتا ہے۔

ڈی پلٹ کا جدول لکھتے وقت اس کے ساعت کے کنارہِ اترائی پر عمل کو بھی بیان کیا جاتا ہے۔ڈی پلٹ کی کارکردگی جدول 6.3 میں بیان کی گئی ہے جہاں ساعت کے قطار میں نیچے جانب تیر کا نشان پلٹ کے کنارہِ اتروائی پر چلنے کو ظاہر کرتا ہے۔

C	D	Q_{n+1}
0	x	Q_n
1	x	Q_n
$\downarrow$	0	0
$\downarrow$	1	1

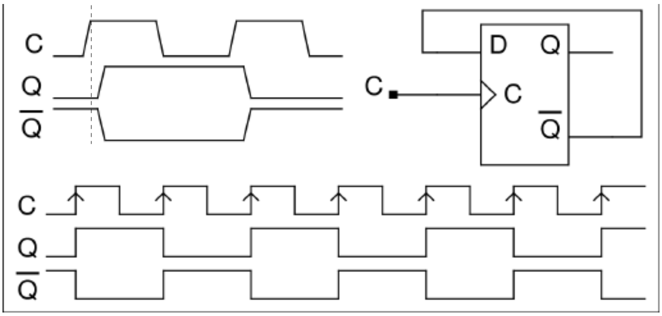
جدول 6.3: *کنارہِ اترائی پر چلنے والا ڈی پلٹ*

شکل 6.17 میں **کنارہِ چڑھائی پر چلنے والے ڈی پلٹ** کو استعمال کرتے ہوئے ایک دور بنایا گیا ہے۔ اگر اسے **ساعت** فراہم کیا جائے تو یہ اس کے کنارہِ چڑھائی پر حالت تبدیل کرتا ہے۔شکل میں اس کی وضاحت کی گئی ہے۔شکل میں واضح ہے کہ یوں یہ دور ساعت کے **تعدد** کو دو سے تقسیم کرتا ہے۔

شکل میں مخارج Q کے خط کے ساتھ ساتھ اس کی ثنائی قیمت بھی لکھی گئی ہے۔دور کو چالو کرتے وقت اس کی قیمت صفر تصور کی گئی ہے۔یوں ساعت کے پہلے کنارہِ چڑھائی پر پلٹ کی قیمت صفر سے ایک ہو گئی ہے۔

شکل میں برقی اشارے کے **اوقات کار** مدِ نظر رکھتے ہوئے ساعت کے کنارہ پر مخارج کی تبدیلی تفصیلاً دکھائی گئی ہے۔نکتہ دار لکیر لگا کر اس بات کی وضاحت کی گئی ہے کہ ساعت بلند ہونے کے کچھ دیر بعد مخارج تبدیل ہوتا ہے۔

183 D input



شکل 6.17: تعدد کو دو سے تقسیم کرنے والا دور

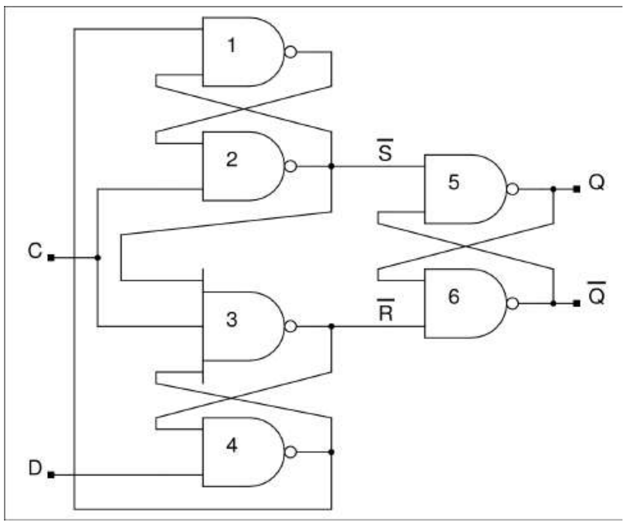
6.8.2 حقیقی ڈی پلٹ

گزشتہ حصہ میں آقا غلام پلٹ کی مدد سے ڈی پلٹ کا حصول دکھایا گیا تھا۔اس حصہ میں نسبتاً بہتر ڈی پلٹ جسے **کنارہِ چڑھائی پر چلنے والا ڈی پلٹ** کہتے ہیں پر غور کیا جائے گا۔آپ دیکھیں گے کہ یہ پلٹ واقعی ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر ہی نئی حالت اختیار کرتا ہے۔اس پلٹ کو وسیع پیمانے کی مخلوط ادوار[184] میں استعمال کیا جاتا ہے۔ اس پلٹ کو شکل 6.18 میں دکھایا گیا ہے۔

اس پلٹ کی بناوٹ میں تین ایس-آر پلٹ استعمال کئے گئے ہیں۔ان میں گیٹ 5 اور 6 پر مبنی ایس جمع پلٹ بیرونی جانب لگایا گیا ہے جو $\overline{S}$ اور $\overline{R}$ کے مطابق ڈی پلٹ کے مخارج Q اور $\overline{Q}$ فراہم کرتا ہے۔گیٹ 1 اور 2 پر مبنی ایس جمع پلٹ مداخل D بلند ہونے کی صورت میں پست برقی اشارہ $\overline{S}$ فراہم کرتا ہے جبکہ 3 اور 4 پر مبنی پلٹ مداخل D پست ہونے کی صورت میں پست برقی اشارہ $\overline{R}$ فراہم

184 very large scale integration (VLSI)

کرتا ہے۔گیٹ نمبر 2 کی مخارج کو گیٹ نمبر 3 کی مداخل کے طور مہیا کیا گیا ہے۔ ایسا کرنے سے یہ یقینی بنایا جاتا ہے کہ $\overline{S}$ اور $\overline{R}$ کسی صورت اکٹھے پست نہیں ہوں گے۔



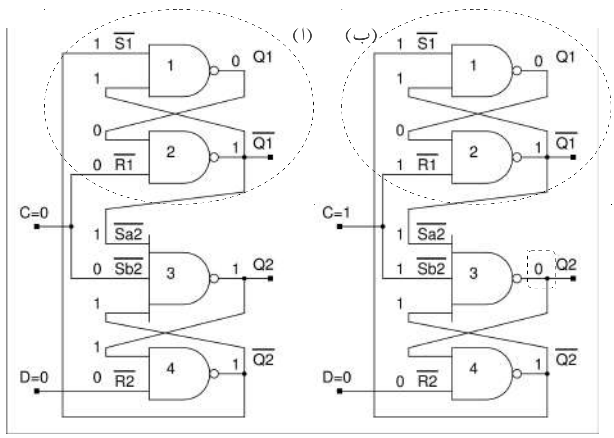
شکل 6.18: **ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر چلنے والا ڈی پلٹ**

ڈی پلٹ کی کارکردگی پر غور[185] کرنے کی خاطر تصور کریں کہ ساعت اور ڈی[186] مداخل دونوں پست ہیں۔یہ صورت شکل 6.19 (ا) میں دکھائی گئی ہے۔نفی۔ضرب گیٹ

185 ڈی پلٹ پر حصہ 11.3.2 میں تفصیلاً غور کیا جائے گا جہاں اس طرح ادوار کا تجزیہ، قدم با قدم، کرنا سکھایا گیا ہے

186 D input

کی کوئی بھی مداخل پست ہونے کی صورت میں اس کی مخارج بلند ہوتی ہے۔یوں شکل میں $\overline{Q_1}$ ، Q_2 اور $\overline{Q_2}$ بلند جبکہ Q_1 پست ہیں۔



شکل 6.19: ساعت کے کنارہِ چڑھائی کے موقع پر ڈی پست ہے

دھیان رہے کہ Q_2 اور $\overline{Q_2}$ دونوں بلند ہیں اور یوں نچلا پلٹ حالتِ دوڑ سی کیفیت میں ہے۔

اب تصور کریں کہ ساعت کو بلند کیا جاتا ہے یعنی اس کا کنارہِ چڑھائی گزرتا ہے۔ یہ نئی صورت شکل (ب) میں دکھائی گئی ہے۔شکل میں اوپر جانب پلٹ کو نکتہ دار دائرہ میں گھیرا دکھایا گیا ہے۔اس ایس-آر پلٹ کی کارکردگی پر نظر ڈالیں۔

شکل (ا) میں اس پلٹ کے مداخل $\overline{S_1}=1$ اور $\overline{R_1}=0$ تھے اور اس پلٹ کی

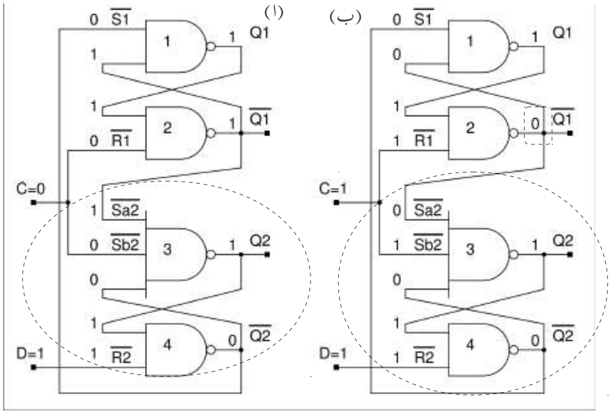
حالت پست تھی یعنی $Q_1=0$ تھا۔شکل (ب) میں اس پلٹ کے دونوں مداخل بلند یعنی **غیر فعال** ہو گئے ہیں لہٰذا یہ اپنی حالت برقرار رکھے گا۔یوں ساعت بلند ہونے کے بعد بھی Q_1 پست اور $\overline{Q_1}$ بلند ہی رہیں گے۔

اب شکل (ب)ا میں چونکہ $D=0$ ہے لہٰذا $\overline{Q_2}$ بلند رہے گا اور نفی۔ضرب گیٹ نمبر تین کے تمام مداخل بلند ہونے کی صورت Q_2 پست ہو گا۔

یوں شکل (ا) اور (ب) کو بیک وقت دیکھتے ہوئے **معلوم** ہوتا ہے کہ ساعت کا کنارہِ چڑھائی گزرنے کے بعد بھی Q_1 ، $\overline{Q_1}$ اور $\overline{Q_2}$ اپنی حالتیں برقرار رکھتے ہیں جبکہ Q_2 اپنی حالت تبدیل کر کے پست ہو جاتا ہے۔اسے نکتہ دار لکیر میں گھیر کر واضح کیا گیا ہے۔

شکل 6.18 میں چونکہ $\overline{Q_1}$ بطور $\overline{S}$ اور Q_2 بطور $\overline{R}$ کردار ادا کرتے ہیں لہٰذا ڈی پلٹ پست حالت اختیار کر لے گا۔اس طرح $D=0$ کی صورت میں ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر ڈی پلٹ پست حالت اختیار کرتا ہے۔

شکل 6.19 (ا) پر دوبارہ غور کریں۔جب تک ساعت پست رہتا ہے مداخل D بلند یا پست کرنے کا $\overline{S}$ یا $\overline{R}$ پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔اسی طرح شکل کے حصہ با پر دوبارہ غور کریں۔جب تک ساعت بلند رہتی ہے مداخل D بلند یا پست کرنے کا $\overline{S}$ یا $\overline{R}$ پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔یوں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ **ڈی پلٹ** واقعی صرف ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر ہی D کو دیکھتے ہوئے نئی حالت اختیار کرتا ہے۔دوسرے الفاظ میں یہ D کی قیمت کو سٹور کرتا ہے۔



شکل 6.20: ساعت کے کنارہِ چڑھائی کے موقع پر ڈی بلند ہے

شکل 6.20 میں ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر ڈی بلند ہونے کی صورت ڈی پلٹ کی کارکردگی دکھائی گئی ہے۔پہلے شکل (ا) پر غور کرتے ہیں۔نفی۔ضرب گیٹ کی کوئی بھی مداخل پست ہونے کی صورت اس کی مخارج بلند ہوتی ہے لہٰذا ساعت پست ہونے کی وجہ سے $\overline{Q_1}$ اور Q_2 بلند ہوں گے۔نفی۔ضرب گیٹ نمبر چار کے دونوں مداخل بلند ہیں لہٰذا $\overline{Q_2}$ پست ہو گا جس کی وجہ سے گیٹ نمبر ایک کی مخارج Q_1 بلند ہو گی۔یہ تمام صورت شکل (ا) میں دکھائی گئی ہے۔یوں Q_1 ، $\overline{Q_1}$ اور Q_2 بلند جبکہ $\overline{Q_2}$ پست ہونگے۔پلٹ نمبر ایک حالتِ دوڑ کی سی کیفیت رکھتا ہے۔

اب نکتہ دار لکیر سے گھرے پلٹ یعنی پلٹ نمبر دو پر نظر رکھتے ہوئے حصہ (ا) اور حصہ (ب) پر غور کرتے ہیں۔حصہ (ا) میں $\overline{S_2}$ پست جبکہ $\overline{R_2}$ بلند ہے اور یوں یہ پلٹ بلند حالت میں ہے۔یہاں دھیان رہے کہ گیٹ نمبر تین کے مداخل C اور $\overline{Q_1}$ مل کر $\overline{S_2}$ کا کردار ادا کرتے ہیں۔اس پلٹ کی مداخل $\overline{S_2}$ بلند کرنے سے یہ برقرار حالت اختیار کر لے گا اور اس کی حالت میں کوئی تبدیلی نہیں آئے گی۔اسی طرح $\overline{S_2}$ پست

رہنے کی صورت میں بھی پلٹ اسی صورت میں رہے گا۔لہٰذا دونوں صورتوں میں ساعت بلند ہونے کے بعد پلٹ بلند حالت میں ہی رہے گا۔ایسا شکل کے حصہ (ب) میں دکھایا گیا ہے۔

چونکہ $\overline{Q_2}$ پست ہے اور یہی گیٹ نمبر ایک کی مداخل ہے لہٰذا Q_1 بلند رہے گا۔یوں گیٹ نمبر دو کے دونوں مداخل بلند ہونے کی وجہ سے $\overline{Q_1}$ پست ہو جائے گا۔

ہم نے دیکھا کہ ڈی مداخل بلند ہونے کی صورت میں ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر $\overline{Q_1}$ پست ہو جاتا ہے جبکہ Q_2 بلند رہتا ہے یوں ڈی پلٹ کے اندرونی برقی اشارے $\overline{S}=0$ اور $\overline{R}=1$ ہو کر ڈی پلٹ کو بلند حالت کر دیتا ہے۔

شکل 6.20 (ا) پر دوبارہ غور کریں۔جب تک ساعت پست رہتا ہے مداخل D بلند یا پست کرنے کا $\overline{S}$ یا $\overline{R}$ پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔اسی طرح شکل کے حصہ (ب) پر دوبارہ غور کریں۔جب تک ساعت بلند رہتا ہے مداخل D بلند یا پست کرنے کا $\overline{S}$ یا $\overline{R}$ پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔یوں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ یہ **ڈی پلٹ** واقعی صرف ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر ہی D کو دیکھتے ہوئے نئی حالت اختیار کرتا ہے۔

مشق: انٹرنیٹ سے 7474 ڈی پلٹ کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔(ا) اس میں کتنے ڈِی پلٹ ہیں۔(ب) یہ ساعت کے کس کنارے حالت تبدیل کرتے ہیں۔

6.9 جے-کے پلٹ اور ٹی پلٹ

ڈی پلٹ کے استعمال سے مختلف اقسام کے پلٹ بنائے جا سکتے ہیں جن میں

جے-کے پلٹ[187] اور **ٹی پلٹ**[188] نہایت مقبول ہیں۔جے-کے پلٹ کی بناوٹ اور اس کی خصوصیات کا جدول شکل 6.21 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل میں مداخل D کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں

$$D = J\overline{Q} + \overline{K}Q \tag{6.7}$$

چونکہ D پلٹ اگلے ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر D کے مطابق اگلی حالت اختیار کرے گا لہٰذا **جے-کے پلٹ کی خصوصیات کی مساوات** کو اس مساوات کی مدد سے یوں لکھا جا سکتا ہے۔

$$Q_{n+1} = J\overline{Q}_n + \overline{K}Q_n \tag{6.8}$$

جہاں پلٹ کی موجودہ مخارج کو Q_n جبکہ اس کے اگلی مخارج کو Q_{n+1} لکھا گیا ہے۔

یوں ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر ڈی پلٹ مداخل D کی قیمت کے مطابق نئی اگلی حالت اختیار کرے گا۔مساوات 6.7 کا جدول یہ ہے۔

187 JK flip flop

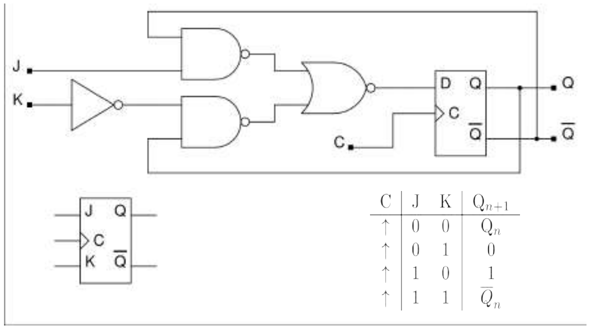
188 T flip flop

J	K	Q	D
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

جدول 6.4: مساوات 6.7 سے حاصل جدول

اس جدول کی پہلی صف میں تصور کیا گیا ہے کہ پلٹ پست حالت میں ہے یعنی $Q=0$ ہے۔یہی پلٹ کی موجودہ حالت ہے۔اسی صف میں مداخل $J=0$ اور $K=0$ ہیں۔مساوات 6.7 کے تحت اس صورت $D=0$ ہو گا اور یوں اگلے ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر، $D=0$ ہونے کی وجہ سے، پلٹ پست ہو جائے گا۔یعنی پلٹ کی اگلی حالت بھی پست ہوگی۔یوں اس صورت میں پست پلٹ کی اگلی حالت بھی پست ہو گی یعنی اس صورت میں پلٹ اپنی حالت پست برقرار رکھتا ہے۔اسی طرح جدول کی دوسری صف میں پلٹ کی موجودہ حالت بلند تصور کی گئی ہے جبکہ $J=0$ اور $K=0$ ہیں۔اس صورت مساوات 6.7 کے تحت $D=1$ ہے اور یوں اگلے ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر پلٹ بلند حالت اختیار کرے گا۔پلٹ اس صورت میں اپنی حالت برقرار بلند رکھتا ہے۔

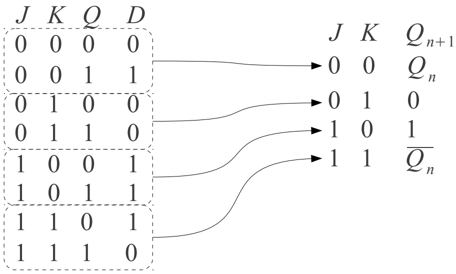
ان دو صورتوں میں ہم دیکھتے ہیں کہ $J=0$ اور $K=0$ کی صورت میں پلٹ اپنی حالت برقرار رکھتا ہے۔یعنی اگر اس کی موجودہ حالت پست ہو تو اس کی اگلی حالت بھی پست ہی رہے گی اور اگر اس کی موجودہ حالت بلند ہو تو اس کی اگلی حالت بلند ہی رہے گی۔



C	J	K	Q_{n+1}
↑	0	0	Q_n
↑	0	1	0
↑	1	0	1
↑	1	1	$\overline{Q}_n$

شکل 6.21: جے-کے پلٹ

شکل 6.22 کی پہلی صف میں اس بات کو بہتر اور مختصر طریقہ سے بیان کیا گیا ہے جہاں $J=0$ اور $K=0$ کی صف میں اگلے حال Q_{n+1} کے خانے میں موجودہ حالت Q_n لکھا گیا ہے۔شکل میں جدول کے بقایا جز حاصل کرنے کا طریقہ بھی واضح کیا گیا ہے۔شکل 6.21 میں دئے جدول میں جے-کے پلٹ کا کنارہِ چڑھائی پر تبدیل ہونے کو بھی ظاہر کیا گیا ہے۔



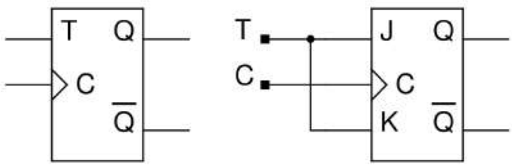
شکل 6.22: جے-کے پلٹ کی خصوصیات کا جدول

جے-کے پلٹ کے دونوں مداخل جوڑنے سے ٹی پلٹ[189] حاصل ہوتا ہے۔شکل 6.23 میں ٹی پلٹ کی بناوٹ، علامت اور جدول دکھائی گئی ہے۔جب تک مداخل T پست رہے، ٹی پلٹ اپنی حالت برقرار رکھتا ہے۔مداخل T بلند ہونے کی صورت میں ٹی پلٹ ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر حالت تبدیل کرتا ہے۔یوں اگر پلٹ کی موجودہ حالت پست ہو تب اس کی اگلی حالت بلند اور اس سے اگلی حالت دوبارہ پست ہو گی۔ ٹی پلٹ کی خصوصیات کی مساوات کو جے-کے پلٹ کی خصوصیات کی مساوات 6.8 سے حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} Q_{n+1} &= J\overline{Q}_n + \overline{K}Q_n \\ &= T\overline{Q}_n + \overline{T}Q_n \\ &= T \oplus Q_n \end{aligned} \tag{6.9}$$

189 T flip flop

مساوات حاصل کرنے کیلئے J اور K دونوں کی جگہ T لکھا گیا ہے۔



C	T	Q_{n+1}
0	x	Q_n
1	x	Q_n
↑	0	Q_n
↑	1	$\overline{Q}_n$

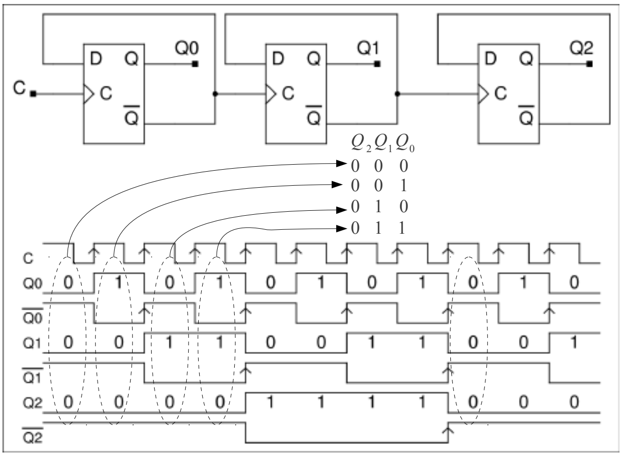
شکل 6.23: ٹی پلٹ

مشق: انٹرنیٹ سے 74xx اور 40xx سلسلہ میں جے-کے پلٹ دریافت کریں۔

6.10 ثنائی گنت کار

شکل 6.17 میں دئے گئے دور کو تین مرتبہ استعمال کرتے ہوئے ایک دور بنایا گیا ہے جسے شکل 6.24 میں دکھایا گیا ہے۔اس شکل میں پلٹ کے مخارج کو نمبر کیا گیا ہے۔یوں پہلے پلٹ کی مخارج کو Q_0 کہا گیا ہے جبکہ دوسرے پلٹ کی مخارج کو Q_1 اور

تیسرے کی مخارج کو Q_2 کہا گیا ہے۔



شکل 6.24: ثنائی گنتی کار

شکل کے پہلے تین خط (C ، Q_0 اور $\overline{Q_0}$) بالکل شکل 6.17 کی طرح کے ہیں۔یہاں رک کر تسلی کر لیں کہ ایسا ہی ہے۔

چونکہ Q_1 پلٹ کو **ساعت** کے طور پر مخارج $\overline{Q_0}$ مہیا کی گئی ہے لہٰذا اس حصہ کو سمجھنے کے لئے شکل میں $\overline{Q_0}$ ، Q_1 اور $\overline{Q_1}$ کے خطوط پر غور کریں۔ ایک مرتبہ دوبارہ تسلی کر لیں کہ یہ تین خطوط بھی بالکل شکل 6.17 میں دئے گئے خطوط کی طرح ہیں۔یہ پلٹ $\overline{Q_0}$ کے کنارہِ چڑھائی پر نئی حالت اختیار کرتا ہے لہٰذا شکل میں $\overline{Q_0}$ خط کے کنارہِ چڑھائی پر تیر کے نشان لگائے گئے ہیں۔

اسی طرح Q_2 پلٹ کو ساعت کے طور پر مخارج $\overline{Q_1}$ مہیا کی گئی ہے لہٰذا اس حصہ کو سمجھنے کے لئے شکل میں $\overline{Q_1}$ ، Q_2 اور $\overline{Q_2}$ کے خطوط پر غور کریں۔ایک مرتبہ پھر تسلی کر لیں کہ یہ تین خطوط بھی بالکل شکل6.17 میں دئے گئے

خطوط کی طرح ہیں۔

ساعت کے پہلے کنارہِ چڑھائی سے قبل تینوں پلٹ پست حالت میں ہیں۔یوں ان تینوں کے مخارج کی قیمت صفر[190] ہے۔ان تینوں کو بائیں جانب نکتہ دار لکیر سے گھیرا گیا ہے اور ساتھ ہی ان تین صفروں کو تین ثنائی اعداد پر مشتمل ہندسے کے طور لکھا گیا ہے۔ایسا لکھتے ہوئے Q_0 کی قیمت کو 2^0 جبکہ Q_1 کو 2^1 اور Q_2 کو 2^2 کے مقام پر رکھا گیا ہے۔

$$000_2 \tag{6.10}$$

اسی طرح ساعت کا اگلا کنارہِ چڑھائی گزرتے ہی تینوں پلٹ کی نئی قیمتوں یا مخارج کو نکتہ دار لکیر سے گھیرا گیا ہے اور ساتھ ہی ان تین قیمتوں کو اِسی اصول کے ساتھ ثنائی ہندسے کے طور لکھا ہے۔یہ نیا ہندسہ

$$001_2 \tag{6.11}$$

ہے۔ساعت کے اگلے کنارہ چڑھائی کے بعد یہ ہندسہ 010_2 ہو جاتا ہے وغیرہ۔شکل میں یوں متواتر حاصل ثنائی ہندسوں کو لکھتے ہوئے حاصل ہوتا ہے

190 **زبردستی بلند مداخل** اور **زبردستی پست مداخل** کی مدد سے پلٹ پر مبنی ادوار کی ابتدائی قیمت تعین کی جاتی ہے۔یوں موجودہ مثال میں یہ تصور کیا جائے کہ **زبردستی پست مداخل** کی مدد سے تینوں پلٹ کی ابتدائی قیمت صفر کر دی گئی ہے۔

$$
\begin{aligned}
&000_2\\
&001_2\\
&010_2\\
&011_2\\
&100_2\\
&101_2\\
&110_2\\
&111_2\\
&000_2\\
&001_2\\
&010_2
\end{aligned}
\tag{6.12}
$$

یہ واضح ہے کہ یہ دور ساعت کے کنارہِ چڑھائی کی گنتی ثنائی ہندسوں میں کرتا ہے۔ 000_2 سے 111_2 تک گنتی کے بعد یہ دوبارہ 000_2 سے گنتی شروع کر دیتا ہے۔شکل میں دوبارہ 000_2 کو نکتہ دار لکیر سے گھیر کر دکھایا گیا ہے۔

اس دور میں پلٹ کی تعداد بڑھا کر زیادہ ہندسوں پر مشتمل گنتی کرنے والا دور بنایا جا سکتا ہے۔اس دور کو **ثنائی گنت کار**[191] کہتے ہیں۔یوں آٹھ پلٹ استعمال کرنے سے ایک بائٹ تک کی گنتی کرنے والا دور بنے گا جو 00000000_2 سے لے کر 11111111_2 تک گننے کے بعد دوبارہ 00000000_2 سے گنتی شروع کرے گا۔

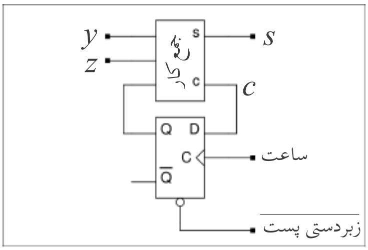
6.11 سلسلہ وار ثنائی جمع کار

شکل 6.25 میں **مکمل جمع کار** اور ڈی پلٹ کی مدد سے **سلسلہ وار ثنائی جمع کار**[192] تشکیل دیا گیا ہے۔ **مکمل جمع کار** کو جمع کرنے والے دو ثنائی اعداد y اور z

191 binary counter

192 binary serial adder

سلسلہ وار فراہم کئے جاتے ہیں۔کمتر رتبہ والے بِٹ سے شروع کر کے ساعت کے ہر اگلے کنارہِ چڑھائی پر دونوں اعداد کے اگلے بِٹ فراہم کئے جاتے ہیں۔کسی بھی قدم پر ڈی پلٹ **حاصل جمع** (یعنی مکمل جمع کے **خارجی حاصل**) کو ذخیرہ کر کے اس کے اگلے قدم پر اسے مکمل جمع کو بطور **داخلی حاصل** مہیا کرتا ہے۔مجموعہ حاصل کرنے سے قبل ڈی پلٹ کو زبردستی پست کیا جاتا ہے تا کہ پہلا داخلی حاصل صفر ہو۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ s پر سلسلہ وار دونوں ثنائی اعداد کا مجموعہ خارج ہو گا۔



شکل 6.25: سلسلہ وار ثنائی جمع کار

اس باب کے آخر میں آپ سے گزارش کی جائے گی کہ سلسلہ وار ثنائی جمع کار کو استعمال کرتے ہوئے دو ثنائی اعداد جمع کریں۔

6.12 معاصر ترتیبی ادوار کا تجزیہ

ساعت سے چلتے پلٹوں پر مبنی ادوار **معاصر ترتیبی ادوار**[193] کہلاتے ہیں۔ایسے

193 synchronous sequential circuits

ادوار، پلٹوں کے موجودہ حالت اور مداخل کو دیکھتے ہوئے نئے حالتیں اختیار کرتے ہیں۔ **معاصر ترتیبی ادوار** عموماً ساعت کے کنارہ کے ساتھ قدم ملا کر چلتے ہیں۔معاصر ترتیبی ادوار میں ترکیبی حصے کا موجود ہونا لازم نہیں۔

ایسے ادوار، کنارہِ ساعت پر نئی حالت اختیار کرتے ہیں۔موجودہ حالت کا نئی حالت پر اثر کو مدِ نظر رکھنا ضروری ہوتا ہے۔یوں ان ادوار کی نئی حالت دریافت کرتے وقت ان کی موجودہ حالت کو بھی عام مداخل کی طرح تصور کیا جاتا ہے۔ترکیبی ادوار کی طرح ترتیبی ادوار کا جدول مددگار ثابت ہوتا ہے جسے **حالت کا جدول**[194] کہتے ہیں۔نئی حالت کو **حالتوں کی مساواتوں**[195] کی مدد سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔ان دونوں طریقوں پر مثالوں کی مدد سے غور کرتے ہیں۔

6.12.1 حالتوں کے مساوات

حالتوں کے مساوات دور کے اگلی حالت کو دور کے موجودہ حالتوں اور موجودہ مداخل کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں۔ساعت کے کنارہ پر دور اگلی حالت یعنی نئی حالت اختیار کرتا ہے۔یوں اگر ساعت کے n کنارے گزرنے کے بعد اس کی حالت کو موجودہ حالت سمجھا جائے اور اس حالت کو لکھتے ہوئے n کو بطور زیر نوشت استعمال کیا جائے تو اگلی حالت لکھتے ہوئے $(n+1)$ کو زیر نوشت کے طور استعمال کیا جائے گا۔شکل 6.26 کو مثال بناتے ہوئے اس طریقہ کو زیرِ استعمال لاتے ہیں۔

شکل میں ڈی پلٹ استعمال کئے گئے ہیں جو ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر مداخل D کے مطابق حالت اختیار کرتے ہیں۔شکل میں موجودہ مداخل x کو n کی مدد سے $x(n)$ اور موجودہ مخارج کو $Q_0(n)$ اور $Q_1(n)$ لکھتے ہیں۔ان تینوں کو عام مداخل تصور کرتے ہوئے ترکیبی دور کی مساوات لکھتے ہیں۔اوپر جانب پلٹ کی مداخل D_0 کے لئے لکھ سکتے ہیں

$$x(n)\cdot Q_0(n)+x(n)\cdot\overline{Q_1(n)}$$

194 state tables

195 state equations

ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر یہ پلٹ اس مساوات کے مطابق نئی حالت اختیار کرے گا۔یوں نئی حالت $Q_0(n+1)$ کو ہم لکھ سکتے ہیں

$$Q_0(n+1)=x(n)\cdot Q_0(n)+x(n)\cdot\overline{Q_1(n)}$$

اسی طرح نچلے پلٹ کی مداخل D_1 کی مساوات یوں ہے

$$\overline{\overline{Q_0(n)}\cdot Q_1(n)}$$

لہٰذا اس پلٹ کی اگلی حالت $Q_1(n+1)$ کو یوں لکھا جائے گا

$$Q_1(n+1)=\overline{\overline{Q_0(n)}\cdot Q_1(n)}$$

جبکہ دور کا ترکیبی حصہ ساعت کا انتظار نہیں کرتا اور یہ فوراً مداخل کے مطابق حالت اختیار کر لیتا ہے لہٰذا اس کے لئے یوں لکھا جائے گا

$$y(n)=\overline{x(n)+\overline{Q_0(n)}+\overline{Q_1(n)}}$$

یوں اس دور کے **حالتوں کی مساواتیں** مندرجہ ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned}Q_0(n+1)&=x(n)\cdot Q_0(n)+x(n)\cdot\overline{Q_1(n)}\\Q_1(n+1)&=\overline{\overline{Q_0(n)}\cdot Q_1(n)}\end{aligned}\tag{6.13}$$

جبکہ اس کی ترکیبی مخارج مندرجہ ذیل ہے۔

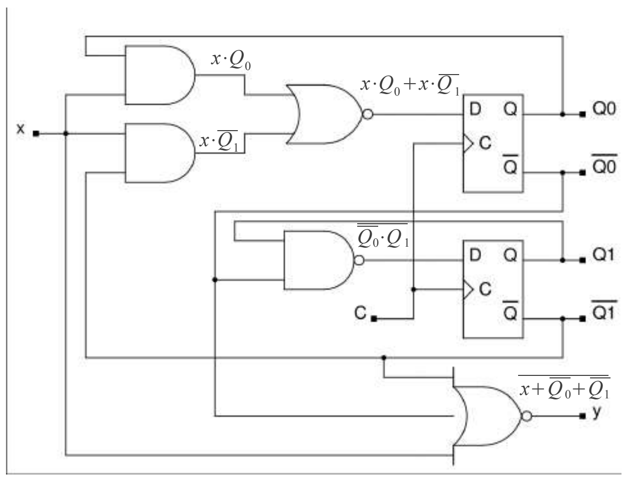
$$y(n)=\overline{x(n)+\overline{Q_0(n)}+\overline{Q_1(n)}}\tag{6.14}$$

ان مساواتوں کو نسبتاً بہتر طریقہ سے لکھا جا سکتا ہے اگر دائیں جانب بار بار n اور بائیں جانب بار بار $(n+1)$ لکھنے سے گریز کیا جائے اور ان کی موجودگی

ذہن میں رکھی جائے۔یوں ہم مساوات 6.13 اور مساوات 6.14 کو اس طرح لکھ سکتے ہیں

$$Q_0 = x \cdot Q_0 + x \cdot \overline{Q_1} \qquad Q_1 = \overline{\overline{Q_0} \cdot Q_1} \tag{6.15}$$

$$y = \overline{x + \overline{Q_0} + \overline{Q_1}} \tag{6.16}$$



شکل 6.26: ترتیبی دور

6.12.2 حالتوں کا جدول

ساعت کے ساتھ تبدیل ہوتی حالتوں کو جدول کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔

شکل 6.26 کی مثال لیتے ہوئے اس کا جدول مساوات 6.15 اور مساوات 6.16 سے حاصل کیا جائے گا۔جدول حاصل کرتے وقت موجودہ تمام مداخل اور مخارج کو آزاد متغیرات تصور کیا جاتا ہے جبکہ اگلے تمام حالتوں کو مخارج تصور کیا جاتا ہے۔یوں $x(n)$ ، $Q_0(n)$ اور $Q_1(n)$ کو موجودہ مداخل تصور کر کے ان کی تمام ترتیب یعنی 000_2 سے 111_2 تک لکھیں۔مساوات 6.15 اور مساوات 6.16 کی مدد سے ہر ترتیب سے تمام اگلی حالتیں اور مخارج یعنی $Q_0(n+1)$ ، $Q_1(n+1)$ اور $y(n)$ حاصل کر کے انہیں جدول کے مطلوبہ خانوں میں لکھیں۔ایسا کرنے سے شکل 6.27 میں دکھائی گئی **حالتوں کا جدول** حاصل ہوتی ہے۔جدول میں بائیں جانب Q_0 اور Q_1 موجودہ حالتیں جبکہ x مداخل ہے اور دائیں جانب Q_0 اور Q_1 اگلی حالتیں اور y مخارج ہے۔

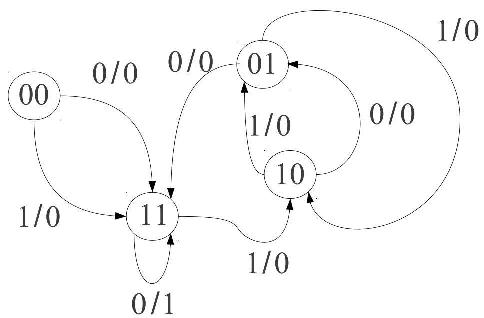
موجودہ حالتیں			اگلی حالتیں		
Q_1	Q_0	x	Q_1	Q_0	y
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

شکل 6.27: حالتوں کا جدول

6.12.3 حالتوں کا خاکہ

حالتوں کے جدول میں موجود معلومات کا **خاکہ** بھی بنایا جا سکتا ہے جسے

حالتوں کا خاکہ [196] پکارتے ہیں۔اس **خاکہ** یا شکل میں موجودہ حالت کو گول دائرے سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ ایک حالت سے دوسری حالت منتقلی کو تیر والے لکیر سے ظاہر کیا جاتا ہے۔تیر وا لی لکیر موجودہ حالت والے دائرے سے اگلی حالت والے دائرے کی جانب بنائی جاتی ہے۔دائرے کے اندر ثنائی عدد پلٹوں کی موجودہ حالتیں بیان کرتا ہے۔ تیر والی لکیر پر دو ثنائی اعداد لکھے جاتے ہیں جن کے مابین ترچھی لکیر بنائی جاتی ہے۔اس ترچھی لکیر پر اوپر جانب موجودہ مداخل جبکہ اس پر نیچے جانب موجودہ مخارج لکھے جاتے ہیں۔شکل 6.27 میں دئے گئے **حالتوں کے جدول** سے حاصل **حالتوں کا خاکہ** شکل 6.28 میں دکھایا گیا ہے۔

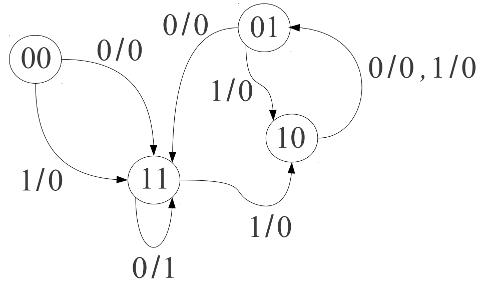


شکل *6.28*: ***حالتوں کا خاکہ***

حالتوں کے خاکہ کو دیکھ کر ہی کہا جا سکتا ہے کہ اس دور کو معاصر طریقہ سے کسی بھی طرح 00 حالت میں نہیں لایا جا سکتا۔

196 state diagram

اسی **حالتوں کے خاکہ** کو قدرِ سادہ بنایا جا سکتا ہے جیسے شکل 6.29 میں دکھایا گیا ہے۔



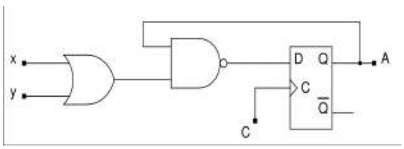
*شکل 6.29: **حالتوں کے خاکہ** کی قدرِ سادہ شکل*

حالتوں کے جدول اور **حالتوں کے خاکہ** میں موجود مواد میں کسی قسم کا کوئی فرق نہیں۔**حالتوں کے جدول** سے ہی **حالتوں کا خاکہ** تیار کیا جاتا ہے۔کسی بھی دئے گئے مسئلہ کے بیان سے **حالتوں کا جدول** اخذ کرنا زیادہ آسان ہوتا ہے۔ **حالتوں کے خاکہ** کی افادیت یہ ہے کہ اسے دیکھ کر ہی دور کی کارکردگی سمجھی جا سکتی ہے۔

6.12.4 ڈی پلٹ کی مدد سے تجزیہ

اس طریقہ کار کی مزید وضاحت کی خاطر چند مثالوں پر غور کرتے ہیں۔پہلی مثال میں شکل 6.30 میں دی گئی ڈی پلٹ پر مبنی ترتیبی دور لیتے ہیں۔اس دور میں ایک ہی پلٹ استعمال کی گئی ہے جس کے مخارج کو A کہا گیا ہے۔اس پلٹ کے مداخل کو D_A لکھتے ہوئے اس کی داخلی مساوات لکھتے ہیں۔

$$D_A=(x+y)\cdot A$$



موجودہ حالت			اگلی حالت
A	x	y	A
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

شکل 6.30: ڈی پلٹ پر مبنی ترتیبی دور

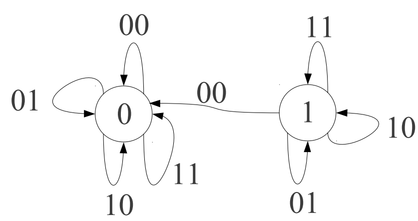
چونکہ ساعت کے کنارہِ چڑھائی پر ڈی پلٹ مداخل D_A کے تحت نئی حالت اختیار کر لے گا لہٰذا اگلی حالت کے لئے ہم **اگلی حالت کی مساوات** یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$A(n+1)=(x(n)+y(n))\cdot A(n)$$

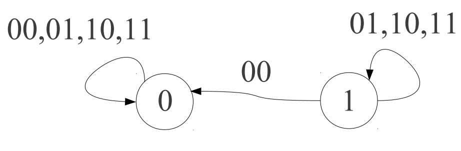
یا اس کی سادہ شکل

$$A=(x+y)\cdot A$$

لکھ سکتے ہیں۔اس مساوات سے حاصل **حالتوں کا جدول** شکل 6.30 میں دیا گیا ہے۔ **حالتوں کے جدول** سے تیار کردہ **حالتوں کا خاکہ** شکل 6.31 میں دکھایا گیا ہے۔اسی کو شکل 6.32 میں بھی دکھایا گیا ہے۔شکل میں تیر دار لکیروں کے ساتھ موجودہ مداخل لکھے گئے ہیں۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مداخل کی قیمت 00 ہونے کی صورت میں دور حالت (1) سے حالت (0) منتقل ہوتا ہے۔اس کے علاوہ تمام ممکنہ مداخل کی صورت میں یہ اپنی حالت برقرار رکھتا ہے۔

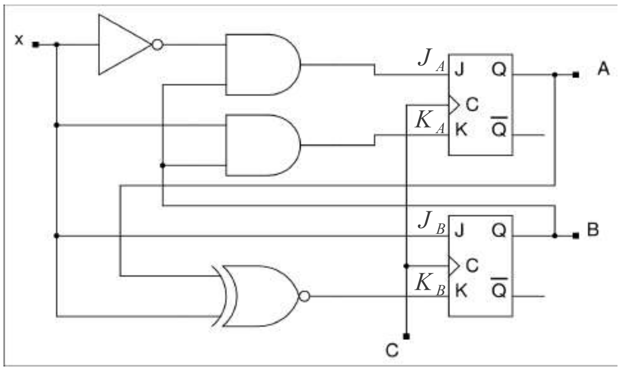


شکل 6.31: حالتوں کا خاکہ



شکل 6.32: **حالتوں کے خاکہ** کی سادہ شکل

6.12.5 جے-کے پلٹ کی مدد سے تجزیہ



شکل 6.33: جے-کے پلٹ پر مبنی ترتیبی دور کی مثال

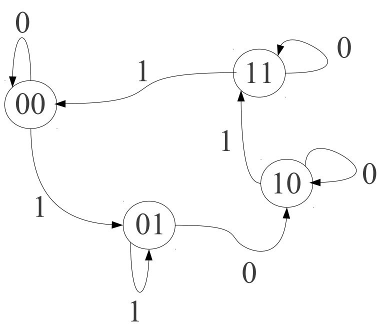
شکل 6.33 میں جے-کے ترتیبی دور دیا گیا ہے۔اوپر والے پلٹ کی مخارج کو A جبکہ اس کی مداخل کو J_A اور K_A کہا گیا ہے۔اسی طرح نیچے والے پلٹ کی مخارج کو B اور اس کی مداخل کو J_B اور K_B کہا گیا ہے۔

پلٹ کی مداخل کی مساوات مندرجہ ذیل ہیں۔

$$\begin{aligned} J_A &= \overline{x} \cdot B \\ K_A &= x \cdot B \\ J_B &= x \\ K_B &= \overline{x \oplus A} \end{aligned} \tag{6.17}$$

موجودہ حالتیں			اگلی حالتیں		پلٹ کے مداخل			
A	B	x	A	B	J_A	K_A	J_B	K_B
0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	1	1

شکل 6.34: ترتیبی دور کے حالتوں کا جدول



شکل 6.35: **حالتوں کا خاکہ**

ان مساوات سے **حالتوں کا جدول** حاصل ہوتا ہے جسے شکل 6.34 میں دیا گیا ہے۔اس شکل میں مداخل x کو موجودہ حالت کے خانے میں لکھا گیا ہے۔۔حالتوں کے جدول سے تیار کردہ حالتوں کا خاکہ شکل 6.34 میں دکھایا گیا ہے۔

حالتوں کا جدول حاصل کرتے وقت پہلے موجودہ حال A ، B اور مداخل x کے تمام ممکنہ ترتیب یعنی 000_2 سے 111_2 تک لکھیں۔اس کے بعد مداخل کی مساوات 6.17 سے جدول میں پلٹ کے مداخل کے خانے پُر کریں۔پلٹ کے اگلی حالت **پلٹ کے خصوصیات کی مساوات** 6.8 کی مدد سے حاصل کی جائیں گی۔اس مساوات کو یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$Q_{n+1} = J\,\overline{Q} + \overline{K}\,Q \tag{6.18}$$

مثال میں دو پلٹ استعمال کئے گئے ہیں۔ان کے مخارج اور مداخل کی پہچان کی خاطر انہیں مختلف نام دئے گئے ہیں۔یوں پہلی پلٹ کی مخارج کو Q اور $\overline{Q}$ کی بجائے A اور $\overline{A}$ کہا گیا ہے جبکہ اس کی مداخل کو J_A اور K_A کہا گیا ہے لہٰذا اس پلٹ کے لئے مساوات 6.18 کو یوں لکھا جائے گا

$$A_{n+1} = J_A\,\overline{A} + \overline{K_A}\,A \tag{6.19}$$

اسی طرح دوسرے پلٹ کی مخارج B اور $\overline{B}$ جبکہ اس کی مداخل کو J_B اور K_B کہا گیا ہے لہٰذا اس پلٹ کے لئے مساوات 6.18 کو یوں لکھا جائے گا۔

$$B_{n+1} = J_B\,\overline{B} + \overline{K_B}\,B \tag{6.20}$$

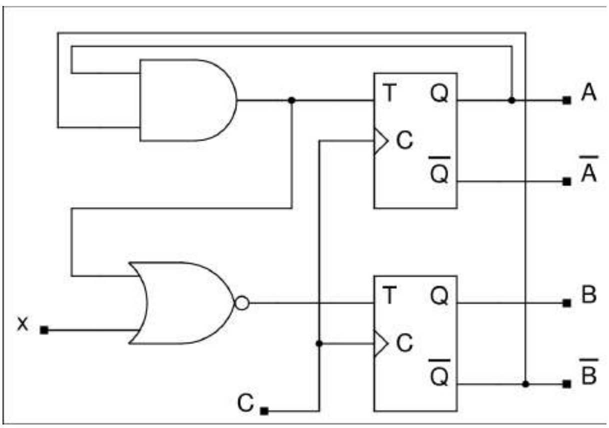
ان دو مساواتوں کو استعمال کرتے اگلی حالتوں کے خانے پُر کئے گئے ہیں۔

اس طرح بھی کیا جا سکتا ہے کہ پہلے مساوات 6.17 کو مساوات 6.19 اور مساوات 6.20 میں ڈال کر دور کے **حالتوں کی مساوات** حاصل کی جائے اور پھر اسے استعمال کرتے ہوئے جدول میں اگلی حالتوں کے خانے پُر کئے جائیں یعنی

$$A_{n+1}=J_A\,\overline{A}+\overline{K}\,A=(\overline{x}\cdot B)\,\overline{A}+\overline{(x\cdot B)}\,A$$
$$B_{n+1}=J_B\,\overline{B}+\overline{K}\,B=(x)\,\overline{B}+\overline{\overline{(x\oplus A)}}\,B$$

6.12.6 ٹی پلٹ کی مدد سے ترتیبی دور کا جائزہ

شکل 6.36 میں ٹی پلٹ پر مبنی ترتیبی دور دکھایا گیا ہے۔یہاں بھی دو پلٹ استعمال ہونے کی وجہ سے پلٹ کے مخارج اور مداخل کی پہچان کی خاطر انہیں مختلف نام دئے گئے ہیں۔یوں پہلی پلٹ کے مخارج کو A اور $\overline{A}$ جبکہ اس کی مداخل کو T_A کہا گیا ہے اور دوسری پلٹ کے مخارج کو B اور $\overline{B}$ جبکہ اس کی مداخل کو T_B کہا گیا ہے۔



شکل 6.36: ٹی پلٹ پر مبنی ترتیبی دور

پلٹ کی اگلی حالتیں ان کی خصوصیات کی مساوات سے حاصل کی جائیں گی۔ٹی پلٹ کی خصوصیات کی مساوات مندرجہ ذیل ہے۔

$$Q_{n+1} = T \oplus Q \tag{6.21}$$

موجودہ استعمال کی خاطر اسے دونوں پلٹوں کے لئے یوں لکھا جائے گا۔

$$\begin{aligned} A_{n+1} &= T_A \oplus A = T_A \overline{A} + \overline{T_A} A \\ B_{n+1} &= T_B \oplus B = T_B \overline{B} + \overline{T_B} B \end{aligned} \tag{6.22}$$

پلٹ کے مداخل کی مساوات شکل 6.36 سے یوں حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned} T_A &= A \cdot \overline{B} \\ T_B &= \overline{(A \cdot \overline{B}) + x} \end{aligned}$$

ان مساوات کو مساوات 6.22 میں ڈالنے سے پلٹوں کے **حالتوں کی مساواتیں** حاصل ہوتی ہیں یعنی

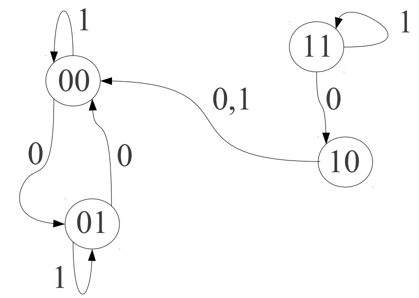
$$\begin{aligned} A_{n+1} &= (A \cdot \overline{B}) \oplus A \\ B_{n+1} &= (\overline{(A \cdot \overline{B}) + x}) \oplus B \end{aligned}$$

ان سے حاصل شدہ **حالتوں کا جدول** شکل 6.37 میں اور **حالتوں کا خاکہ** شکل 6.38 میں دکھائے گئے ہیں۔

موجودہ حالتیں			اگلی حالتیں		مداخل کے مساوات	
A	B	x	A	B	T_A	T_B
0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0

شکل 6.37: حالتوں کا جدول

6.37



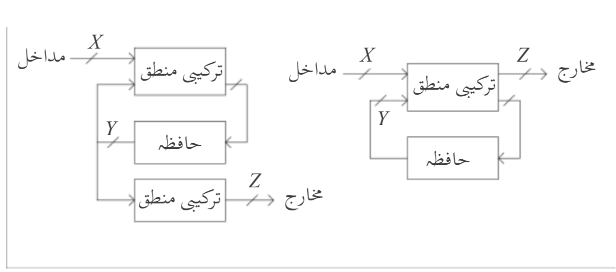
شکل 6.38: حالتوں کا خاکہ

6.13 مِیلی نمونہ اور مُور نمونہ

کسی بھی ترتیبی دور میں مداخل، مخارج اور اندرونی حالتیں پائی جاتی ہیں۔ترتیبی ادوار کے دو دو نمونے پائے جاتے ہیں جنہیں **مِیلی نمونہ**[197] اور **مُور نمونہ**[198] کہتے ہیں۔مِیلی نمونہ میں مخارج کا دارومدار موجودہ مداخل اور موجودہ اندونی حالتوں پر منحصر ہوتا ہے جبکہ مُور نمونہ میں مخارج صرف موجودہ حالتوں پر منحصر ہوتا ہے۔یہ دو نمونے شکل 6.39 میں دکھائے گئے ہیں۔

6.14 حالتیں اور ان کی مقرری

حصہ 6.12.3 میں حالات کے خاکہ پر غور کیا گیا جہاں حالات کو پلٹوں کے مخارج سے ظاہر کیا گیا۔حالات کو یوں پلٹوں کے حالات سے ظاہر کرنا لازم نہیں اور انہیں کوئی بھی نام دئے جا سکتے ہیں۔ایسا مندرجہ ذیل مثال میں دکھایا گیا ہے جہاں آپ



شکل 6.39: مِیلی اور مُور نمونے

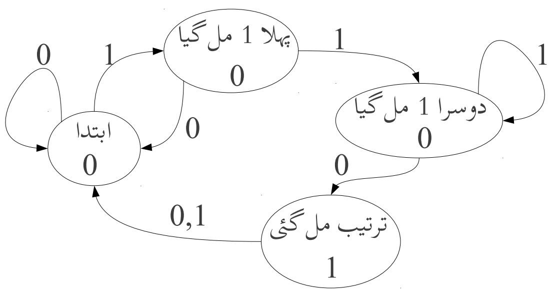
197 George H. Mealy, Edward F. Moore

198 جارج میلی اور ایڈورڈ مُور نے یہ نمونے پیش کئے اور یہ انہیں کے ناموں سے جانے جاتے ہیں

دیکھیں گے کہ اس طرح **حالات** کے نام استعمال کرتے ہوئے **حالات کے خاکہ** کی سمجھ زیادہ آسانی سے آتی ہے۔

مثال 6.1:ایک مداخل اور ایک مخارج والے ایسے معاصر ترتیبی دور کا **حالات کا خاکہ** تیار کریں جو 110_2 مداخل کے حصول پر 1 خارج کرے۔ایسے دور کو **ترتیب گیرندہ** [199] کہتے ہیں۔

حل: شکل 6.40 میں اس دور کے **حالات کا خاکہ** دکھایا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اسے دیکھتے ہی اس کی کارکردگی سمجھ آ جاتی ہے۔ دائروں میں حالات کے نام کے نیچے 0 یا 1 اس وقت کا مخارج ہے۔



شکل 6.40: حالات کو الفاظ سے پکارنے کی مثال

---

199 sequence detector

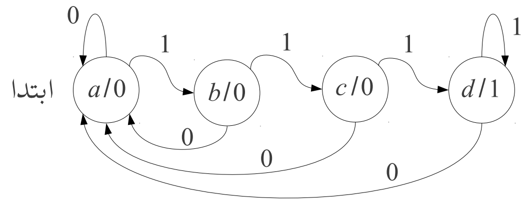
6.15 معاصر ترتیبی ادوار کا تشکیل

گزشتہ حصے میں مختلف اقسام کے پلٹ استعمال کرتے معاصر ترتیبی ادوار تشکیل دئے گئے۔ایسے ادوار تشکیل دینے کا باضابطہ طریقہ کار یوں ہے۔

1. مسئلہ کے بیان سے **حالتوں کا خاکہ** تیار کریں۔
2. درکار **حالتوں** کی تعداد کم کریں۔
3. **حالتوں** کے ثنائی قیمتیں تعین کریں۔
4. حالتوں کا جدول حاصل کریں۔
5. پلٹ کے قسم کا انتخاب کریں۔
6. پلٹ کے داخلی اور خارجی سادہ ترین مساوات حاصل کریں۔
7. ان سے معاصر ترتیبی دور تشکیل دیں۔

مثال 6.2: ایک ایسا معاصر **ترتیب گیرندہ** تشکیل دیں جسے اگر متواتر تین 1 مہیا کئے جائیں تو یہ 1 خارج کرے۔

حل: **ترتیب گیرندہ** کے کارکردگی کے بیان سے اس کے حالت کا خاکہ شکل 6.41 میں کھینچا گیا ہے۔یہاں گول دائرہ میں ترچھی لکیر کے اوپر **حالت** کا نام اور اس کے نیچے مخارج کی قیمت لکھی گئی ہے۔یوں ابتدا کرتے وقت دور حالت a میں پایا جائے گا اور اس کا مخارج **پست** ہو گا۔



*شکل 6.41: ترتیب گیرندہ کا **حالت کا خاکہ***

حالت کے خاکہ سے ظاہر ہے کہ اگر اس **ترتیب گیرندہ** کو متواتر 1 بطور مداخل مہیا کیا جائے تو یہ ترتیب وار **حالت** a سے b پھر c اور آخرکار **حالت** d اختیار کرے گا۔اس کا مخارج صرف حالت d میں **بلند** ہو گا۔دور کسی بھی **حالت** میں ہوتے ہوئے اگر اس کو مداخل 0 مہیا کیا جائے تو یہ **حالت** a میں لوٹ جائے گا۔

حالت کے خاکہ سے حاصل کردہ حالتوں کا جدول شکل 6.42 میں دکھایا گیا ہے۔

موجودہ حالت	مداخل	اگلی حالت	مخارج
a	0	a	0
a	1	b	0
b	0	a	0
b	1	c	0
c	0	a	0
c	1	d	0
d	0	a	1
d	1	d	1

شکل 6.42: ترتیب گیرندہ کے حالتوں کا جدول

حالت کے خاکہ سے واضح ہے کہ یہاں چار مختلف حالتیں ہیں یعنی a ، b ، c اور d ۔ان چار حالتوں کو دو بِٹ کے ثنائی علامتیں جدول 6.5 میں تعین کی گئی ہیں۔دو بِٹ علامتوں کے استعمال سے دو **پلٹ** درکار ہوں گے۔ہم **ڈی پلٹ** کا انتخاب کر کے آگے بڑھتے ہیں۔ان ڈی پلٹ کے مخارج کو A اور B پکارا جائے گا جبکہ ان کے مداخل کو D_A اور D_B پکارا جائے گا۔

ثنائی علامتیں استعمال کرتے ہوئے حالتوں کے جدول کو دوبارہ شکل 6.43 میں لکھا گیا ہے جہاں مداخل کو x اور مخارج کو y کہا گیا ہے۔

a	00
b	01
c	10
d	11

جدول 6.5: ***حالتوں** کے دو بِٹ کے **ثنائی علامتیں***

موجودہ حالت		مداخل	اگلی حالت		مخارج
A	B	x	A	B	y
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

شکل 6.43: حالتوں کا جدول، ثنائی علامتوں کے ساتھ

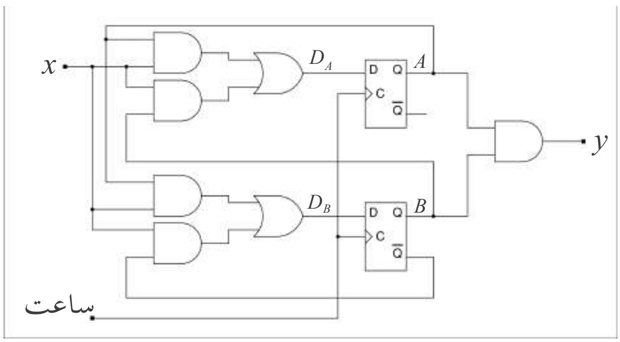
ڈی پلٹ کی خصوصی مساوات $Q(t+1)=D$ ہے، یعنی اس کی اگلی حالت مداخل D کی موجودہ قیمت ہی ہے۔اسی خوبی کی وجہ سے ڈی پلٹ کے مساوات نہایت آسانی سے حاصل ہوتے ہیں۔۔شکل 6.43 سے حاصل ڈی پلٹ کے مساوات مندرجہ ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
A(t+1) &= D_A(A,B,x) = \sum(3,5,7) \\
B(t+1) &= D_B(A,B,x) = \sum(1,5,7) \\
y(A,B,x) &= \sum(6,7)
\end{aligned}
$$

ان مساوات کی سادہ ترین اشکال کارناف کے نقشوں سے حاصل کرتے ملتا ہے

$$D_A = Ax + Bx$$
$$D_B = Ax + \overline{B}x$$
$$y = AB$$

ان سے حاصل **ترتیب گیرندہ** کو شکل 6.44میں دکھایا گیا ہے۔اس دور کو ابتدائی حالت میں **زبردستی پست** اشارہ کے استعمال سے لایا جاتا ہے۔**زبردستی پست** کو شکل میں نہیں دکھایا گیا تا کہ اصل موضوع پر توجہ رہے۔



شکل 6.44: ترتیب گیرندہ

7 کھاتا یا رجسٹر

ایک پلٹ ایک ثنائی ہندسہ یعنی ایک بِٹ کی معلومات ذخیرہ کر سکتا ہے۔یوں آٹھ بِٹ معلومات ذخیرہ کرنے کی خاطر آٹھ پلٹ درکار ہوں گے۔کھاتا [200] یا رجسٹر سے مراد ایک ایسا دور ہے جو معلومات کو ذخیرہ کر سکے اور معلومات کو ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل کر نے کی صلاحیت رکھتا ہو۔یوں n بِٹ **کھاتا** سے مراد n پلٹ پر مبنی ایک ایسا دور ہے جو معلومات کی منتقلی کر سکے۔معلومات کی منتقلی کا انداز دور کے ترکیبی حصہ پر منحصر ہوتا ہے۔

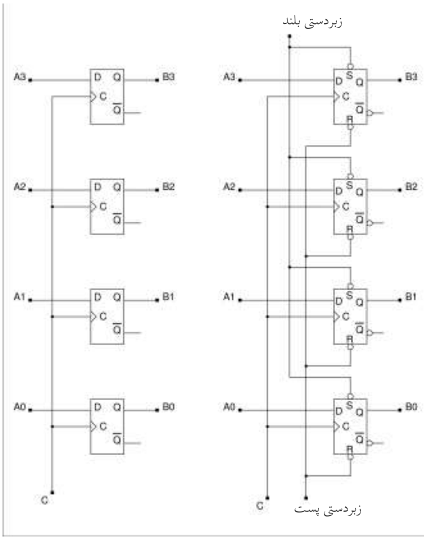
کھاتا صرف پلٹوں پر بھی مبنی ہو سکتا ہے۔اس طرح کے ساده ترین **چار بِٹ کھاتے** [201] شکل 7.1 میں دکھائے گئے ہیں۔شکل میں بائیں جانب **کھاتے** کے مداخل کو A جبکہ اس کے مخارج کو B کہا گیا ہے۔یوں مداخل کے چار بِٹ A_0 ، A_1 ، A_2 اور A_3 کہلائے گے۔ساعت کے کنارِہ چڑھائی پر یہ چار بِٹ پلٹوں کو منتقل ہو جائیں گے یعنی ان کا **کھاتے** میں اندراج ہو جائے گا یا انہیں کھاتے میں لکھ لیا جائے گا۔ساعت کے اگلے کنارہ چڑھائی تک یہ چار بِٹ کی معلومات کھاتے میں محفوظ رہیں گے اور انہیں کھاتے کے مخارج کے طور پڑھا جا سکتا ہے۔

شکل میں دائیں جانب اسی **کھاتے** میں زبردستی بلند اور زبردستی پست صلاحیت رکھنے والے پلٹ استعمال کئے گئے ہیں۔یوں کسی بھی وقت، بغیر ساعت کے کنارِہ چڑھائی کے انتظار کے، زبردستی پست پن کو پست کر کے **کھاتے** سے تمام معلومات صاف کئے جا سکتے ہیں۔ایسا کرنے کے بعد کھاتے کے تمام مخارج بِٹ صفر پڑھیں گے۔اسی طرح زبردستی بلند کے فعال کرنے سے کھاتا 1 سے بھر جائے گا۔

اس دور میں زیادہ پلٹ استعمال کر کے اس میں بِٹوں کی زیادہ تعداد ذخیرہ کی جا سکتی ہے۔یوں n بِٹ ذخیرہ کرنے والا کھاتا n پلٹ کی مدد سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔

200 register

201 8-bit register



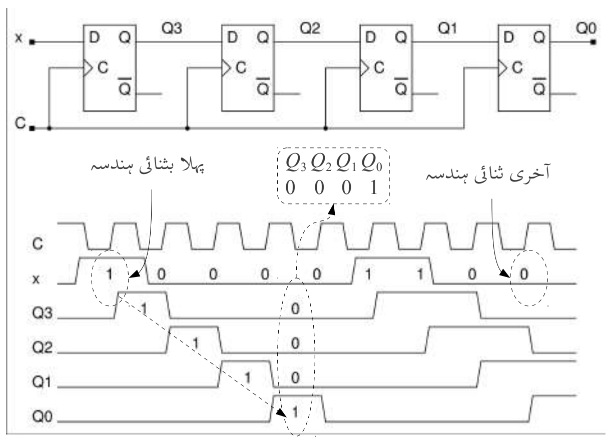
شکل 7.1: چار بِٹ کھاتا

7.1 سلسلہ وار کھاتے

7.1.1 دائیں منتقل کھاتا

شکل 7.2 میں **دائیں منتقل کھاتا**[202] دکھایا گیا ہے۔اس طرح کے **کھاتے** متواتر ایک پلٹ کی مخارج دوسری پلٹ کو مداخل کے طور مہیا کرنے سے بنائے جاتے ہیں۔ **دائیں منتقل پلٹ** کو ثنائی مواد بائیں جانب سے مہیا کی جاتی ہے۔شکل میں x مہیا کردہ مواد کو ظاہر کرتا ہے۔شکل میں **زبردستی پست** پن نہیں دکھائی گئی تا کہ اصل مضمون پر توجہ رہے تاہم تصور کریں کہ ساعت کے پہلے کنارہِ چڑھائی سے پہلے **زبردستی پست** مداخل کے ذریعہ تمام پلٹ پست کئے گئے ہیں۔

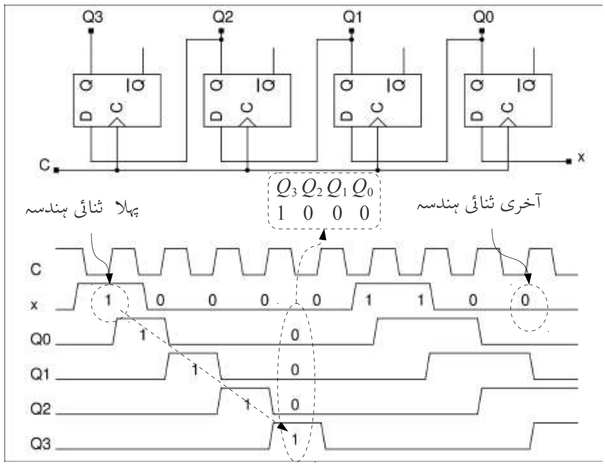
202 shift right register



شکل 7.2: دائیں منتقل کھاتا

یوں ساعت کے پہلے کنارۂ چڑھائی پر اس مواد کا Q_3 میں اندراج ہو جائے گا اور یوں یہ اب Q_2 کا مداخل بن گیا ہے۔اگلے کنارے پر یہ مواد Q_2 منتقل ہو جائے گا اور یوں یہ اب Q_1 کا مداخل بن جائے گا جبکہ x پر موجود نئے مواد کا اندراج Q_3 میں ہو جائے گا۔شکل میں 100001100_2 مواد کے طور فراہم کیا گیا ہے۔اس مواد کا **بلند تر رتبہ والا بِٹ** پہلے مہیا کیا گیا ہے۔شکل میں ساعت کے کنارۂ چڑھائی پر پہلی مہیا کردہ بِٹ کی ایک پلٹ سے دوسرے پلٹ منتقلی کو ترچھی نکتہ دار تیر سے دکھایا گیا ہے۔

7.1.2 بائیں منتقل کھاتا

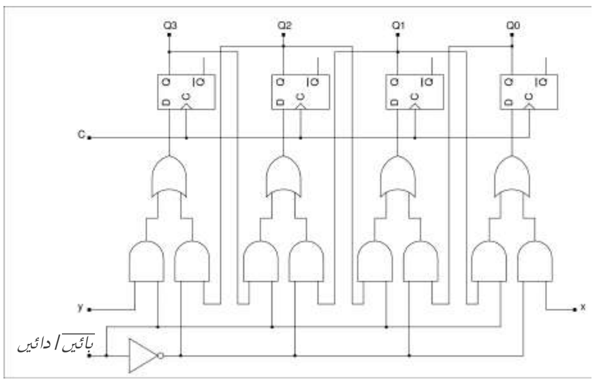


شکل 7.3: بائیں منتقل کھاتا

شکل 7.3 میں **بائیں منتقل کھاتا**[203] دکھایا گیا ہے۔اس کی بناوٹ بالکل دائیں منتقل کھاتے کی طرح ہے۔فرق صرف اتنا ہے کہ بائیں منتقل کھاتے میں دائیں جانب پلٹ کی مخارج کو ساتھ والے بائیں جانب پلٹ کو مداخل کے طور مہیا کیا جاتا ہے۔

7.1.3 دائیں یا بائیں منتقل کھاتا

[203] shift left register



شکل 7.4: دائیں یا بائیں منتقل کھاتا

شکل 7.4 میں گزشتہ دو اقسام کے کھاتوں کو اکٹھے کر کے ایک ایسا کھاتا بنایا گیا ہے جو مواد کو دائیں یا بائیں منتقل کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے۔دائیں منتقلی کے وقت y پر مواد فراہم کیا جاتا ہے اور *بائیں/دائیں* قابو اشارے کو بلند رکھا جاتا ہے جبکہ بائیں منتقلی کے دوران x پر مواد فراہم کیا جاتا ہے اور *بائیں/دائیں* کو پست رکھا جاتا ہے۔

ہر پلٹ کے ساتھ ایک جوڑی ضرب گیٹ منسلک کئے گئے ہیں۔ *بائیں/دائیں* بلند کرنے سے ہر جوڑی میں دائیں جانب ضرب گیٹ **معذور**[204] ہو جاتا ہے جبکہ بائیں جانب ضرب گیٹ **مجاز**[205] ہو جاتا ہے یوں پلٹ نمبر تین کو y مہیا ہوتا ہے جبکہ پلٹ نمبر دو کو Q_3 مہیا ہوتا ہے اور یہ بالکل دائیں منتقل پلٹ کی طرح کام کرتا ہے۔

اسی طرح *بائیں/دائیں* پست کرنے سے ضرب گیٹ کی ہر جوڑی میں بائیں

204 disable

205 enable

جانب گیٹ معذور جبکہ دائیں جانب گیٹ مجاز ہو جاتا ہے۔یوں پلٹ نمبر صفر کو x جبکہ پلٹ نمبر ایک کو Q_0 فراہم ہوتا ہے اور یہ دور بالکل بائیں جانب منتقل پلٹ کی طرح کام کرتا ہے۔

اب تک دکھائے گئے کھاتوں میں مواد سلسلہ وار داخلی جانب سے مہیا کرنا ممکن تھا۔ایسے کھاتوں کو **سلسلہ وار کھاتے**[206] کہتے ہیں۔یوں ایسے کھاتوں کو **سلسلہ وار دائیں منتقل کھاتا**[207]، **سلسلہ وار بائیں منتقل کھاتا**[208] وغیرہ کہیں گے۔

7.2 متوازی منتقل کھاتا

عموماً کھاتا استعمال کرتے اس بات کی ضرورت پڑتی ہے کہ اس میں بیک وقت مواد چڑھایا جائے۔ایسے کھاتوں کو **متوازی منتقل**[209] کھاتا کہتے ہیں۔شکل 7.5 میں دائیں منتقل کھاتا دکھایا گیا ہے جس میں بیک وقت متوازی طور مواد چڑھایا جا سکتا ہے۔ایسا کھاتے کو عموماً چھوٹا کر کے **متوازی دائیں منتقل کھاتا**[210] پکارا جاتا ہے۔

اس دور میں ہر پلٹ کے داخلی طرف ایک جوڑی ضرب گیٹ منسلک کی گئی ہے۔عام استعمال میں *متوازی داخل* برقی اشارے کو بلند رکھ کر ہر جوڑی میں دائیں جانب ضرب گیٹ کو **معذور** جبکہ بائیں جانب گیٹ کو **مجاز** رکھا جاتا ہے۔یوں یہ دور عام دائیں منتقل کھاتا کے طور کام کرتا ہے۔متوازی مواد چڑھانے کی خاطر *متوازی داخل* کو پست کیا جاتا ہے اور ساتھ ہی متوازی مواد Z فراہم کیا جاتا ہے۔ *متوازی داخل* برقی اشارہ پست کرنے سے ہر ضرب گیٹ کی جوڑی میں بائیں جانب گیٹ **معذور** جبکہ دائیں جانب گیٹ **مجاز** ہو جاتا ہے۔یوں پلٹوں کو Z_0 سے Z_3 مواد مہیا ہوتا ہے اور ساعت کے اگلے کنارہِ چڑھائی یہ مواد کھاتے میں چڑھ جاتا ہے۔

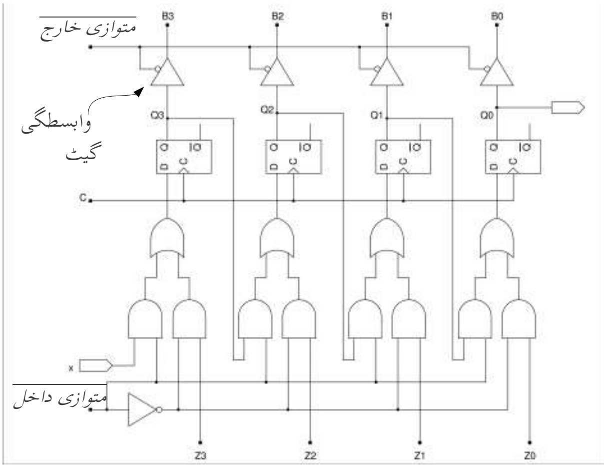
206 serial shift register

207 serial shift right register

208 serial shift left register

209 parallel shift register

210 parallel shift-right register



شکل 7.5: متوازی لکھائی اور پڑھائی کے صلاحیت والا دائیں منتقل کھاتا

شکل میں ہر پلٹ کے خارجی طرف **وابسطہ دور** جوڑا گیا ہے۔ متوازی خارج برقی اشارہ بلند کرنے سے ان دور کی مخارج **غیر وابستہ**[211] ہو جاتی ہے اور یوں Q_0 سے Q_3 تک کی مواد متوازی طور حاصل نہیں کی جا سکتی البتہ متوازی خارج برقی اشارہ پست کرنے سے ان ادوار کی مخارج ان کی مداخل سے وابستہ ہو جاتے ہیں اور یوں Q_0 سے Q_3 تک چار بِٹ مواد، متوازی طور حاصل کی جا سکتی ہے۔حصول شدہ مواد کو B_0 سے B_3 پکارا گیا ہے۔

سلسلہ وار مواد x بائیں جانب سے داخل ہو کر آخر کار دائیں جانب Q_3 کے راستے خارج ہوتا ہے۔

211 floating

7.3 عالمگیر کھاتا

ابھی تک مختلف صلاحیت رکھنے والے کھاتوں پر غور ہوا۔ان تمام کی خوبیاں ایک ہی دور میں سموئی جا سکتی ہیں۔ایسے دور کو **عالمگیر کھاتا**[212] کہتے ہیں جسے شکل 7.6 میں دکھایا گیا ہے۔

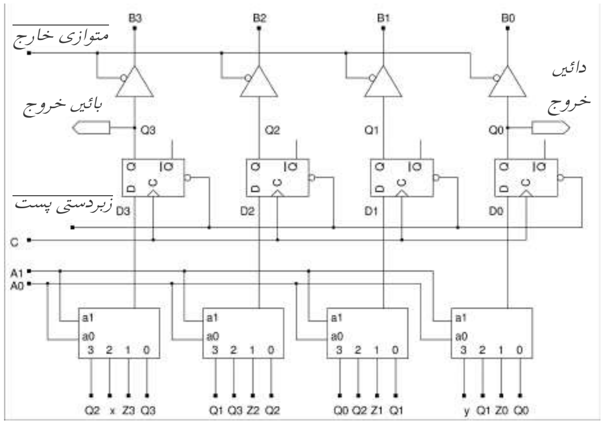
بائیں منتقلی کے وقت مواد y پر **سلسلہ وار داخل**[213] ہو کر آخر کار **بائیں خروج** سے **سلالہ وار خارج**[214] ہو جاتا ہے جبکہ دائیں جانب منتقلی کے وقت مواد x سے **سلسلہ وار داخل** ہوتا ہے اور آخر کار **دائیں خروج** سے **سلسلہ وار خارج** ہو جاتا ہے۔

شکل میں چار یکساں حصے ہیں۔ان میں سے دائیں جانب حصہ پر غور کرتے ہیں۔ بقایا حصے بھی بالکل اسی طرح کام کرتے ہیں۔

212 universal shift register

213 serial in

214 serial out



شکل 7.6: چار بِٹ کا عالمگیر کھاتا

اس حصہ میں پلٹ کی داخلی طرف **چار سے ایک منتخب کنندہ** جوڑا گیا ہے۔پتہ کے دو بِٹ A_0 اور A_1 اس کے مداخل میں سے ایک کو چن کر خارجی پن پر خارج کرتا ہے۔منتخب ہونے والا مداخل جدول سے یوں حاصل ہو گا۔

A_1	A_0	D_0	
0	0	Q_0	*حال برقرار*
0	1	Z_0	*متوازی داخل*
1	0	Q_1	*دائیں منتقل*
1	1	y	*بائیں منتقل*

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ پتہ 00_2 کی صورت Q_0 منتخب ہو کر پلٹ کے مداخل D_0 پر مہیا ہو جائے گا اور اگلے کنارہِ ساعت یہی مواد پلٹ کے خارجی پن پر خارج ہو جائے گا۔اس طرح کھاتا اپنی حالت برقرار رکھے گا اور مواد کسی بھی جانب حرکت نہیں کرے گا۔

اسی طرح پتہ 01_2 ہونے کی صورت Z_0 پلٹ کو مہیا ہو جائے گا اور ساعت کے اگلے کنارہ یہی پلٹ کے مخارج پر نمودار ہو جائے گا۔چونکہ Z_0 متوازی مہیا کردہ مواد ہے لہٰذا اس صورت متوازی مواد کھاتا میں چڑھ جائے گا۔

پتہ 10_2 سے Q_1 پلٹ کو مہیا ہو جائے گا۔یوں ساعت کے اگلے کنارے موجودہ Q_1 اگلے Q_0 کے طور نمودار ہو جائے گا۔یعنی اس مرتبہ کھاتا مواد کو دائیں جانب منتقل کرے گا۔

پتہ 11_2 کو صورت سلسلہ واد مہیا کردہ مواد y منتخب ہو گا اور ساعت کے اگلے کنارے پر پلٹ کی مخارج Q_0 پہنچ جائے گا۔اس مرتبہ کھاتا مواد کو بائیں جانب منتقل کر رہا ہے۔

اس تمام تجزیہ کو بقایا چار حصوں پر لاگو کر کے نتیجہ کو جدول کی شکل میں یوں لکھا جا سکتا ہے۔

A_1	A_0	D_3	D_2	D_1	D_0	
0	0	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	*حالت برقرار*
0	1	Z_3	Z_2	Z_1	Z_0	*متوازی داخل*
1	0	x	Q_3	Q_2	$Q1$	*دائیں منتقل*
1	1	Q_2	Q_1	Q_0	y	*بائیں منتقل*

مشق: انٹرنیٹ سے 74194 عالمگیر کھاتے کے معلوماتی صفحات حاصل کریں ۔(ا) یہ کتنے بِٹ کا عالمگیر کھاتا ہے۔ (ب) اسے استعمال کرتے ہوئے سولہ بِٹ عالم گیر کھاتا حاصل کریں۔

7.4 سلسلہ وار ثنائی جمع کار

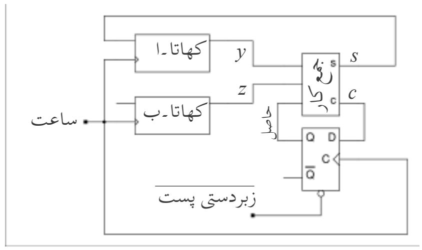
صفحہ 258 پر شکل 6.25 میں **سلسلہ وار ثنائی جمع کار** دکھایا گیا ہے۔اسی کو استعمال کرتے ہوئے شکل 7.7 میں زیادہ بِٹ کا **سلسلہ وار ثنائی جمع کار** دکھایا گیا ہے۔

اس شکل میں n بِٹ کے دو عدد **متوازی لکھائی و پڑھائی کے صلاحیت والے دائیں منتقل کھاتے**[215] استعمال کئے گئے ہیں جنہیں کھاتا-ا اور کھاتا-ب کہا گیا ہے۔

مجموعہ حاصل کرنے سے قبل، یعنی ساعت کے پہلے کنارہ سے قبل، کھاتا-ا میں ثنائی عدد y جبکہ کھاتا-ب میں ثنائی عدد z متوازی طور منتقل کئے جاتے ہیں اور زبردستی پست اشارہ کو لمحاتی طور پست کر کے ڈی پلٹ کو پست کر دیا جاتا ہے تا کہ **مکمل جمع کار** کے **داخلی حاصل** کی قیمت 0 ہو۔شکل میں متوازی چڑھائی نہیں دکھائی گئی تا کہ اصل موضوع پر توجہ رہے۔

مکمل جمع کار ان دو ثنائی اعداد کے کم تر رتبہ والے بِٹ اور داخلی حاصل (0) کو جمع کر کے جمع s_0 اور **خارجی حاصل** c_1 خارج کرتا ہے۔ساعت کے پہلے کنارے پر c_1 کو ڈی پلٹ محفوظ کر کے اسے **مکمل جمع کار** کو اگلے ثنائی بِٹ جمع کرتے وقت بطور **داخلی حاصل** فراہم کرتا ہے جبکہ کھاتا-ا اور کھاتا-ب اسے اگلے درجے کے بِٹ فراہم کرتے ہیں۔جمع s_0 کو اس شکل میں کھاتا-ا کو سلسلہ وار مداخل کے طور مہیا کیا گیا ہے۔یوں جیسے جیسے اس کھاتے سے ثنائی عدد y دائیں جانب خارج ہوتا ہے ویسے ویسے اس کی جگہ دو اعداد کا مجموعہ جگہ لیتا ہے۔ساعت کے n کنارے گزرنے کے بعد دو ثنائی اعداد کا مجموعہ کھاتا-ا میں محفوظ ہوتا ہے جہاں سے اسے متوازی پڑھا جا سکتا ہے جبکہ مجموعہ کا آخری حاصل مکمل جمع کار کے مخارج c سے پڑھا جا سکتا ہے۔

215 parallel read-write shift-right registers



شکل 7.7: زیادہ بِٹ والا سلالہ وار ثنائی جمع کار

8 گنت کار

ثنائی گنت کار آپ دیکھ چکے ہیں۔گنت کار کا بنیادی مقصد اس کو دئے داخلی **برقی اشارے**[216] کی گنتی ہے۔برقی اشارہ اسے بطور ساعت یا سادہ مداخل کے طور مہیا کیا جا سکتا ہے۔

ایک ایسا کھاتا جس کے مخارج برقی اشارے پر ثنائی گنتی کے تحت ترتیب وار حالتیں تبدیل کرے کو **ثنائی گنت کار** کہتے ہیں۔اسی طرح اگر ایسا دور اعشاری گنتی کے ترتیب کے مطابق حالت تبدیل کرے تو اسے **اعشاری گنت کار** کہیں گے۔

اس طرح کے ادوار سے ہٹ کر، ایک اہم قسم کے ادوار جو کسی بھی متعین ترتیب کے تحت حالتیں متواتر تبدیل کر سکے کو بھی **گنت کار** کہتے ہیں۔

گنت کار ادوار پر اس باب میں غور کیا جائے گا۔

8.1 ثنائی گنت کار

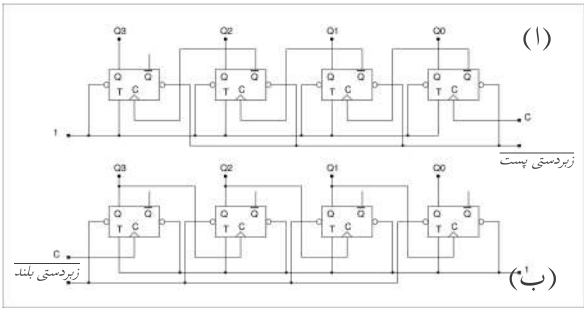
چار بِٹ کی سیدھی ثنائی گنتی 0000_2 سے اوپر کی جانب 1111_2 تک کی جا سکتی ہے۔اسی طرح اُلٹی گنتی 1111_2 سے نیچے کی جانب 0000_2 تک کی جا سکتی ہے۔دونوں صورتوں میں گنتی پوری ہونے کے بعد عموماً اسے دوبارہ نئے سرے سے شروع کیا جاتا ہے۔

شکل 8.1 (ا) میں **چار بِٹ کا ثنائی سیدھا گنت کار**[217] اور (ب) میں **چار بِٹ کا ثنائی اُلٹ گنت کار**[218] دکھائے گئے ہیں۔دونوں کی بناوٹ ملتی جلتی ہے۔

216 electrical signal

217 binary up counter

218 binary down counter



شکل 8.1: سیدھا اور الٹا ثنائی گنت کار

ثنائی گنت کار آپ پہلے بھی دیکھ چکے ہیں۔ **سیدھے گنت کار** میں $\overline{\text{زبردستی بلند}}$ کو بلند یعنی غیر فعال رکھا جاتا ہے۔ایسا کرنے کی خاطر اس پر 1 مہیا کیا جاتا ہے۔گنتی شروع کرنے سے قبل $\overline{\text{زبردستی پست}}$ کو ایک لمحہ کے لئے پست کر کے گنتی 0000_2 کر دی جاتی ہے۔اس کو گنتی کے دوران کسی بھی وقت پست کر کے گنتی دوبارہ صفر سے شروع کرائی جا سکتی ہے۔

الٹ گنت کار میں $\overline{\text{زبردستی پست}}$ کو غیر فعال رکھا جاتا ہے جبکہ $\overline{\text{زبردستی بلند}}$ کو گنتی شروع کرنے سے پہلے لمحاتی طور فعال کر کے گنتی 1111_2 سے شروع کرائی جاتی ہے۔اس کو گنتی کے دوران کسی بھی وقت پست کر کے گنتی دوبارہ 1111_2 سے شروع کرائی جا سکتی ہے۔

سیدھے گنت کار کو مثال لیتے ایک اہم صورتِ حال پر غور کرتے ہیں۔شکل میں سب سے بائیں جانب پلٹ، ساعت کے ہر کنارہِ چڑھائی پر حالت تبدیل کرتا ہے۔ساعت کے کنارہِ چڑھائی کے کچھ دیر بعد $\overline{Q_3}$ حالت تبدیل کرتا ہے۔اس دورانیہ کو پلٹ کا **دورانیہ**

ردِ عمل کہتے ہیں۔یوں اس سے اگلا پلٹ جس کو $\overline{Q_3}$ بطورِ ساعت فراہم ہوتا ہے کو حالت تبدیل کرنے کی خبر اصل ساعت سے کچھ دیر بعد ملتی ہے۔اس پلٹ کو بھی مخارج تبدیل کرنے کے لئے پلٹ کا دورانیہ ردِ عمل جتنا وقت درکار ہو گا۔یوں اس سے اگلا پلٹ جسے $\overline{Q_2}$ بطورِ ساعت فراہم کیا گیا ہے کو حالت تبدیل کرنے کا اشارہ، اصل ساعت سے دورانیہ ردِ عمل کے دگنے وقت کے برابر تاخیر سے ملے گا۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس دور میں تمام پلٹوں کے مخارج بیک وقت تبدیل نہیں ہوتے بلکہ مخارج کی تبدیلی بائیں پلٹ سے شروع ہوتی ہے اور بدستور دائیں جانب بڑھتی ہے۔مخارج کی تبدیلی اس دور میں لہر کی طرح گزرتی ہے۔یوں اس طرح ادوار کو **لہر نما گنت کار**[219] کہتے ہیں۔اس طرح موجودہ دور کو **لہر نما ثنائی گنت کار**[220] کہیں گے۔

تیز رفتار یا زیادہ پلٹوں پر مبنی **لہر نما گنت کار** کو یہ مسئلہ درپیش ہو سکتا ہے کہ ساعت کا دوسرا کنارہ پہنچنے کے با وجود تمام پلٹوں کی مخارج پہلی ساعت کے مطابق حالتیں اختیار نہ کر سکے ہوں اور یوں ان گنت کار کی گنتی ایسی صورت میں غلط ہو گی۔

معاصر گنت کار اس مسئلہ سے پاک ہیں۔آئیں ان پر غور کریں۔

8.2 معاصر گنت کار

معاصر گنت کار میں تمام پلٹوں کو ایک ہی ساعت مہیا کی جاتی ہے۔یوں تمام پلٹ نئی حالتیں بیک وقت اختیار کرتے ہیں۔اس طرح ادوار میں ہر پلٹ کے مداخل پر ترکیبی دور لگا کر اسے اگلے ساعت کے کنارہ پر بلند یا پست ہونے کا برقی اشارہ مہیا کیا جاتا ہے۔ پلٹ اگلے ساعت کے کنارہ پر یہی حالت اختیار کر لیتا ہے۔یہ فیصلہ کرنا کہ اگلے ساعت پر پلٹ بلند کہ پست حالت اختیار کرے گا دور کے موجودہ حالت کو دیکھ کر کیا جاتا ہے۔ اس طریقہ کار کو چند مثالوں سے سمجھتے ہیں۔

219 ripple counters
220 binary ripple counter

8.2.1 معاصر ثنائی گنت کار

تین بِٹ معاصر ثنائی گنت کار کو شکل 8.3 میں دکھایا گیا ہے۔پلٹ نمبر صفر کی مخارج Q_0 کمتر رتبہ والا بِٹ ہے جبکہ پلٹ نمبر دو کی مخارج Q_2 بلند تر رتبہ والا بِٹ ہے۔اس دور کی بناوٹ کا طریقہ دیکھتے ہیں۔

موجودہ حالت			اگلی حالت			داخلی مساوات		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	T_2	T_1	T_0
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1

موجودہ قیمت صفر جبکہ
اگلی قیمت ایک ہے۔لہٰذا
مداخل 1 رکھنا ہوگا

شکل 8.2: معاصر ثنائی گنت کار کے حالتوں کا جدول

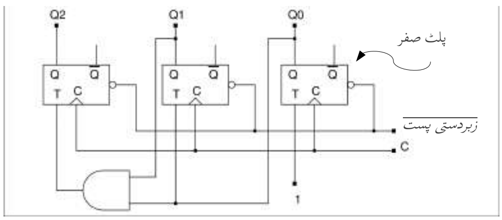
شکل 8.2 میں بائیں جانب **موجودہ حالتوں** کے نام کے نیچے تین بِٹ ثنائی گنتی دی گئی ہے۔یہ ساعت کے ساتھ تبدیل ہوتے پلٹوں کی مطلوبہ حالتیں ہیں۔ جدول میں پہلی صف پر غور کریں۔موجودہ گنتی یا موجودہ حال 000_2 ہے۔ہم چاہتے ہیں کہ اگلا عدد 001_2 ہو لہٰذا اگلی حالتوں کے خانے میں ہم 001_2 لکھتے ہیں۔آخری صف میں موجودہ حال 111_2 ہے۔تین بِٹ میں یہیں تک گِنتی ممکن ہے۔گنتی کے آخر میں پہنچ کر ہم دوبارہ شروع سے گنتی شروع کرتے ہیں۔لہٰذا اگلا حال 000_2 ہو گا۔

اب کمتر رتبہ والے بِٹ Q_0 پر غور کرتے ہیں۔اس بِٹ کی موجودہ قیمت کو موجودہ Q_0 ظاہر کرتا ہے جو کہ 0 ہے جبکہ اس کے اگلی قیمت کو اگلا Q_0 ظاہر کرتا ہے جو کہ 1 ہے۔ٹی پلٹ استعمال کرتے ساعت کے کنارہ چڑھائی پر پلٹ کا حال 0 سے 1 کرنے کی خاطر پلٹ کی مخارج T_0 کو بلند کرنا ہو گا۔یہ معلومات نیچے دئے ٹی پلٹ کی خصوصیات کی جدول سے حاصل ہوتی ہے۔ یوں اسی صف میں T_0 کی قیمت 1 لکھی گئی ہے۔یہی کچھ شکل میں نکتہ دار لکیروں سے واضح کیا گیا ہے۔

T	Q_{n+1}
0	Q_n
1	$\overline{Q_n}$

جدول 8.1: ٹی پلٹ کی خصوصیات کا جدول

اسی صف میں اگلے بِٹ یعنی Q_1 پر غور کرتے ہیں۔اس بِٹ کی موجودہ قیمت 0 اور اگلی قیمت بھی 0 ہے۔یوں ساعت کے اگلے کنارہ ہم نہیں چاہتے کہ یہ پلٹ اپنی حالت تبدیل کرے۔یوں اس پلٹ کی مداخل T_1 کو پست رکھنا ہو گا۔اس طرح T_1 کے خانے میں 0 لکھ لیتے ہیں۔اسی طرزِ پر تمام صفوں کے تمام مداخل کے لئے جدول کے بقایا خانے پُر کئے گئے ہیں۔

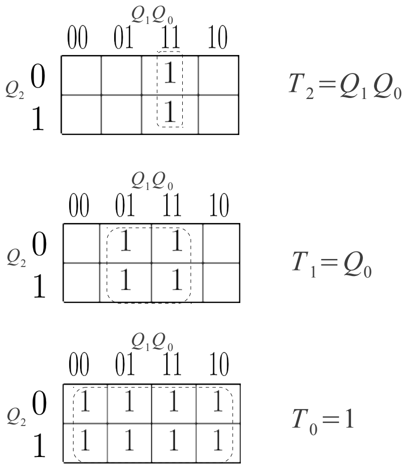


شکل 8.3: معاصر ثنائی گنت کار

دور بنانے کی خاطر شکل 8.2 میں **داخلی مساوات** کی قطار زیرِ استعمال لائی جاتی ہے۔مجموعہ ارکانِ ضرب کی ترکیب سے حاصل ہوتا ہے۔

$$
\begin{aligned}
T_0 &= 1 \\
T_1 &= \overline{Q_2}\,\overline{Q_1}\,Q_0 + \overline{Q_2}\,Q_1\,Q_0 + Q_2\,\overline{Q_1}\,Q_0 + Q_2\,Q_1\,Q_0 \\
T_2 &= \overline{Q_2}\,Q_1\,Q_0 + Q_2\,Q_1\,Q_0
\end{aligned}
\tag{8.1}
$$

یہ مساوات موجودہ حالتوں کی قیمتیں مدِ نظر رکھ کر لکھی گئی ہیں۔شکل 8.2 میں موجود مواد سے شکل 8.4 میں کارناف نقشوں کی مدد سے سادہ مساواتیں حاصل کی گئی ہیں جنہیں مساوات 8.2 میں دوبارہ دکھایا گیا ہے۔



شکل 8.4: تین بٹ معاصر گنت کار کی سادہ مساواتیں

$$
\begin{aligned}
T_0 &= 1\\
T_1 &= Q_0\\
T_2 &= Q_1 Q_0
\end{aligned}
\tag{8.2}
$$

شکل 8.3 میں تین پلٹ لگا کر ان کو مساوات 8.2 سے حاصل برقی اشارات بطور مداخل دئے گئے ہیں۔اس طرح **تین بِٹ معاصر ثنائی گنت کار** [221]حاصل کیا گیا ہے۔

مساوات 8.2 بغیر حل کئے بھی شکل 8.2 میں دئے جدول سے حاصل کئے جا سکتے ہیں۔اس جدول پر غور کرنے سے دیکھا جاتا ہے کہ Q_0 ہر ساعت کے کنارے

221 3-bit synchronous binary counter

تبدیل ہوتا ہے۔ T_0 پر 1 مہیا کرنے سے ایسا کیا جا سکتا ہے۔ Q_1 کو دیکھتے یہ بات سامنے آتی ہے کہ جب بھی Q_0 کی قیمت 1 ہو اس سے اگلے ساعت کے کنارہ Q_1 کی قیمت تبدیل ہوتی ہے۔یوں Q_1 کو T_1 فراہم کرنے سے ایسا حاصل کیا جا سکتا ہے۔ Q_2 پر غور کرنے سے دیکھا جاتا ہے کہ جب بھی Q_0 اور Q_1 دونوں کی قیمتیں 1 ہوں، اس سے اگلی ساعت کے کنارہ Q_2 کی قیمت تبدیل ہوتی ہے۔یوں T_2 کو Q_1Q_0 فراہم کیا جاتا ہے۔اگر زیادہ بِٹ پر مبنی ثنائی گنتی پر غور کیا جائے تو دیکھا جاتا ہے کہ، کوئی بھی مخارج Q_n ، ساعت کے اگلے کنارے، اُس وقت حالت تبدیل کرتا ہے جب اس سے کمتر تمام مخارج کی قیمت 1 ہو جائے۔یوں **چار بِٹ ثنائی گنت کار** کے لئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$
\begin{aligned}
T_0 &= 1\\
T_1 &= Q_0\\
T_2 &= Q_1Q_0\\
T_3 &= Q_2Q_1Q_0
\end{aligned}
\tag{8.3}
$$

8.2.2 ثنائی علامتی روپ کا معاصر اعشاری گنت کار

پچھلے حصہ میں **تین بِٹ ثنائی گنت کار** پر غور ہوا جو 000_2 سے 111_2 تک گنتی کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے۔اسی طرح چار بِٹ پر مبنی دور 0000_2 سے 1111_2 تک ثنائی گنتی کر سکتا ہے۔اگر ایسے دور کو 0000_2 سے 1001_2 تک گنتی کرنے پر پابند کیا جائے تو اس سے **ثنائی علامتی روپ کا اعشاری کنت کار**[222] حاصل ہو گا۔اس حصہ میں ایسا ہی کرتے ہیں۔شکل 8.5 میں اس دور کے حالتوں کا جدول دیا گیا ہے۔جدول میں **مخارج**[223] y کے قطار کا اضافہ کیا گیا ہے۔ **مخارج** y صفر سے نو

222 synchronous BCD counter

223 carry out

تک گنتی پوری ہونے پر ساعت کے ایک **دوری عرصہ**[224] کے لئے بلند ہوتا ہے۔ہم آگے دیکھیں گے کہ y کو استعمال کرتے زیادہ اعشاری ہندسوں پر مبنی گنتی کے دور بنائے جاتے ہیں۔

موجودہ حالت				اگلی حالت				مخارج	مداخل			
Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	y	T_3	T_2	T_1	T_0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1

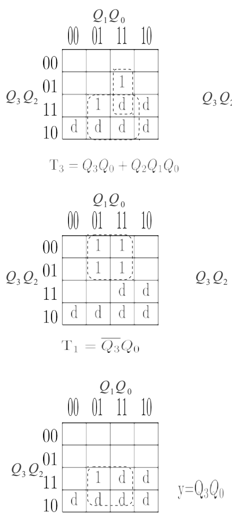
1001 کے بعد دوبارہ 0000 سے گنتی شروع ہوتی ہے

شکل 8.5: ثنائی علامتی روپ کے اعشاری گنت کار کے حالتوں کا جدول

اس شکل میں 1010_2 سے 1111_2 تک کے ترتیب استعمال نہیں ہوتے۔ **کارناف نقشوں** کی مدد سے پلٹوں کے مداخل T_0 تا T_3 اور مخارج y کے مساواتوں

224 time period

کی سادہ شکل حاصل کرتے وقت انہیں **غیر ضروری حالتیں**[225] d تصور کیا جاتا ہے۔ شکل 8.6 میں سادہ مساوات حاصل کرنا دکھایا گیا ہے۔



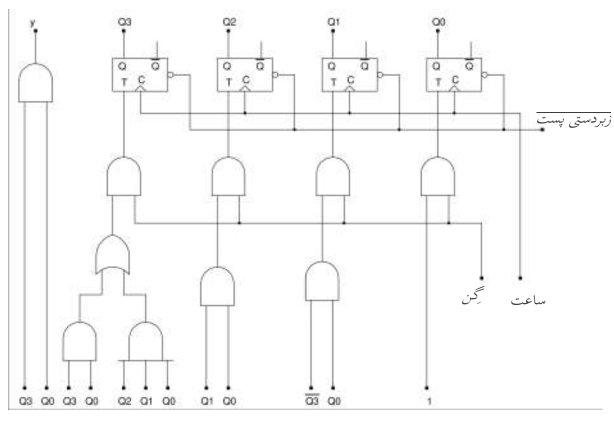
شکل 8.6: کارناف نقشوں سے گنت کار کے مساوات کو حصول

ایسا کرتے داخلی مساوات کی سادہ اشکال یوں حاصل ہوتے ہیں۔

225 don't care states

$$
\begin{aligned}
T_0 &= 1 \\
T_1 &= \overline{Q_3} Q_0 \\
T_2 &= Q_1 Q_0 \\
T_3 &= Q_3 Q_0 + Q_2 Q_1 Q_0 \\
y &= Q_3 Q_0
\end{aligned}
\tag{8.4}
$$

ان مساوات کی مدد سے حاصل دور شکل 8.7 میں دکھایا گیا ہے جہاں دور میں گنتی شروع اور بند کرنے کی اضافی صلاحیت بھی پیدا کی گئی ہے۔یہ صلاحیت تمام پلٹوں کے مداخل پر اضافی ضرب گیٹ نصب کرنے سے حاصل کی گئی ہے۔

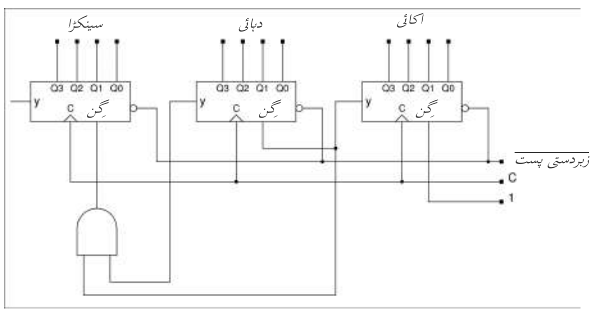


شکل 8.7: ثنائی علامتی روپ کا معاصر اعشاری گنت کار

ان اضافی ضرب گیٹوں کو برقی اشارہ **گِن** مہیا کیا گیا ہے۔یہ اشارہ بلند ہونے کے

صورت میں دور گنتی کرتا ہے اور اشارہ پست ہونے کی صورت میں دور گنتی کرنا بند کر دیتا ہے۔

شکل 8.8 میں تین درجہ دور بنایا گیا ہے جو 000_{10} سے 999_{10} تک گنتی کرتا ہے۔اسے بنانے کی خاطر تین عدد **ثنائی علامتی روپ کا اعشاری گنت کار** استعمال کئے گئے ہیں۔اسی طرح مزید درجات جوڑ کر درکار ہندسوں کا گنت کار بنایا جاتا ہے۔



شکل 8.8: 000_{10} سے 999_{10} تک معاصر گنت کار

اس دور کی کارکردگی کچھ یوں ہے۔گنتی شروع کرنے سے قبل $\overline{\text{زبردستی پست}}$ کو ایک لمحہ کے لئے پست کر کے گنتی 000_{10} کر دی جاتی ہے۔ساعت کے کنارہ چڑھائی پر اکائی عدد کی گنتی بڑھتی ہے۔اکائی درجہ کا مخارج y پست رہنے کی وجہ سے دہائی اور سینکڑا کی گنتی رکھی رہتی ہے۔گنتی 009_{10} تک پہنچتے ہی اکائی درجہ کا مخارج y بلند ہو جاتا ہے۔یوں اگلے ساعت کے کنارہ پر اکائی درجہ کی گنتی 9_{10} سے

0_{10} ہو جاتی ہے جبکہ دہائی درجہ کی گنتی 0_{10} سے 1_{10} ہو جاتی ہے اور اسی وقت اکائی کا مخارج y ایک مرتبہ پھر پست ہو جاتا ہے۔یوں اس سے اگلے ساعت کے کنارہ صرف اکائی درجہ کی گنتی چالو رہتی ہے جبکہ دہائی اور سینکڑا درجہ کی گنتی بند رہتی ہے۔اسی طرح 099_{10} تک گنتی کے بعد اکائی درجہ اور دہائی درجہ دونوں کے مخارج y بلند ہوتے ہیں جس کی وجہ سے اگلے ساعت کے کنارہ پر سینکڑا درجہ کی گنتی 0_{10} سے بڑھ کر 1_{10} ہو جاتی ہے جبکہ اکائی اور دہائی درجے دونوں 9_{10} سے 0_{10} ہو جاتے ہیں اور ساتھ ہی ساتھ ان کے مخارج y دوبارہ پست ہو جاتے ہیں۔

مشق: انٹرنیٹ سے 7493 اور 4516 کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔انہیں استعمال کرتے ہوئے زیادہ بِٹ کے گنت کار حاصل کریں۔

8.3 دیگر گنت کار

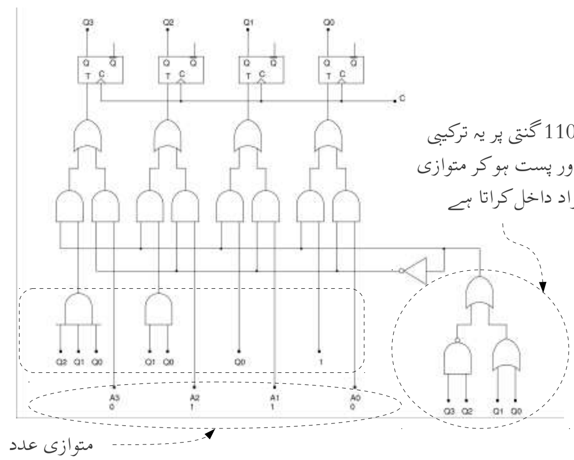
8.3.1 متغیر گنت کار

چار بِٹ ثنائی گنت کار 0000_2 سے 1111_2 تک گنتی کرتا ہے۔اس میں متوازی دخول کی صلاحیت استعمال کرتے اسے دو اعداد کے مابین گنتی کرنے پر مجبور کیا جا سکتا ہے۔ایسے گنت کار کو ہم **متغیر لمبائی گنت کار**[226] کہیں گے۔جس عدد سے گنتی شروع کرنی ہو اس عدد کو متوازی فراہم کیا جاتا ہے۔جس عدد تک گنتی درکار ہو، اس عدد تک گنتی پہنچنے پر دور کو مجبور کیا جاتا ہے کہ وہ دوبارہ متوازی فراہم کردہ عدد داخل کر کے گنتی از سرے نو شروع کرے۔

چار بِٹ معاصر ثنائی گنت کار کو مثال بناتے اسے 0110_2 سے 1100_2 تک گنتی کرنے والا دور بناتے ہیں۔شکل 8.9 میں ایسا دور دکھایا گیا ہے۔شکل میں نکتہ دار مستطیل میں مساوات 8.2 سے حاصل درکار مداخل کا دور دکھایا گیا ہے۔دور میں ہر پلٹ

226 variable length counter

کی داخلی طرف دو ضرب گیٹ اور ایک جمع گیٹ نصب کر کے اس میں متوازی دخول کی صلاحیت پیدا کی گئی ہے۔



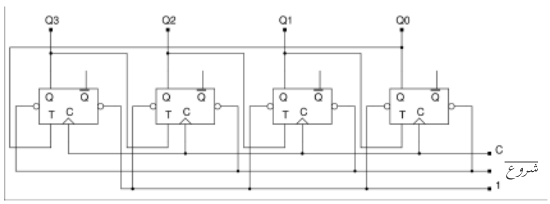
شکل 8.9: دو ثنائی اعداد کے مابین گنت کار

اس دور میں گنتی کے شروع کا عدد متوازی داخل کیا جاتا ہے۔اس عدد کو A سے ظاہر کیا گیا ہے اور اس کی قیمت 0110_2 ہے۔گنتی کا آخری عدد 1100_2 ہے۔ اس عدد کو نکتہ دار دائرے میں بند ترکیبی دور پہچان کر اپنی مخارج پست کرتا ہے اور یوں ساعت کے اگلے کنارے، 0110_2 متوازی طور دور میں داخل ہو جاتا ہے۔اس طرح یہ گنت کار 0110_2 اور 1100_2 کے مابین گنتی کرتا ہے۔

دور میں پہلی مرتبہ 0110_2 داخل کرنے کا طریقہ نہیں دکھایا گیا۔

8.3.2 چھلا نما گنت کار

n بِٹ **چھلا نما گنت کار**[227] n مخارج میں ایک ہی بلند بِٹ گھماتا ہے۔اس کے باقی تمام بِٹ پست رہتے ہیں۔ایک ہی بلند بِٹ کو ساعت کے کنارے ایک پلٹ سے دوسرے پلٹ منتقل کیا جاتا ہے۔شکل 8.10 میں ایک ایسا چار بِٹ دور دکھایا گیا ہے۔



شکل 8.10: چھلا نما گنت کار

8.3.3 دورانیہ پیدا کار

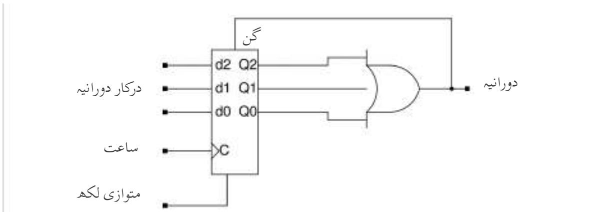
بعض اوقات ہمیں مقررہ دورانیہ کے لئے بلند یا پست اشارہ درکار ہوتا ہے۔تین بِٹ کا معاصر ثنائی الٹ گنت کار استعمال کرتے ہوئے ایک ایسے ہی دور کو تشکیل دیتے ہیں۔ اس دور کو ہم **دورانیہ پیدا کار**[228] کہیں گے۔

تین بِٹ کا الٹ گنت کار 111_2 تا 000_2 کی گنتی دہراتا رہتا ہے۔شکل 8.11

227 ring counter, Johnson counter

228 pulse generator

میں متوازی لکھے جانے کی صلاحیت رکھنے والے تین بِٹ کے الٹ گنت کار کو استعمال کیا گیا ہے جو اس وقت گنتی کرتا ہے جب اس کا مداخل **گن** بلند ہو۔اسے تین بِٹ بطور **درکار دورانیہ** کے فراہم کئے جاتے ہیں۔**متوازی لکھ** کا مداخل لمحاتی طور بلند کرنے سے یہ تین بِٹ گنت کار میں لکھ لئے جاتے ہیں۔جب تک گنت کار کے تینوں خارجی بِٹ پست نہ ہوں جمع گیٹ بلند رہتا ہے اور یوں گنت کار الٹ گنتی جاری رکھتا ہے۔جیسے ہی گنت کار 000_2 پہنچتا ہے جمع گیٹ کا مخارج پست ہو جاتا ہے اور یوں گنت کار گنتی روک دیتا ہے۔یوں تین بِٹ درکار دورانیہ کے برابر دورانیہ کے لئے جمع گیٹ کا مخارج یعنی **دورانیہ** بلند رہتا ہے۔



شکل 8.11: دورانیہ پیدا کار

9 حافظہ

پلٹ ایک بٹ معلومات کو ذخیرہ کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے۔یوں ایک پلٹ ایک بِٹ **حافظہ**[229] کے طور کام کر سکتا ہے۔آٹھ پلٹ جوڑ کر آٹھ بِٹ کا **حافظہ** حاصل کیا جا سکتا ہے۔اسی طرح n بِٹ پلٹ سے n بِٹ **حافظہ** بنایا جا سکتا ہے۔آٹھ بِٹ کو ایک ہشتمی **عدد** یا ایک **بائٹ**[230] کہتے ہیں۔**حافظہ** میں کسی بھی مقام پر رکھے جانے والے مواد کو **لفظ**[231] کہتے ہیں۔**حافظہ** میں **الفاظ** کی لمبائی قطعی ہوتی ہے۔ یوں آٹھ بِٹ **لفظ** ایک بائٹ پر مشتمل ہوگا جبکہ سولہ بِٹ **لفظ** دو بائٹ پر مشتمل ہوگا۔کمپیوٹر میں موجود کُل **حافظہ** کی جسامت بائٹ میں بیان کی جاتی ہے۔یوں آٹھ بِٹ **لفظوں** والی **دو سو الفاظ** کے جسامت والے حافظہ کو دو سو بائٹ کا حافظہ کہیں گے۔حافظہ میں **مواد داخل** کرنے کو مواد **لکھنا**[232] کہتے ہیں جبکہ اس سے مواد کے حصول کو مواد **پڑھنا**[233] کہتے ہیں۔اس باب میں انہیں قسم کے الیکٹرانک **حافظہ** پر غور کیا جائے گا۔

حافظہ کے **دو** اہم اقسام ہیں۔**حافظہ** کی پہلی قسم میں **معلومات** اس وقت تک محفوظ رہتی ہے جتنی دیر **حافظہ** کو درکار برقی طاقت مہیا کی جائے۔اس طرح کے حافظہ کو **عارضی حافظہ**[234] کہتے ہیں۔ **عارضی حافظہ** میں معلومات کسی بھی وقت، حافظہ کے اندر کسی بھی جگہ، **لکھی** جا سکتی ہے یا اسے یہاں سے **پڑھا** جا سکتا ہے۔معلومات کا، حافظہ میں کسی بھی جگہ، **لکھنے** یا یہاں سے **پڑھنے** کے لئے درکار وقت تمام جگہوں کے لئے تقریباً برابر ہوتا ہے۔اس دورانیہ کو **حافظہ کا دورانیہ رسائی**[235] یا صرف **دورانیہ رسائی** کہتے ہیں۔یوں **عارضی حافظہ** میں مواد **لکھی** بھی جا سکتی ہے اور اس سے **پڑھی** بھی جا

229 memory

230 byte

231 word

232 write

233 read

234 random access memory (RAM), volatile memory

235 memory access time

سکتی ہے۔

دوسری قسم کی **حافظہ** وہ ہے جس میں برقی طاقت کی عدم موجودگی میں بھی اس میں مواد محفوظ رہتا ہے تاہم اس میں معلومات **پڑھنے** کی خاطر حافظہ کو درکار برقی طاقت فراہم کرنا لازم ہوتا ہے۔اس قسم کے حافظہ کو **پختہ حافظہ**[236] کہتے ہیں۔**پختہ حافظہ** میں معلومات کسی بھی وقت، حافظہ کے اندر کسی بھی جگہ سے، **پڑھی** جا سکتی ہے۔معلومات کا، حافظہ میں کسی بھی جگہ سے، حصول کا وقت تمام جگہوں کے لئے تقریباً برابر ہوتا ہے اور اسے **حافظہ کا دورانیہ رسائی** کہتے ہیں۔عام استعمال میں پختہ حافظہ سے معلومات صرف پڑھی جاتی ہے۔**پختہ حافظہ** کی مختلف اقسام میں معلومات محفوظ کرانے کے طریقے مختلف ہیں۔ایک قسم میں معلومات صرف اور صرف ایک مرتبہ لکھی جا سکتی ہے۔یوں یہ صرف ایک مرتبہ معلومات کی لکھائی کے لئے استعمال ہو سکتا ہے۔اسے **ایک مرتبہ لکھنے کے قابل پختہ حافظہ**[237] کہتے ہیں۔دوسری قسم کی **پختہ حافظہ** کو دوبارہ معلومات لکھنے کے لئے استعمال کیا جا سکتا ہے لیکن ایسا کرنے سے پہلے اس سے پرانی معلومات صاف کرنی ضروری ہے۔جدید پختہ حافظہ کو برقی دباؤ کی مدد سے صاف کیا جا سکتا ہے۔ایسے پختہ حافظہ کو **برقی دباؤ سے صاف ہونے والا پختہ حافظہ**[238] کہتے ہیں۔اس سے قبل پختہ حافظہ کی ایک قسم کو شعائیں کی مدد سے صاف کیا جاتا تھا۔اسے **شعائیں سے صاف ہونے والا پختہ حافظہ**[239] کہتے ہیں۔

9.1 عارضی حافظہ

اس حصہ میں عارضی حافظہ کی بناوٹ پر غور کیا جائے گا۔ایک بِٹ حافظہ بنیادی طور ایک پلٹ ہوتا ہے جس میں مواد لکھنے اور اس میں سے مواد پڑھنے کی صلاحیت موجود ہو۔چونکہ حافظہ عموماً کثیر تعداد کے بٹوں پر مشتمل ہوتا ہے لہٰذا

---

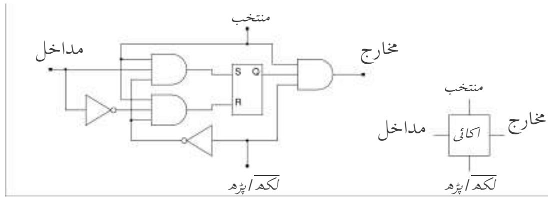
236 read only memory (ROM), non-volatile memory

237 one time programmable read only memory (OTP)

238 electrically erasible read only memory (EEROM ، $E^2 PROM$)

239 UV erasable read only memory (UV erasable ROM)

حافظہ میں ہر پلٹ تک لکھنے اور پڑھنے کی خاطر رسائی ضروری ہوتی ہے۔شکل 9.1 میں **ثنائی عارضی حافظہ کے اکائی**[240] کی بناوٹ اور علامت دکھائی گئی ہے جس میں مندرجہ بالا تمام خاصیت موجود ہیں۔شکل میں مواد ذخیرہ کرنے کے لئے ایس-آر پلٹ استعمال کیا دکھایا گیا ہے۔حقیقت میں کئی طریقہ استعمال کئے جاتے ہیں جنہیں بعد میں بتلایا جائے گا۔



شکل 9.1: اکائی حافظہ

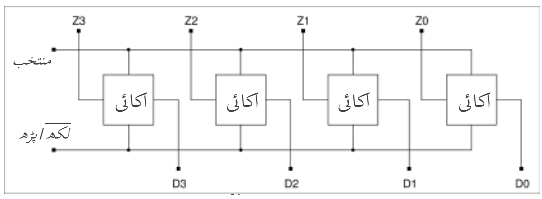
اس **اکائی حافظہ** سے رجوع کرنے کی خاطر **منتخب** اشارہ[241] کو بلند کیا جاتا ہے۔ایسا کرنے کے بعد، اس میں مواد لکھنے کی خاطر *لکھ/پڑھ* کو پست کر کے اسے داخلی مواد فراہم کیا جاتا ہے جبکہ اس سے مواد پڑھنے کی خاطر *لکھ/پڑھ* کو بلند

240 binary memory cell (BC)

241 **منتخب** یہاں بطور ایک **قابو اشارہ** کے استعمال کیا جا رہا ہے۔اس کا **منتخب کار** کے ساتھ کائی تعلق نہیں۔دراصل **حافظہ** میں مواد ذخیرہ کرنے کے بہت سے مقام پائے جاتے ہیں۔ان مقامات میں سے کسی ایک تک رسائی اس **اشارہ** کی مدد سے ممکن ہوتا ہے۔

کیا جاتا ہے اور اس سے مواد D پڑھی جاتی ہے۔

زیادہ بِٹ کا حافظہ اسی اکائی حافظہ کی مدد سے حاصل کیا جاتا ہے۔شکل 9.2 میں چار بِٹ کے ایک **لفظ** کا حافظہ دکھایا گیا ہے جس میں تمام **اکائی حافظہ** کے منتخب اشارات ایک ساتھ جوڑے گئے ہیں اور اسی طرح تمام لکھ/پڑھ کے اشارات ایک ساتھ جوڑے گئے ہیں۔یوں اس **لفظ** کے چاروں بِٹ بیک وقت منتخب ہوتے ہیں اور اس میں مواد Z بیک وقت لکھا یا اس میں ذخیرہ مواد D بیک وقت پڑھا جاتا ہے۔



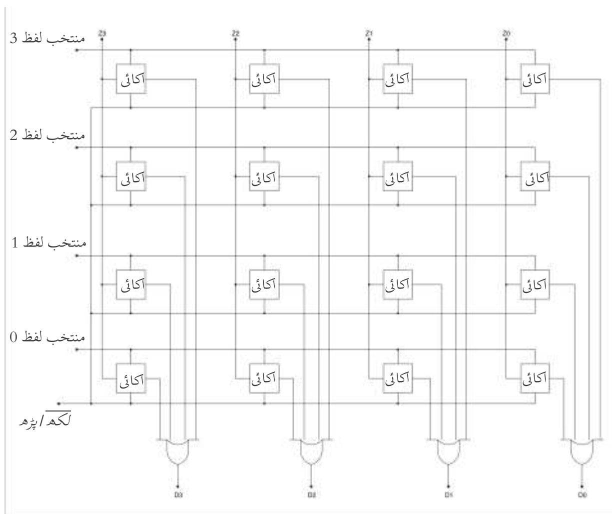
شکل 9.2: ایک لفظ حافظہ

ایک قدم اور آگے بڑھتے ہیں اور اس طرح کے کئی **الفاظ** جوڑ کر زیادہ الفاظ کا حافظہ حاصل کرتے ہیں۔شکل 9.3 میں چار الفاظ جوڑ کر حافظہ بنایا گیا ہے۔

عام حالت میں تمام منتخب اشارات پست[242] رہتے ہیں۔یوں حافظہ کے تمام الفاظ تک رسائی نا ممکن ہوتی ہے۔حافظہ میں مواد لکھنے کی خاطر مواد Z کو داخلی راستے

242 یعنی منتخب لفظ 0، منتخب لفظ 1 وغیرہ پست رہتے ہیں

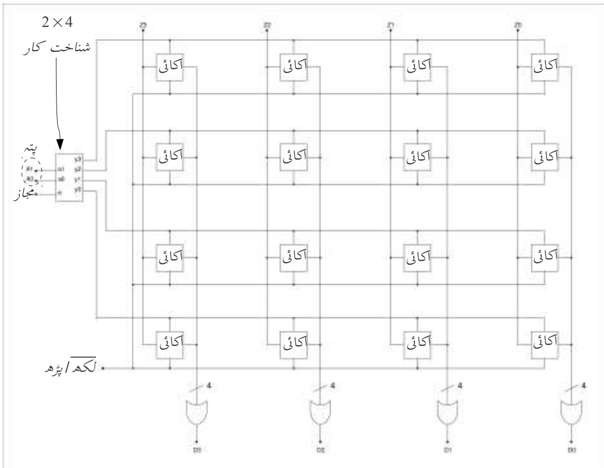
فراہم کیا جاتا ہے، لکھ/پڑھ کو پست رکھ کر مطلوبہ مقام کی منتخب اشارہ بلند کیا جاتا ہے۔یوں مواد مطلوبہ لفظ کے مقام پر لکھ لیا جاتا ہے۔مثلاً ہم چاہتے ہیں کہ اعشاری عدد تین یعنی 3_{10} کی ثنائی علامتی روپ یعنی 0011_2 کو حافظہ کے لفظ 2 کے مقام پر لکھا جائے۔ایسا کرنے کی خاطر ہم مداخل Z پر 0011_2 مہیا کرتے ہوئے، لکھ/پڑھ کو پست کر دیں گے اور منتخب لفظ 2 کے اشارہ کو بلند کر دیں گے۔ ایسا کرنے سے شکل میں لفظ 2 پر 0011_2 لکھ لیا جائے گا۔یاد رہے کہ اس دوران بقایا منتخب اشارات پست رہتے ہیں۔اسی لفظ کو پڑھنے کی خاطر ہم لکھ/پڑھ کو بلند رکھ کر منتخب لفظ 2 کا اشارہ بلند کریں گے۔ایسا کرتے ہی مخارج D پر 0011_2 خارج ہو گا جسے یہاں سے پڑھا جا سکتا ہے۔



شکل 9.3: چار الفاظ کا عارضی حافظہ

حقیقی حافظہ میں الفاظ تک رسائی پتہ کے ذریعہ کیا جاتا ہے۔چار الفاظ تک

رسائی، دو بِٹ پتہ A استعمال کرتے، دو سے چار **شناخت کار** کی مدد سے ممکن ہے۔ شکل 9.4 میں ایسا ہی دکھایا گیا ہے۔



شکل 9.4: چار الفاظ عارضی حافظہ کی بہتر شکل

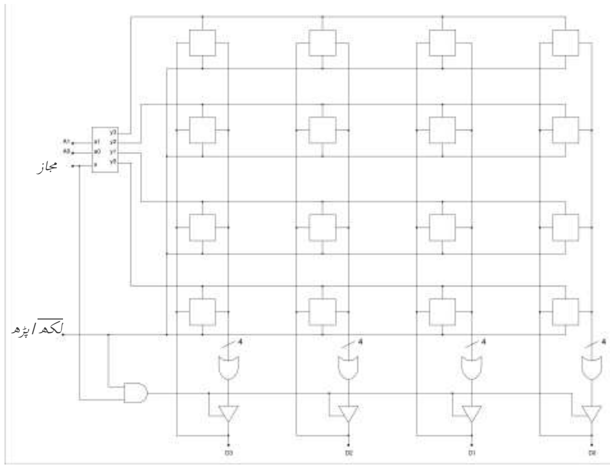
حافظہ کے استعمال کو شکل 9.5 میں جدول کی صورت میں دکھایا گیا ہے۔ مجاز پست ہونے کی صورت میں حافظہ کثیر مقاومت حالت اختیار کر کے بیرونی ادوار سے مکمل طور منقطع ہو جاتا ہے۔

مجاز	$\overline{\text{لکھ}}$/پڑھ	A_1	A_0	کارکردگی
0	x	x	x	کثیر مقاومت حال
1	0	0	0	لفظ 0 کے مقام پر لکھ
1	0	0	1	لفظ 1 کے مقام پر لکھ
1	0	1	0	لفظ 2 کے مقام پر لکھ
1	0	1	1	لفظ 3 کے مقام پر لکھ
1	1	0	0	لفظ 0 کے مقام سے پڑھ
1	1	0	1	لفظ 1 کے مقام سے پڑھ
1	1	1	0	لفظ 2 کے مقام سے پڑھ
1	1	1	1	لفظ 3 کے مقام سے پڑھ

شکل 9.5: عارضی حافظہ کا استعمال

شکل 9.4 میں چار بِٹ جمع گیٹ کی ایک نئی علامت استعمال کی گئی ہے۔اس جمع گیٹ کی ایک ہی مداخل دکھائی گئی ہے جس پر چھوٹی ترچی لکیر کے ساتھ 4 لکھ کر اس بات کی وضاحت کی گئی ہے کہ دراصل یہ چار داخلی جمع گیٹ ہے۔اس طرح بنائے گئے ادوار میں گیٹوں کے مداخل کو علیحدہ علیحدہ نہیں دکھایا جاتا بلکہ اس کے تمام مداخل کو ایک ہی داخلی تار کے طور دکھایا جاتا ہے۔یوں دور کو کاغذ پر بناتے ہوئے تاروں کے ہجوم سے نجات حاصل ہو جاتی ہے اور شکل کچھ صاف ستری ہو جاتا ہے۔ یاد رہے کہ ایسا صرف صاف شکل بنانے کی خاطر کیا جاتا ہے۔یوں حافظہ کے گزشتہ دو اشکال بالکل ایک ہی دور کو بنانے کے دو طریقے ہیں۔

اسی طرز پر زیادہ الفاظ کے حافظہ بنائے جاتے ہیں۔دس بِٹ پتہ سے 2^{10} یعنی 1024_{10} مقام تک رسائی ممکن ہے۔کمپیوٹر میں اسی عدد کو ہزار کہتے ہیں۔یوں دو ہزار سے مراد 2048_{10} ہو گا۔



شکل 9.6: مشترکہ داخلی-خارجی راستوں والا چار لفظ عارضی حافظہ

شکل 9.6 میں داخلی اور خارجی راہ کے مابین **وسطی دور** نصب کئے گئے ہیں۔ یوں اگر **مجاز** اور $\overline{\text{لکھ}}$/پڑھ اشارت دونوں بلند ہوں تب D پر حافظہ میں ذخیرہ مواد خارج ہو گا جبکہ اگر **مجاز** بلند اور $\overline{\text{لکھ}}$/پڑھ **پست** ہو تب D پر موجود مواد حافظہ میں لکھ لیا جائے گا۔یوں D بطور مداخل-مخارج دونوں کام کرتا ہے۔

جدید عارضی حافظہ میں لاتعداد الفاظ ذخیرہ کرنے کی گنجائش ہوتی ہے۔شکل 9.7 (ا) میں چار الفاظ حافظہ کے **مخلوط دور**[243] کی علامت دکھائی گئی ہے۔لفظ کے چار **داخلی-خارجی بِٹوں**[244] کو D کے بجائے I/O کہا گیا ہے۔

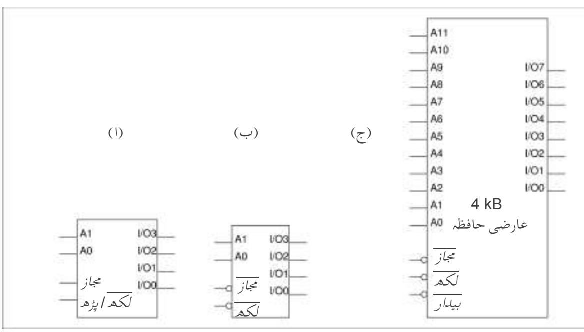
شکل (ب) میں مجاز کی جگہ $\overline{\text{مجاز}}$ استعمال کیا گیا ہے۔ایسا شکل (ا) کے مجاز

243 integrated circuit (IC)

244 input-output pins (I/O)

مداخل پر نفی گیٹ نصب کرنے سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔مزید یہ کہ $\overline{لکھ}$/پڑھ کو اب $\overline{لکھ}$ کہا گیا ہے اور اس کے پن پر گول دائرہ لگا کر اس کے **پست فعال** [245] ہونے کو ظاہر کیا گیا ہے۔یوں اگر $\overline{لکھ}$ پست ہو تو حافظہ میں مواد لکھا جائے گا اور اگر یہ بلند ہو تب اس سے مواد پڑھا جائے گا۔

شکل (ج) میں بارہ بِٹ پتہ اور ایک بائٹ لمبے الفاظ کے عارضی حافظہ کی علامت دکھائی گئی ہے۔بارہ بِٹ پتہ سے $2^{12}=4096_{10}$ بائٹ تک رسائی ممکن ہے۔یوں یہ چار کلو بائٹ[246] کے عارضی حافظہ کے مخلوط دور کی علامت ہے۔اس مخلوط دور میں $\overline{بیدار}$ مداخل کا اضافہ کیا گیا ہے۔آئیں اس کو سمجھتے ہیں۔



شکل 9.7: عارضی حافظہ کے مخلوط ادوار

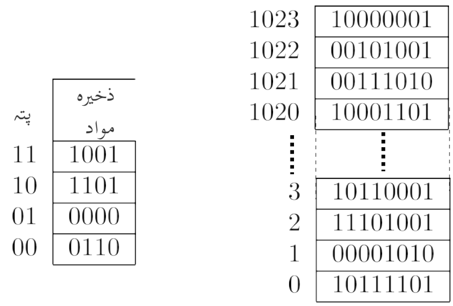
کسی بھی مخلوط دور میں لاتعداد گیٹ پائے جاتے ہیں اور کوئی بھی جدید

245 active low

246 4 kilo Bytes

الیکٹرانک آلا کئی مخلوط ادوار پر مشتمل ہوتا ہے۔یہ تمام کے تمام برقی طاقت سے چلتے ہیں۔ہم کہتے ہیں کہ برقی طاقت انہیں **بیدار** رکھتا ہے۔عام استعمال میں عموماً آلات بیٹری سے برقی طاقت حاصل کرتے ہیں اور اگر کسی طرح درکار برقی طاقت کو کم کیا جا سکے تو بیٹری زیادہ دیر کارآمد رہے گی۔

کسی بھی الیکٹرانک آلا میں مختلف مخلوط ادوار کی مختلف لمحات پر ضرورت پڑتی ہے۔ان لمحات کے علاوہ اگر انہیں **بیدار** رکھا جائے تو یہ برقی توانائی کا استعمال کریں گے۔ بلکہ ایسا کہنا بہتر ہوگا کہ اس دوران یہ برقی توانائی ضائع کریں گے۔ایسے اوقات نہ استعمال ہونے والے مخلوط ادوار کو برقی طاقت منقطع نہیں کیا جا سکتا۔عارضی حافظہ کی مثال لیتے ہم دیکھتے ہیں برقی طاقت نہ ملنے پر اس میں مواد محفوظ نہیں رہ سکتا البتہ ایسا ممکن ہے کہ عارضی حافظہ کو صرف اتنی برقی طاقت مہیا کی جائے کہ یہ صرف مواد محفوظ رکھنے کے قابل ہو یعنی اسے نڈھال سی کیفیت میں ڈالا جا سکتا ہے۔عارضی حافظہ کے مخلوط دور میں *بیدار* مداخل اس مقصد کے لئے مہیا کیا گیا ہے۔جس لمحہ مخلوط دور کی ضرورت ہو، اس لمحہ اس کے *بیدار* مداخل پست کر کے اسے بیدار کیا جاتا ہے اور استعمال کے بعد اسے فوراً دوبارہ نڈھال کر دیا جاتا ہے۔نڈھال صورت میں مخلوط دور بیرونی دنیا سے، دو طرفہ وسطی دور کی مدد سے، مکمل طور منقطع رہتا ہے اور اس میں نہ کچھ لکھا جا سکتا ہے اور نہ ہی اس سے کچھ پڑھا جا سکتا ہے۔اس دوران حافظہ کمتر برقی توانائی خرچنے والے حال میں ہوتا ہے۔عموماً بیدار کئے جانے والے مخلوط دور کی **شناخت کار** کی مدد سے شناخت کی جاتی ہے۔

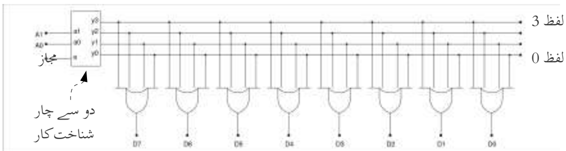


شکل 9.8: حافظہ کا تصوراتی تصویر

چار الفاظ حافظہ کا تصوراتی تصویر شکل 9.8 میں دکھایا گیا ہے جہاں دو بِٹ پتہ اور چار بِٹ مواد کو ثنائی شکل میں لکھا گیا ہے۔اسی شکل میں ایک کلو بائٹ حافظہ کا تصوراتی تصویر بھی دیا گیا ہے جس میں مواد کو ثنائی شکل جبکہ پتہ کو اعشاری شکل میں لکھا گیا ہے۔

مشق: 6116 عارضی حافظہ کے معلوماتی صفحات سے اس کی جسامت حاصل کریں۔

9.2 پختہ حافظہ

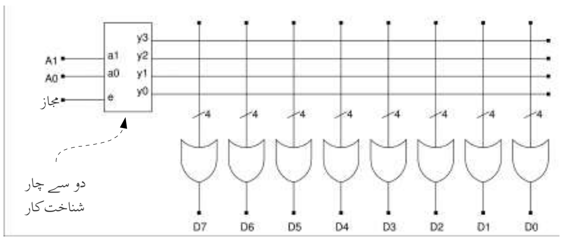


شکل 9.9: چار بائٹ پختہ حافظہ کا اندرونی ساخت

پختہ حافظہ سے مراد ایسا حافظہ ہے جس میں مواد برقی طاقت کی عدم موجودگی میں بھی محفوظ رہتا ہو۔پختہ حافظہ کا بنیادی استعمال وہاں ہوتا ہے جہاں مواد بار بار تبدیل نہ ہو۔

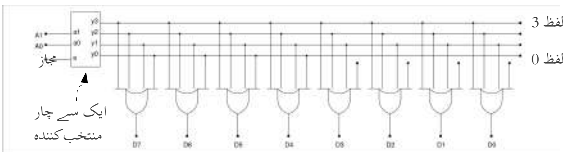
عارضی حافظہ کی طرح پختہ حافظہ بھی مختلف لمبائی کے الفاظ پر مشتمل ہوتا ہے۔لفظوں تک رسائی پتہ کے ذریعہ کیا جاتا ہے۔یوں n بِٹ پتہ والا پختہ حافظہ میں 2^n الفاظ ہوں گے۔

بائٹ لمبے الفاظ والے چار الفاظ کے پختہ حافظہ کی اندرونی ساخت شکل 9.9 میں دکھائی گئی ہے۔اسی کو بہتر طور شکل 9.10 میں دکھایا گیا ہے جہاں چار داخلی جمع گیٹ کی صاف شکل استعمال کی گئی ہے۔دو سے چار **شناخت کار**، پتہ کے دو بِٹ سے چار مقام تک رسائی ممکن بناتا ہے۔یوں چار الفاظ تک رسائی ممکن ہوتی ہے۔



شکل 9.10: چار بائٹ پختہ حافظہ کا اندرونی ساخت

شکل 9.9 میں بالکل نیا غیر استعمال شدہ پختہ حافظہ دکھایا گیا ہے۔پتہ 00_2 ہونے کی صورت میں،دو سے چار شناخت کار، y_0 کو بلند کر کے لفظ 0 چنے گا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس طرح تمام جمع گیٹ کے مخارج بلند ہوں گے۔یوں D مداخل پر 11111111_2 خارج ہو گا۔پتہ 01_2 ہونے کی صورت میں لفظ 1 چنا جائے گا اور ایک مرتبہ پھر D پر 11111111_2 خارج ہو گا۔آپ تسلی کر لیں کہ چاروں پتہ پر یہی مواد ملتا ہے۔کسی بھی نئے غیر استعمال شدہ پختہ حافظہ کے ہر لفظ کے تمام بِٹوں میں 1 پایا جاتا ہے۔



شکل 9.11: حافظہ میں لکھائی کی ترکیب

آپ نے دیکھا کہ y_0 بلند ہونے سے تمام جمع گیٹوں کو یہی بلند اشارہ ملتا ہے اور یوں تمام جمع گیٹوں کے مخارج بلند ہو جاتے ہیں۔اگر y_0 کا کسی جمع گیٹ سے جوڑ منقطع کیا جائے تو y_0 کا اشارہ اس جمع گیٹ تک نہ پہنچ پائے گا۔شکل 9.11 میں اس طرح دائیں جانب چار جمع گیٹوں کو y_0 سے منقطع کیا گیا ہے۔اس صورت لفظ 0 پڑھنے سے 11110000_2 حاصل ہوتا ہے۔یہ ذہن میں رکھیں کہ جمع گیٹ کے، اس طرح کہیں نہ جڑے ہوئے مداخل، جمع گیٹ کے مخارج پر کوئی اثر نہیں رکھتے۔

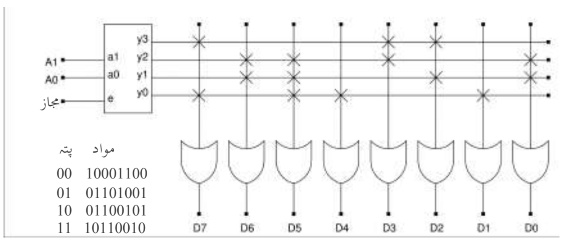
اس بحث سے آپ پختہ حافظہ میں لکھنے کے عمل کو بخوبی سمجھ گئے ہوں گے۔ پختہ حافظہ میں اس طرح جوڑوں کو توڑ کر کے مواد لکھا جاتا ہے۔اس طرح کے حافظہ میں ہر جوڑ دراصل ایک برقی فیوز [247] ہوتا ہے۔کسی بھی جوڑ کو توڑنے کی خاطر اس جوڑ پر نصب فیوز[248] میں اس کے استعداد سے زیادہ برقی رو گزار کے پگھلا کر توڑا جاتا ہے۔

247 fuse

248 فیوز دراصل باریک برقی تار کو کہتے ہیں جو زیادہ برقی رو گزرنے سے پگل جاتا ہے اور یوں برقی جوڑ منقطع کر دیتا ہے

حافظہ میں مطلوبہ لکھے جانے والے مواد کو شکل 9.8 کی طرح جدول میں لکھا جاتا ہے۔جدول میں باری باری ایک ایک لفظ کو دیکھتے ہوئے، جس بِٹ کے مقام پر 0 ہو، حافظہ کے اندر اسی لفظ کے اسی بِٹ کا جوڑ تباہ کر دیا جاتا ہے۔

شکل 9.11 میں جمع گیٹوں کے مداخل اور دو سے چار شناخت کار کے مخارج کے مابین جوڑ، گول دائرہ سے دکھائے گئے ہیں۔شکل 9.12 میں لکھا گیا مواد جدول میں دیا گیا ہے۔اس طرح اشکال میں غیر تباہ شدہ جوڑوں کو صلیبی نشان سے ظاہر کیا جاتا ہے۔اس شکل کو بخوبی سمجھنا نہایت ضروری ہے۔



شکل 9.12: حافظہ میں مواد لکھنے کا عمل

اب تک حافظہ میں چار الفاظ ہونے کی وجہ سے 4 داخلی جمع گیٹ استعمال کئے گئے۔ایک لفظ 8 بِٹ ہونے کی وجہ سے کُل 8 جمع گیٹ استعمال کئے گئے۔یوں حافظہ میں کُل 4×8 یعنی بتیس برقی جوڑ یا فیوز ہیں۔ n بِٹ پتہ والے حافظہ میں چونکہ 2^n الفاظ ہوتے ہیں لہٰذا ایسے حافظہ میں 2^n داخلی جمع گیٹ استعمال کئے جاتے۔اگر حافظہ کا ایک لفظ m بِٹ پر مشتمل ہو تب جمع گیٹوں کی تعداد m ہو

گی۔یوں حافظہ میں کُل جوڑوں کی تعداد $m\times 2^n$ ہو گی۔

شعائیں سے صاف ہونے والا پختہ حافظہ میں بار بار لکھائی ممکن ہے۔اس کے برقی جوڑ، برقی فیوز سے نہیں بنائے جاتے بلکہ اس کے ہر جوڑ کو ایک سوئچ [249] تصور کیا جائے جسے مخصوص طریقہ سے برقی طاقت کے ذریعہ منقطع کیا جا سکتا ہے۔منقطع جوڑوں کو دوبارہ جوڑنے کی خاطر حافظہ کو شعائیں میں کچھ دیر رکھا جاتا ہے۔

جدید **برقی دباؤ سے صاف ہونے والا پختہ حافظہ** میں بار بار لکھائی ممکن ہے۔اس طرز کے حافظہ میں لکھائی برقی دباؤ سے کی جاتی ہے اور اسے صاف بھی برقی دباؤ سے ہی کیا جاتا ہے۔

پختہ حافظہ میں لکھائی **مخلوط ادوار کے پروگرامر** [250] سے کی جاتی ہے۔

9.3 حافظہ کی جسامت بڑھانے کے ترکیب

عارضی حافظہ کے مخلوط دور کے قابو کرنے والے عمومی مداخل $\overline{\text{بیدار}}$ ، $\overline{\text{مجاز}}$ اور $\overline{\text{لکھ}}$/پڑھ ہوتے ہیں جبکہ پختہ حافظہ کے $\overline{\text{بیدار}}$ اور $\overline{\text{مجاز}}$ ہوتے ہیں۔ اس حصہ میں تصور کیا گیا ہے کہ یہاں تمام استعمال کئے گئے حافظہ کے قابو مداخل صرف $\overline{\text{بیدار}}$ اور $\overline{\text{لکھ}}$/پڑھ ہیں۔انہیں کی مدد سے آپ ایک سے زیادہ حافظہ آپس میں جوڑنا سیکھیں گے۔حقیقت میں عموماً $\overline{\text{بیدار}}$ کے علاوہ تمام حافظہ کے ایک جیسے قابو مداخل اکٹھے جوڑے جاتے ہیں۔یوں تمام حافظہ کے $\overline{\text{مجاز}}$ مداخل اکٹھے جوڑے جائیں گے اور اسی طرح ان کے تمام $\overline{\text{لکھ}}$/پڑھ اکٹھے جوڑے جائیں گے۔

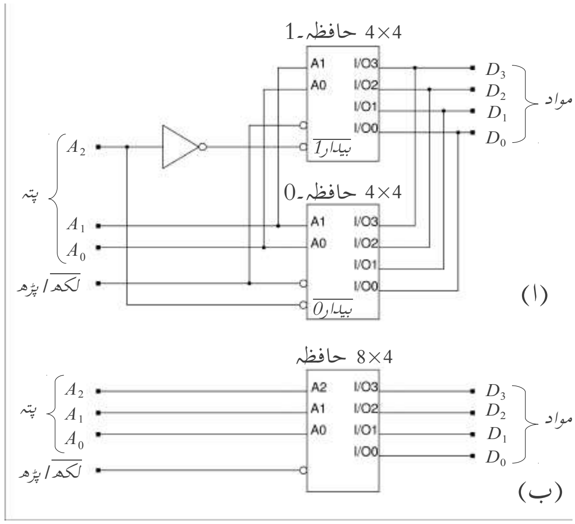
9.3.1 دو عدد 4×4 حافظہ کے سلسلہ وار جوڑنے سے ایک عدد 8×4 حافظہ کا حصول

کبھی کبھار درکار جسامت کا **حافظہ** میسر نہیں ہوتا۔ایسی صورت میں مایک سے

249 switch

250 IC programmer

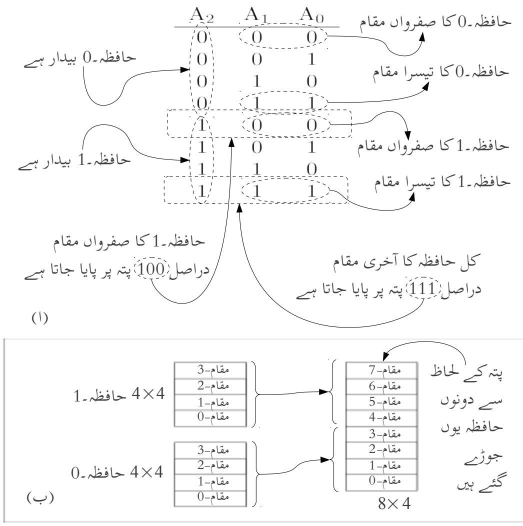
زیادہ حافظہ کو اکٹھے جوڑ کر درکار بائٹ ذخیرہ کرنا ممکن بنایا جاتا ہے۔شکل 9.13 (ا) میں دو عدد 4×4 حافظہ جوڑ کر دگنے جسامت کا 8×4 حافظہ حاصل کیا گیا ہے۔ان دو چھوٹے حافظہ کو حافظہ-0 اور حافظہ-1 کہا گیا ہے۔ آئیے اس شکل پر غور کرتے ہیں۔شکل (ا) میں دونوں حافظہ کے پتہ کے بِٹ آپس میں جوڑے گئے ہیں یعنی حافظہ-0 کا A_0 حافظہ-1 کے A_0 کے ساتھ جوڑا گیا ہے۔اسی طرح حافظہ-0 کا A_1 حافظہ-1 کے A_1 کے ساتھ جوڑا گیا ہے۔اسی طرح ان کے مواد کے بِٹ بھی آپس میں جوڑے گئے ہیں یعنی حافظہ-0 کے D_0 ، D_1 ، D_2 اور D_3 کو اسی ترتیب سے حافظہ-1 کے D_0 ، D_1 ، D_2 اور D_3 کے ساتھ جوڑا گیا ہے۔البتہ حافظہ-1 کے $\overline{بیدار}$ مداخل (جسے $\overline{بیدار1}$ کہا گیا ہے) کو نفی گیٹ کے ذریعہ A_2 کے ساتھ جوڑا گیا ہے جبکہ حافظہ-0 کے $\overline{بیدار}$ مداخل(جسے $\overline{بیدار0}$ کہا گیا ہے)کو سیدھا A_2 کے ساتھ جوڑا گیا ہے۔



شکل 9.13: دو حافظہ جوڑنے کا طریقہ

شکل 9.14 (ا) میں پتہ کے تین بِٹوں کے تمام ترتیب دکھائے گئے ہیں۔ A_2 پست ہونے سے $\overline{\text{بیدار}0}$ پست ہوتا ہے جس سے حافظہ-0 جاگ اٹھتا ہے جبکہ حافظہ-1 نڈھال صورت میں رہتا ہے۔اسی طرح A_2 بلند ہونے سے $\overline{\text{بیدار}1}$ پست ہوتا ہے جس سے حافظہ-1 جاگ اٹھتا ہے جبکہ حافظہ-0 نڈھال صورت اختیار کر لیتا ہے۔

یوں اگر A_2 پست ہو تب پتہ کے بقایا دو بِٹ یعنی A_0 اور A_1 حافظہ-0 کے مختلف مقامات تک رسائی ممکن بناتا ہے۔پتہ کے تینوں بِٹ کو دیکھتے ہوئے اس طرح پتہ 000_2 حافظہ-0 کے صفرویں مقام تک رسائی دیتا ہے جبکہ پتہ 011_2 حافظہ-0 کے تیسرے مقام تک رسائی دیتا ہے۔



شکل 9.14: حافظہ میں مقامات کا تعین

اسی طرح اگر A_2 بلند ہو تب پتہ کے بقایا دو بِٹ یعنی A_0 اور A_1 حافظہ-1 کے مختلف مقامات تک رسائی ممکن بناتے ہیں۔یوں پتہ 100_2 حافظہ-1 کے صفرویں مقام تک رسائی دیتا ہے جبکہ پتہ 111_2 حافظہ-1 کے تیسرے مقام تک رسائی دیتا ہے۔

گزشتہ دو پیراگراف کو اس طرح بھی دیکھا جا سکتا ہے کہ دئے گئے دو عدد چار الفاظ والے حافظہ مل کر ایک عدد آٹھ الفاظ حافظہ کے طور کام کرتے ہیں۔الفاظ کی لمبائی جوں کی توں چار بِٹ ہی رہتی ہے۔اس طرح دیکھتے ہوئے پتہ 000_2 کل حافظہ کے صفرویں مقام تک رسائی دیتا ہے، پتہ 011_2 کل حافظہ کے تیسرے مقام تک رسائی دیتا ہے، پتہ 100_2 کل حافظہ کے چوتھے مقام تک رسائی دیتا ہے اور پتہ 111_2 کل حافظہ کے ساتویں مقام تک رسائی دیتا ہے۔آپ نے دیکھا کہ یوں دو عدد 4×4 حافظہ جوڑنے

سے ایک عدد 8×4 حافظہ حاصل کیا جا سکتا ہے اور آپ کو ان کے اندرونی ساخت پر ہر وقت دوبارہ غور کرنے کی ضرورت نہیں ہوتی۔شکل 9.13 (ب) میں اس حقیقت کو مدِ نظر رکھتے ہوئے ان دو حافظہ، بمع نفی گیٹ کے، کو بطور ایک ہی 8×4 حافظہ کے دکھایا گیا ہے جس کے تین پتہ کے بِٹ اور چار مواد کے بِٹ ہیں۔اسی طرح شکل 9.14 (ب) میں تین بِٹ پتہ کی نسبت سے دونوں حافظہ کے مقامات دکھائے گئے ہیں۔اس شکل سے واضح ہے کہ ان دو چھوٹے حافظہ کو پتہ کے لحاظ سے علیحدہ علیحدہ مقامات پر رکھا گیا ہے اور حافظہ۔0 کے آخری لفظ کے اگلے مقام پر حافظہ۔1 کا صفرواں لفظ پایا جاتا ہے۔یوں پتہ کے لحاظ سے ان دو حافظہ کو سلسلہ وار قریب رکھا گئے ہیں۔ آپ بھی دو یا دو سے زیادہ حافظہ جوڑتے وقت اس طرح کی تصوراتی شکل ذہن میں بنایا کریں۔

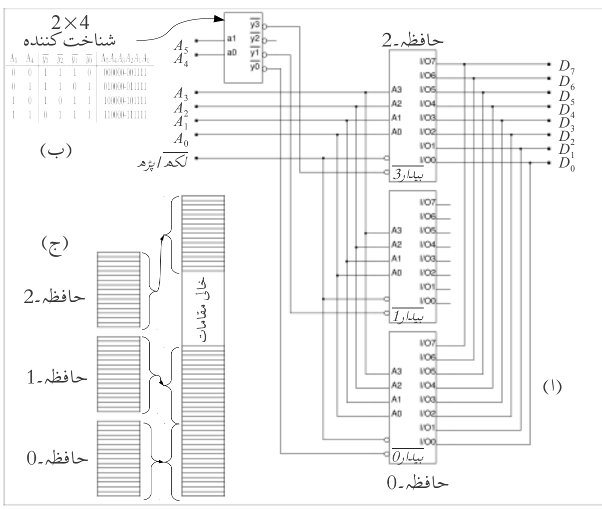
اس مثال میں 4×4 جسامت کے حافظہ استعمال کئے گئے جنہیں دو پتہ کے بِٹ یعنی A_0 اور A_1 درکار تھے۔یوں ان دو بِٹ کو استعمال کر کے بیدار حافظہ کے مختلف مقامات تک رسائی حاصل کی جاتی ہے جبکہ اگلے بِٹ یعنی A_2 کو استعمال کر کے ان دو حافظہ کو پتہ کے لحاظ سے مختلف مقامات پر رکھا گیا۔یہی طریقہ کار زیادہ جسامت کے حافظہ کے ساتھ بھی استعمال کیا جا سکتا ہے۔یوں دو عدد دس بِٹ پتہ والے حافظہ جوڑتے وقت A_0 تا A_9 بِٹ بیدار حافظہ کے مختلف مقامات تک رسائی کے لئے استعمال کئے جائیں گے جبکہ اگلا بِٹ یعنی A_{10} انہیں جداگانہ طور پر $\overline{\text{بیدار}}$ مداخل کی مدد سے بیدار کرنے کے لئے استعمال کیا جئے گا۔

9.3.2 تین عدد 16×8 حافظہ کے سلسلہ وار جوڑنے سے ایک عدد 48×8 حافظہ کا حصول

شکل 9.15 (ا) میں پست مخارج والے 2×4 **شناخت کار** کے استعمال سے تین عدد 16×8 جسامت کے حافظہ جوڑے گئے ہیں۔ان حافظہ کو حافظہ-0، حافظہ-1 اور حافظہ-3 کہا گیا ہے۔تینوں حافظہ کے پتہ بِٹ A_0 آپس میں جوڑے گئے ہیں۔اسی طرح A_1 ، A_2 اور A_3 بھی جوڑے گئے ہیں۔تینوں حافظہ کے مواد کے آٹھ مخارج بِٹ

یعنی D_0 تا D_7 بھی اسی طرح جوڑے گئے ہیں۔البتہ ان کے $\overline{\text{بیدار}}$ مداخل علیحدہ علیحدہ رکھے گئے ہیں۔اس طرح ایک وقت پر صرف ایک حافظہ کے $\overline{\text{بیدار}}$ مداخل کو پست کر کے بیدار کیا جاتا ہے اور اس کے سولہ مقامات تک A_0 تا A_3 کی مدد سے رسائی حاصل کی جاتی ہے۔

شناخت کار کو پتہ کے بِٹ A_4 اور A_5 بطور مدخل مہیا کئے گئے ہیں جبکہ اس کے مخارج $\overline{y_0}$ ، $\overline{y_1}$ ، $\overline{y_2}$ اور $\overline{y_3}$ ہیں۔**شناخت کار** ان دو پتہ کے مداخل بِٹوں کی مدد سے مطلوبہ حافظہ کی شناخت کرتا ہے۔**شناخت کار** کا نام یہی سے نکلا ہے۔



شکل 9.15: حافظہ جوڑنے کا عمومی طریقہ

جیسا کہ آپ جانتے ہیں، **شناخت کار** کے مداخل کے کسی بھی ترتیب اس کے مخارج میں سے صرف ایک کو چنتی ہے۔شکل (ب) میں **شناخت کار** کا جدول دکھایا گیا

ہے جس میں دائیں جانب ایک اضافی قطار بنائی گئی ہے۔آئیں اس جدول پر غور کریں۔
A_4 اور A_5 پست ہونے کی صورت میں $\overline{y_0}$ پست ہو گا جو کہ حافظہ۔0 کے $\overline{بیدار 0}$ کے ساتھ جڑا ہے۔یوں $A_5A_4=00$ سے حافظہ۔0 کی شناخت ہوتی ہے اور اسے بیدار کیا جاتا ہے۔ $A_5A_4=00$ رکھتے ہوئے بقایا چار پتہ کے بِٹ آزادانہ طور پر بلند یا پست ہو سکتے ہیں یعنی $A_3A_2A_1A_0$ کی قیمت 0000_2 تا 1111_2 ہو سکتی ہے۔یوں حافظہ۔0 کے سولہ مقامات تک رسائی کی جائے گی۔تمام پتہ بِٹوں کو اکٹھا لکھتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ اس حافظہ کے مختلف مقامات تک رسائی کرتے وقت $A_5A_4A_3A_2A_1A_0$ کی قیمت 000000_2 تا 001111_2 ہوتی ہے۔جدول کے دائیں قطار میں یہی حدیں لکھی گئی ہیں۔شکل (ج) میں نچلی جانب کے سولہ خانے انہیں مقامات کو ظاہر کرتے ہیں۔حافظہ۔0 کا آخری مقام، یعنی پندرواں مقام، کل حافظہ کے مقام 001111_2 پر پایا جاتا ہے۔

A_4 بلند اور A_5 پست ہونے کی صورت میں $\overline{y_1}$ پست ہو گا جو کہ حافظہ۔1 کے $\overline{بیدار 1}$ کے ساتھ جڑا ہے۔یوں $A_5A_4=01$ سے حافظہ۔1 کی شناخت ہوتی ہے اور اسے بیدار کیا جاتا ہے۔ $A_5A_4=01$ رکھتے ہوئے بقایا چار پتہ کے بِٹ آزادانہ طور پر بلند یا پست ہو سکتے ہیں یعنی $A_3A_2A_1A_0$ کی قیمت 0000_2 تا 1111_2 ہو سکتی ہے۔یوں حافظہ۔1 کے سولہ مقامات تک رسائی کی جائے گی۔اس حافظہ کے مختلف مقامات تک رسائی کرتے وقت $A_5A_4A_3A_2A_1A_0$ کی قیمت 010000_2 تا 011111_2 ہوتی ہے۔جدول کے دائیں قطار میں یہی حدیں لکھی گئی ہیں۔شکل (ج) میں نچلی جانب سے سولہ خانے اوپر اگلے سولہ خانے انہیں مقامات کو ظاہر کرتے ہیں۔جیسا پہلے ذکر ہوا، حافظہ۔0 کا آخری مقام کل حافظہ کے مقام 001111_2 پر پایا جاتا ہے جبکہ حافظہ۔1 کا صفرواں مقام اس سے اگلے یعنی 010000_2 پر پایا جاتا ہے۔شکل (ج) میں صاف ظاہر ہے کہ جہاں حافظہ۔0 کا اختتام ہے وہیں سے حافظہ۔1 شروع ہوتا ہے۔

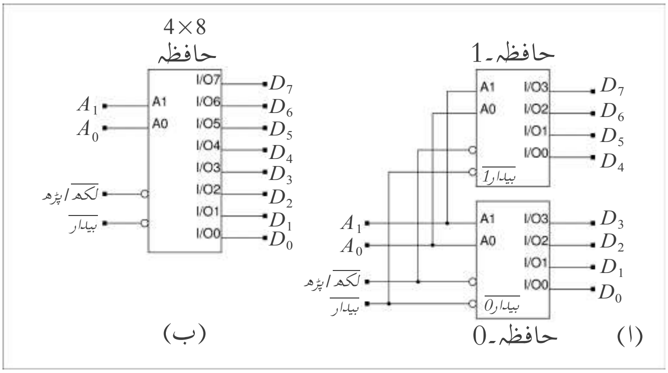
A_4 پست اور A_5 بلند ہونے کی صورت میں $\overline{y_2}$ پست ہو گا جو کہ کسی بھی حافظہ کے ساتھ نہیں جڑا۔ یوں $A_5A_4=10$ سے کسی بھی حافظہ کی شناخت نہیں

ہوتی ہے۔ $A_5\,A_4=10$ رکھتے ہوئے بقایا چار پتہ کے بِٹ آزادانہ طور پر بلند یا پست ہو سکتے ہیں یعنی $A_3\,A_2\,A_1\,A_0$ کی قیمت 0000_2 تا 1111_2 ہو سکتی ہے۔یوں $A_5\,A_4\,A_3\,A_2\,A_1\,A_0$ کی قیمت 100000_2 تا 101111_2 ہو گی لیکن ان تمام مقامات پر نہ تو کچھ لکھا جا سکتا ہے اور نہ ہی یہاں سے کچھ پڑھا جا سکتا ہے ۔جدول کے دائیں قطار میں یہی حدیں لکھی گئی ہیں۔شکل (ج) میں ان مقامات کو **خالی مقامات** لکھ کر ظاہر کیا گیا ہے۔

A_4 اور A_5 دونوں بلند ہونے کی صورت میں $\overline{y_3}$ پست ہو گا جو کہ حافظہ۔3 کے $\overline{\text{بیدار}3}$ کے ساتھ جڑا ہے۔یوں $A_5\,A_4=11$ سے حافظہ۔3 کی شناخت ہوتی ہے اور اسے بیدار کیا جاتا ہے۔ $A_5\,A_4=11$ رکھتے ہوئے بقایا چار پتہ کے بِٹ آزادانہ طور پر بلند یا پست ہو سکتے ہیں یعنی $A_3\,A_2\,A_1\,A_0$ کی قیمت 0000_2 تا 1111_2 ہو سکتی ہے۔یوں حافظہ۔3 کے سولہ مقامات تک رسائی کی جائے گی۔اس حافظہ کے مختلف مقامات تک رسائی کرتے وقت $A_5\,A_4\,A_3\,A_2\,A_1\,A_0$ کی قیمت 110000_2 تا 111111_2 ہوتی ہے۔جدول کے دائیں قطار میں یہی حدیں لکھی گئی ہیں۔شکل (ج) میں اوپر کے سولہ خانے انہیں مقامات کو ظاہر کرتے ہیں۔۔شکل (ج) میں صاف ظاہر ہے کہ جہاں خالی مقامات کا اختتام ہوتا ہے وہیں سے حافظہ۔3 شروع ہوتا ہے۔

یہاں کُل چھ پتہ کے بِٹ، یعنی A_0 تا A_5 ، استعمال کئے گئے جو کہ چونسٹھ $(2^6=64)$ مقامات تک رسائی دے سکتے ہیں۔ہم نے سولہ سولہ الفاظ کے تین حافظہ استعمال کرتے ہوئے اڑتالیس $(16\times3=48)$ مقامات استعمال کئے جبکہ سولہ مقامات (**خالی مقامات**) کو استعمال نہیں کیا گیا۔اس طرح اگرچہ ان تین حافظہ کو سلسلہ وار جوڑا گیا ہے لیکن ان میں صرف حافظہ۔0 اور حافظہ۔1 قریب قریب رکھے گئے ہیں جبکہ حافظہ۔3 کو دور رکھا گیا ہے۔ہم مزید ایک اور سولہ الفاظ کے حافظہ کو شناخت کار کے $\overline{y_2}$ کے ساتھ جوڑ کر تمام کے تمام چونسٹھ مقامات بھی استعمال کر سکتے ہیں۔

9.3.3 *دو عدد 4×4 حافظہ متوازی جوڑ کر 8×4 حافظہ کا حصول*



شکل 9.16: دو حافظہ متوازی جوڑ کر الفاظ کی لمبائی بڑھائی گئی ہے

شکل 9.16 (ا) میں دو عدد 4×4 حافظہ کو متوازی جوڑ کر ایک عدد 4×8 حافظہ حاصل کیا گیا ہے۔یہ دونوں حافظہ بیک وقت بیدار ہوتے ہیں اور پتہ کے دو بِٹ A_0 اور A_1 ان دونوں کے چاروں مقام تک رسائی ممکن بناتے ہیں۔اگر حافظہ۔0 کے مواد کو D_0 تا D_3 تصور کیا جائے جبکہ حافظہ۔1 کے مواد کو D_4 تا D_7 تصور کیا جائے تو یوں ان آٹھ بِٹوں کو ایک ہی بائٹ تصور کیا جا سکتا ہے۔اس طرح ان دو جڑے حافظہ کو ایک ہی 4×8 جسامت کا حافظہ تصور کیا جا سکتا ہے جسے شکل (ب) میں تصوراتی شکل دی گئی ہے۔

9.4 حافظہ کے اوقاتِ کار

حافظہ کو عموماً **مائکرو پراسیسر**[251] کے ساتھ منسلکہ طور پر استعمال کیا جاتا

251 microprocessor

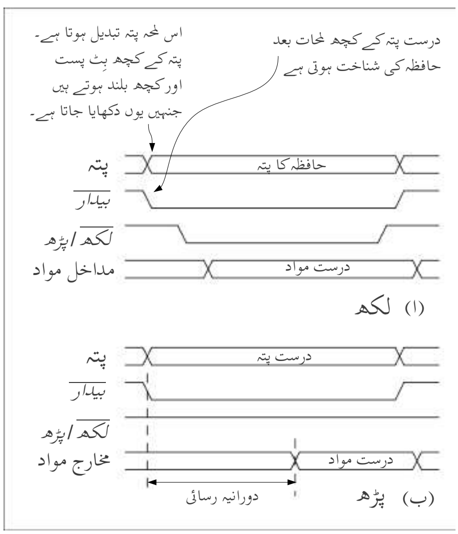
ہے۔عموماً مخلوط ادوار کسی ایک مقصد سرانجام دینے کی خاطر تخلیق کئے جاتے ہیں۔ **مائکرو پراسیسر** قدرِ مختلف نوعیت کا مخلوط دور ہے جو احکامات پر چلتا ہے۔ان احکامات کو تبدیل کر کے **مائکرو پراسیسر** کی کارکردگی تبدیل کی جا سکتی ہے۔ان احکامات کو عموماً پہلے سے **پختہ حافظہ** میں لکھ لیا جاتا ہے جہاں سے **مائکرو پراسیسر** انہیں پڑھ کر ان پر عمل درآمد کرتا ہے۔**مائکرو پراسیسر** کے ساتھ عموماً **عارضی حافظہ** بھی منسلک کیا جاتا ہے جہاں یہ عارضی مواد لکھ کر ذخیرہ کر سکتا ہے اور یہاں سے مواد پڑھ بھی سکتا ہے۔عموماً مختلف صنعت کاروں کے بنائے گئے **مائکرو پراسیسر** کے اپنے مخصوص احکامات ہوتے ہیں جنہیں یہ سمجھ کر ان پر عمل کر سکتا ہے۔کسی بھی **مائکرو پراسیسر** کے تمام احکامات کو اس **مائکرو پراسیسر** کی **مادری زبان**[252] کہا جاتا ہے جبکہ کسی ایک حکم کو اس زبان کا **لفظ**[253] کہا جاتا ہے۔

مائکرو پراسیسر بیرونی جڑے مخلوط ادوار کے ساتھ گفتگو بذریعہ پتہ ، مواد اور قابو اشارات کے کرتا ہے۔شکل 9.17 (ا) میں **مائکرو پراسیسر** بیرونی جڑے عارضی حافظہ سے گفتگو کر رہا ہے۔اس گفتگو کا مقصد حافظہ میں مواد لکھنا ہے۔اس گفتگو کا آغاز اس وقت ہوتا ہے جب **مائکرو پراسیسر** درکار عارضی حافظہ کا **پتہ** خارج کرتا ہے۔ایسے ادوار میں نسب **شناخت کار** چند ہی لمحوں میں پتہ کی مدد سے درکار مخلوط دور کی شناخت کر کے اسے بیدار کرتا ہے۔اس عمل کو شکل میں حافظہ کے قابو مداخل $\overline{\text{بیدار}}$ کے پست ہونے سے دکھایا گیا ہے۔ **مائکرو پراسیسر** خارجی قابو اشارہ $\overline{\text{لکھ}}$/پڑھ کو پست کر کے حافظہ کو خبر دار کرتا ہے کہ مائکرو پراسیسر حافظہ میں مواد لکھنا چاہتا ہے اور ساتھ ہی اس مواد کو خارج کرتا ہے۔شکل میں اس مواد کو درست مواد لکھ کر ظاہر کیا گیا ہے۔حافظہ اس مواد کو $\overline{\text{لکھ}}$/پڑھ اشارہ کے کنارہِ چڑھائی پر مطلوبہ مقام پر محفوظ کرتا ہے۔مائکرو پراسیسر کسی بھی ایسے عمل کے دوران **پتہ** برقرار رکھتا ہے۔شکل میں پتہ کی تبدیلی کو دو لکیروں کی آپس میں جگہ بدلنے سے دکھایا گیا ہے۔

252 assembly language

253 instruction

شکل(ب) میں مائکرو پراسیسر حافظہ سے مواد پڑھنا چاہتا ہے۔اس گفتگو میں مائکرو پراسیسر *لکھ/پڑھ* اشارہ کو بلند رکھ کر حافظہ کو خبردار کرتا ہے کہ مائکرو پراسیسر حافظہ سے مواد پڑھنا چاہتا ہے۔حافظہ بیدار ہوتے ہی اس کوشش میں لگ جاتا ہے کہ درکار مقام سے مواد حاصل کر کے مائکرو پراسیسر کے حوالے کرے۔ایسا کرنے کے لئے حافظہ کو کچھ وقت درکار ہوتا ہے جسے حافظہ کا **دورانیہ رسائی**[254] کہتے ہیں۔ حافظہ مطلوبہ مقام سے مواد حاصل کر کے خارج کرتا ہے۔شکل میں اس مواد کو درست مواد لکھ کر اس کی نشاندہی کی گئی ہے۔مائکرو پراسیسر اس مواد کو پڑھ کر آگے بڑھتا ہے۔



شکل 9.17: حافظہ کے اوقاتِ کار

مشق: انٹرنیٹ سے 6116 اور 2732 حافظہ کے دورانیہ رسائی حاصل کریں۔

---

254 memory access time

9.5 پختہ حافظہ سے ترکیبی ادوار کا حصول

اس کتاب کے حصہ 5.4 میں شناخت کار کی مدد سے تفاعل کے حصول کا طریقہ بیان کیا گیا جہاں دیکھا گیا کہ شناخت کار کے ساتھ جمع گیٹ نصب کرنے سے ایسا ممکن ہوتا ہے۔ n بِٹ پتہ والے شناخت کار کے 2^n مداخل، دراصل پتہ کے بٹوں کے تمام ممکنہ **مجموعہ ارکانِ ضرب ہوتے ہیں۔** کسی بھی تفاعل کو **مجموعہ ارکانِ ضرب** کی صورت میں لکھ کر اسے **شناخت کار** کے مطلوبہ مخارج اور ایک جمع گیٹ کی مدد سے حاصل کیا جا سکتا ہے۔

m بِٹ الفاظ کے پختہ حافظہ میں شناخت کار اور m جمع گیٹ موجود ہوتے ہیں۔یوں اسے m تفاعل کے حصول کے لئے تشکیل[255] دیا جا سکتا ہے۔اس طرح شکل 9.12 کو آٹھ تفاعل حاصل کرنے والا دور سمجھا جا سکتا ہے جہاں یہ آٹھ تفاعل مندرجہ ذیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
D_7 &= \sum (0,3) \\
D_6 &= \sum (1,2) \\
D_5 &= \sum (1,2,3) \\
D_4 &= \sum (3) \\
D_3 &= \sum (0,1) \\
D_2 &= \sum (0,2) \\
D_1 &= \sum (3) \\
D_0 &= \sum (1,2)
\end{aligned}
\tag{9.1}
$$

انہیں تفاعل کو ایک اور نظر سے دیکھتے ہیں۔کمتر دو بِٹ یعنی D_0 اور D_1

255 configure

کو اکٹھے دیکھیں تو یہ مداخل A_0 اور A_1 جمع کرنے والا نصف دور ہے۔اسی طرح D_2 دراصل $\overline{A_0}$ اور D_3 دراصل $\overline{A_1}$ ہیں۔اسی طرح D_4 دراصل دونوں مداخل کا **منطقی ضرب** جبکہ D_5 ان کا **منطقی جمع**، D_6 ان کا **منطقی بلا شرکت جمع** اور D_7 ان کا **بلا شرکت منطقی نفی۔جمع** ہے۔

10 قابلِ تشکیل ترکیبی منطقی ادوار

پختہ حافظہ، **قابلِ تشکیل ترکیبی منطقی ادوار**[256] کی پہلی قسم ہے۔ m بِٹ پتہ کے **پختہ حافظہ** میں تمام ممکنہ 2^m ارکانِ ضرب موجود ہوتے ہیں جنہیں جمع گیٹوں سے جوڑ کر درکار تفاعل حاصل کیا جاتا ہے۔پختہ حافظہ میں ضرب گیٹوں کے داخلی برقی جوڑ مقررہ جبکہ جمع گیٹوں کے داخلی برقی جوڑ قابلِ تشکیل ہوتے ہیں۔

پختہ حافظہ کا **دورانیہ رسائی**[257]، ترکیبی ادوار کے **دورانیہ ردِ عمل** سے کئی گنا زیادہ ہوتا ہے۔یوں حافظہ کا بطور **قابلِ تشکیل ترکیبی منطقی ادوار** کے استعمال میں آہستہ آہستہ کمی آ رہی ہے اور اس کی جگہ ایسے مربوط ادوار کا استعمال بڑھ رہا ہے جو خاص اسی مقصد سے بنائے گئے ہوں۔اس حصہ میں انہیں ادوار پر بحث ہو گا۔

قابلِ تشکیل ترکیبی منطقی ادوار میں پہلے ضرب گیٹوں کی ایک صف اور اس کے بعد، جمع گیٹوں کی ایک صف ہوتی ہے جن کی مدد سے درکار تفاعل کو **مجموعہ ارکانِ ضرب** کی صورت میں حاصل کیا جاتا ہے۔ایسے **قابلِ تشکیل ترکیبی منطقی ادوار** کی پہلی قسم میں ضرب گیٹوں کے صف میں داخلی برقی جوڑ مقررہ ہوتے ہیں جبکہ دوسری صف کے جمع گیٹوں کے داخلی برقی جوڑ قابلِ تشکیل ہوتے ہیں۔پختہ حافظہ بھی اسی قسم میں شمار ہوتا ہے۔ایسے ادوار کو **قابلِ تشکیل جمع، ترکیبی منطقی ادوار** کہتے ہیں۔

قابلِ تشکیل ترکیبی منطقی ادوار کی دوسری قسم میں پہلی صف کے ضرب گیٹوں کے داخلی برقی جوڑ، قابلِ تشکیل ہوتے ہیں جبکہ دوسری صف کے جمع گیٹوں کے داخلی برقی جوڑ مقررہ ہوتے ہیں۔انہیں **قابلِ تشکیل ضرب، ترکیبی منطقی ادوار**[258] کہتے ہیں۔انہیں **مخلوط ادوار کے پروگرامر** کی مدد سے تشکیل دیا جاتا ہے۔

تیسری اور سب سے لچک دار، **قابلِ تشکیل ترکیبی منطقی ادوار** کی قسم میں

256 programmable logic devices (PLDs)

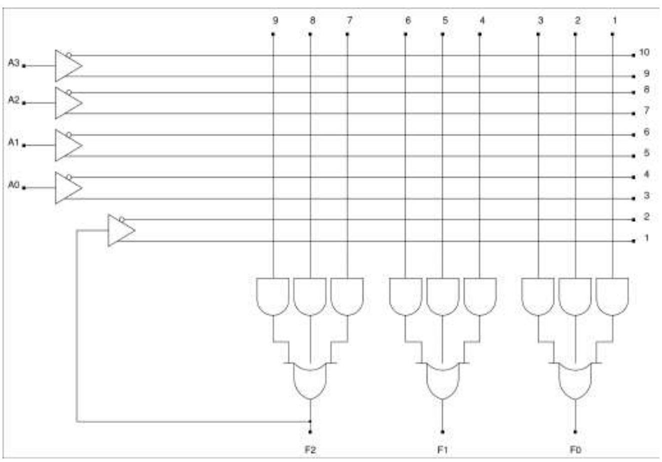
257 access time

258 programmable array logic (PAL)

پہلے صف کے ضرب گیٹوں کے داخلی جوڑ اور دوسرے صف کے جمع گیٹوں کے داخلی جوڑ تمام کے تمام قابلِ تشکیل ہوتے ہیں۔انہیں **قابلِ تشکیل ضرب- جمع ترکیبی منطقی ادوار**[259] کہتے ہیں۔

10.1.1 *قابلِ تشکیل ضرب ترکیبی منطقی ادوار*

قابلِ تشکیل ضرب جوڑ کے ترکیبی منطقی ادوار کی عمومی ساخت شکل 10.1 میں دکھائی گئی ہے جہاں دور کے چار مداخل اور تین مخارج ہیں۔ان ادوار میں عموماً کئی مخارج اشارات، اسی دور کو بطور مداخل بھی فراہم کئے جاتے ہیں جیسا یہاں F_2 کے ساتھ کیا گیا ہے۔



شکل 10.1: قابلِ تشکیل ضرب جوڑ کے ترکیبی دور کی عمومی شکل

259 programmable logic array (PLA)

دکھائے دور کے تین یکساں حصے ہیں۔ہر حصہ میں دس داخلی تین ضرب گیٹ ہیں جو ایک جمع گیٹ کو جاتے ہیں۔ضرب گیٹ کے مداخل قابلِ تشکیل ہیں جبکہ جمع گیٹ کے مداخل مقررہ ہیں۔دور کے کُل چار مداخل ہیں جنہیں وسطی ادوار سے گزار کر ان اشارت کے **تکملہ**[260] بھی حاصل کر کے ضرب گیٹوں کو مہیا کئے گئے ہیں۔اس دور میں 10 داخلی کُل 9 جمع گیٹ ہیں۔یوں اس میں 10×9 یعنی 90_{10} فیوز ہیں۔

عام دستیاب ادوار، زیادہ مداخل اور مخارج رکھتے ہیں، مثلاً ان کے سولہ مداخل، آٹھ مخارج اور آٹھ یکساں اندرونی حصے ہو سکتے ہیں جن میں ہر حصہ آٹھ ضرب اور ایک جمع گیٹ پر مشتمل ہو گا۔مزید یہ کہ خارجی اشارت پر وسطی ادوار نصب ہو سکتے ہیں جن کو **کثیر مقاومت حالت** کیا جا سکتا ہے۔

آئیں اس دور کو استعمال کرتے مندرجہ ذیل تفاعل حاصل کرتے ہیں جنہیں ارکانِ ضرب کی صورت میں دیا گیا ہے۔

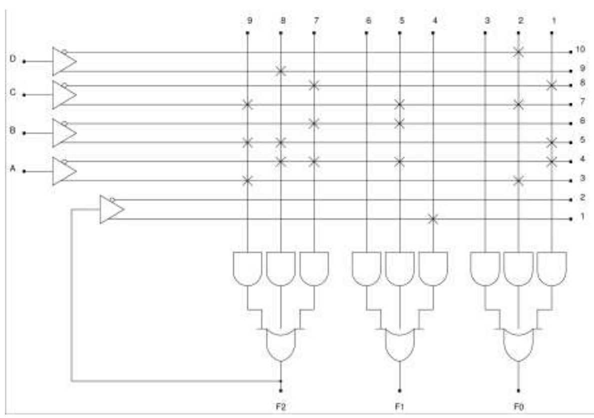
$$\begin{aligned} F_0(A,B,C,D) &= \sum(4,5,10,14) \\ F_1(A,B,C,D) &= \sum(0,1,5,7,9,13,14,15) \\ F_2(A,B,C,D) &= \sum(0,1,5,7,14,15) \end{aligned} \tag{10.1}$$

ان تفاعل کی سادہ اشکال یہ ہے۔

$$\begin{aligned} F_0 &= \overline{A}B\overline{C} + AC\overline{D} \\ F_1 &= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}BD + ABC + A\overline{B}C = F_2 + A\overline{B}C \\ F_2 &= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}BD + ABC \end{aligned} \tag{10.2}$$

260 complement

ان مساواتوں میں کوئی بھی ضربی رکن تین سے زیادہ مداخل پر مشتمل نہیں۔یوں اس قابلِ تشکیل ترکیبی منطقی دور کو یہ تفاعل حاصل کرنے کے لئے استعمال کیا جا سکتا ہے۔ شکل 10.2 میں تفاعل کا دور دکھایا گیا ہے۔

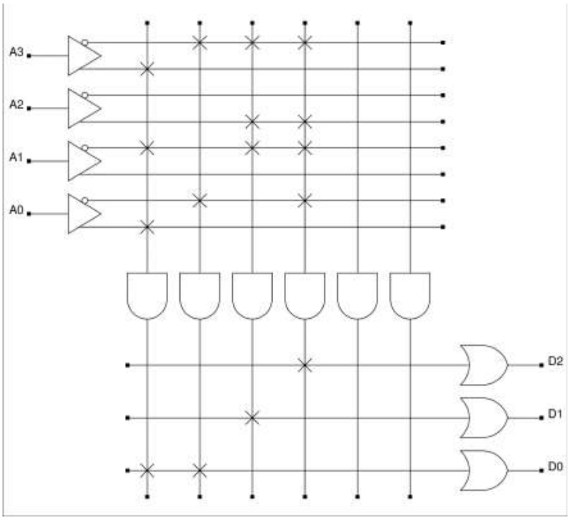


شکل 10.2: تین تفاعل کا حصول

اس شکل میں صلیبی نشان لگے جوڑ موجود ہیں جبکہ بقایا تمام جوڑ منقطع کر دئے گئے ہیں۔

10.1.2 قابلِ تشکیل ضرب- جمع ترکیبی منطقی ادوار

ان ادوار میں بھی پہلے صف ضرب گیٹوں اور دوسری صف جمع گیٹوں کی ہوتی ہے البتہ ان میں ضرب گیٹوں اور جمع گیٹوں کے تمام جوڑ قابلِ تشکیل ہوتے ہیں۔یوں یہ استعمال کے نکتہ نظر سے نہایت لچک دار ہوتے ہیں۔



شکل 10.3: چہ ضرب تین جمع گیٹ پر مشتمل قابلِ تشکیل ضرب جمع منطقی ترکیبی دور

شکل 10.3 میں قابلِ تشکیل ضرب-جمع، ترکیبی منطقی دور دکھایا گیا ہے۔ جیسے آپ دیکھ سکتے ہیں اس دور میں تمام ضرب گیٹوں کے داخلی جوڑ قابلِ تشکیل ہیں اور اسی طرح اس کے تمام جمع گیٹوں کے داخلی جوڑ قابلِ تشکیل ہیں۔اس دور میں آٹھ داخلی چہ ضرب گیٹ اور چہ داخلی تین جمع گیٹ ہیں۔یوں اس میں کُل جوڑ 66_{10} ہیں۔

شکل میں صلیبی نشانات سے سالم جوڑ دکھائے گئے ہیں۔یوں اسے استعمال کرتے تین تفاعل حاصل کئے گئے ہیں۔ایسا کرتے چار ضرب گیٹ اور تینوں جمع گیٹ کی ضرورت پڑی ہے جبکہ دو ضرب گیٹ زیرِ استعمال نہیں آئے۔حاصل کردہ تفاعل مندرجہ زیل ہیں۔

$$
\begin{aligned}
D_2 &= \overline{A_0}\,\overline{A_1}\,A_2\,\overline{A_3} \\
D_1 &= \overline{A_1}\,A_2\,\overline{A_3} \\
D_0 &= A_0\,\overline{A_1}\,A_3 + \overline{A_0}\,\overline{A_3}
\end{aligned}
\tag{10.3}
$$

یہاں دکھلایا قابلِ تشکیل ایڈ-جمع، ترکیبی منطقی دور صرف سمجھانے کی خاطر تھا۔حقیقی ادوار میں کئی گنا زیادہ مداخل،مخارج اور گیٹ ہوں گے۔ثنائی تفاعل کی سادہ ترین شکل حاصل کر کے اسے مخلوط دور میں ڈالا جاتا ہے۔سادہ ترین شکل ازخود حاصل کرنا عموماً خاصہ مشکل ہوتا ہے اور یہ کمپیوٹر کی مدد سے کیا جاتا ہے۔کمپیوٹر ہی منقطع ہونے والے فیوز کی معلومات فراہم کرتا ہے۔فیوز **مخلوط ادوار کے پروگرامر**[261] کی مدد سے منقطع کئے جاتے ہیں۔

10.2 قابلِ تشکیل ترتیبی ادوار

جیسا اس باب کے شروع میں ذکر ہوا، **وسیع پیمانے کے مخلوط ادوار**[262] ترتیبی بناوٹ رکھتے ہیں۔قابلِ تشکیل ترکیبی ادوار کے ساتھ پلٹ منسلک کر کے قابلِ تشکیل ترتیبی ادوار حاصل کئے جاتے ہیں۔اس طرح کے کئی یکساں حصے ایک ہی مخلوط دور پر بنا کر **مخلوط قابلِ تشکیل ترتیبی ادوار**[263] بنائے جاتے ہیں۔ایسے ادوار میں تمام انفرادی حصوں کے مابین، قابلِ تشکیل ترکیبی ادوار کی طرح، برقی جوڑوں کا جال بچھایا جاتا ہے۔ یوں بیرونی مداخل کے ساتھ ساتھ کسی بھی حصہ کا مخارج بطورِ مداخل استعمال کیا جا سکتا ہے۔

انتہائی وسیع پیمانے کے مخلوط ادوار[264] کی بناوٹ، صف در صف گیٹوں پر مبنی

261 IC programmer

262 large scale integration (LSI)

263 complex PLD (CPLD)

264 very large scale integration (VLSI)

ہوتی ہے۔ایسے جدید مخلوط ادوار میں گیٹوں کی تعداد اربوں[265] میں گنی جاتی ہے۔

انتہائی وسیع پیمانے کے مخلوط ادوار کا ذکر کرتے مُور[266] کی پیشن گوئی کا ذکر کرنا لازم ہے جنہوں نے سن 1965 میں پیشن گوئی کی کہ مخلوط ادوار میں گیٹوں کی تعداد ہر دو سالوں میں دگنی ہو گی۔یہ پیشن گوئی جسے **مُور کا قانون**[267] کہتے ہیں اب تک درست ثابت ہوتا آ رہا ہے۔

انتہائی وسیع پیمانے کے مخلوط ادوار تشکیل دینے کی خاطر، صارف درکار تفاعل میں گیٹوں کے آپس میں جوڑ، مخلوط دور تیار کرنے والے صنعت کار کو فراہم کرتا ہے جو اس معلومات سے مخلوط دور بناتے وقت اس میں درکار جوڑ بنا دیتا ہے۔کبھی کبار صنعت کار صارف کے ضرورت کے مطابق مخلوط دور تیار کرتا ہے۔ایسے تیار کئے جانے والے ادوار کو **خصوصی استعمال کے مخلوط ادوار**[268] کہتے ہیں۔

اس سلسلہ کی آخری قسم **جائے استعمال پر تشکیل کے قابل گیٹوں کے صف**[269] ہے جو دراصل **انتہائی وسیع پیمانے کے مخلوط ادوار** کی وہ قسم ہے جنہیں استعمال کرنے والا ازخود تشکیل دے سکتا ہے۔یہ بار بار تشکیل دئے جانے کی صلاحیت رکھتے ہیں۔

ان ادوار میں گیٹ، پلٹ، شناخت کار، عارضی حافظہ اور اس قسم کے دیگر ادوار پائے جاتے ہیں۔**جائے استعمال پر تشکیل کے قابل گیٹوں کے صف** استعمال کرنے کی خاطر کمپیوٹر کا بھرپور استعمال کیا جاتا ہے۔**کمپیوٹر کی مدد سے تیار کرنے**[270] کی خاطر کئی کمپیوٹر پروگرام استعمال کئے جاتے ہیں۔

---

265 10^9

266 گورڈن ای مُور انٹل کے بانیوں میں سے ہیں۔

267 Moore's law

268 application specific integrated circuit (ASIC)

269 field programmable gate array (FPGA)

270 computer aided design (CAD)

مشق: انٹرنیٹ سے *EPM7032* مخلوط دور کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔(ا) اس میں کتنے یکساں حصے ہیں۔ (ب) کیا ہر حصے میں پلٹ بھی پایا جاتا ہے۔

11 غیر معاصر ترتیبی ادوار

وسیع عددی ادوار عموماً معاصر ادوار کے طرز پر بنائے جاتے ہیں۔ایسے ادوار کے اگلی حالتیں مکمل طور ان کے موجودہ حالتوں سے متعین کئے جا سکتے ہیں۔حالات صرف ساعت کے کنارہ تبدیل ہوتے ہیں اور بقایا تمام وقت کے لئے غیر متغیر تصور کئے جا سکتے ہیں۔ایسے ادوار بناتے وقت اس بات کو یقینی بنایا جاتا ہے کہ ساعت کے لمحہ کنارہ سے قبل تمام حالتیں متوازن صورت اختیار کر چکھے ہوں۔یوں ساعت کے کنارہ پر متعین حالتیں پائی جاتی ہیں جن سے اگلے حالت مکمل طور حاصل کئے جا سکتے ہیں۔

ان کے برعکس غیر معاصر ادوار کی حالتیں کسی بھی لمحہ تبدیل ہو سکتے ہیں۔اس سے حالتِ دوڑ اور دیگر مسائل کھڑے ہوتے ہیں جن پر اس باب میں غور کیا جائے گا۔

غیر معاصر ادوار کی اپنی ایک اہمیت ہے۔یہ ساعت کے کنارہ کا انتظار کئے بغیر اشارہ پر ردِ عمل کر سکتے ہیں۔عموماً کسی بھی عددی دور میں کچھ حصہ معاصر اور کچھ غیر معاصر ہوتا ہے۔

شکل 11.1 میں ایک نہایت سادہ دور دکھایا گیا ہے۔سرسری نظر سے یوں محسوس ہوتا ہے کہ اس شکل میں ضرب گیٹ کی مخارج Y کبھی بلند نہیں ہو سکتی۔ غور کرنے سے ثابت ہوتا ہے کہ مسئلہ اتنا سادہ نہیں۔

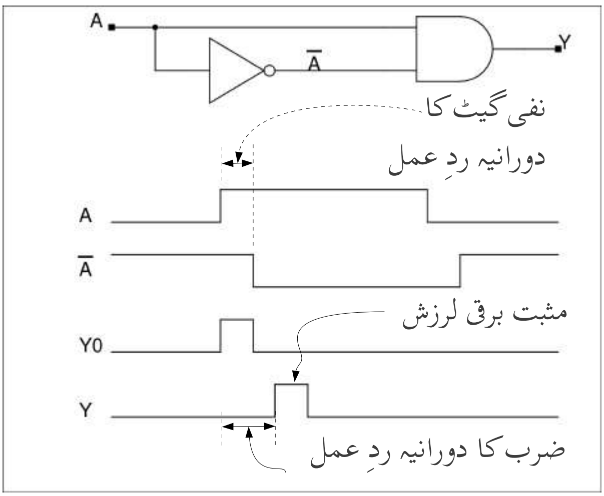
جب بھی مداخل A حالت تبدیل کرتا ہے اس کے کچھ لمحہ بعد، نفی گیٹ کا مخارج حالت تبدیل کرتا ہے۔یہ **تاخیر**[271] نفی گیٹ کے **دورانیہ ردِ عمل** کی وجہ سے ہوتی ہے۔شکل میں A اور $\overline{A}$ کے خط بناتے وقت اس **تاخیر** کو دکھایا گیا ہے۔اگر ضرب گیٹ کا دورانیہ ردِ عمل صفر ہوتا تب ضرب گیٹ کا مخارج ان دو مداخل کے مطابق حالت اختیار کرتا۔اس کو Y_0 سے دکھایا گیا ہے۔چونکہ ضرب گیٹ کو بھی ردِ عمل کے لئے کچھ دیر درکار ہوتا ہے لہٰذا ضرب گیٹ کی مخارج Y کچھ دیر کے بعد نظر آئے گی جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے۔

---

271 delay

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ضرب گیٹ کی مخارج غیر مطلوبہ طور پر، نفی گیٹ کے دورانیہ ردِ عمل کے برابر وقت کے لئے، بلند ہو گئی ہے۔اس طرح غیر مطلوبہ، نہایت کم دورانیہ کے، حالت کی تبدیلی کو **برقی لرزش** [272] کہتے ہیں۔چونکہ برقی لرزش مثبت یا منفی ہو سکتی ہے لہٰذا موجودہ لرزش کو **مثبت برقی لرزش** کہیں گے۔

برقی لرزش کی وجہ سے ادوار **عبوری حالت** [273] اختیار کرتے ہیں۔اس باب میں **عبوری حالتوں** پر تفصیلاً بحث ہو گی۔



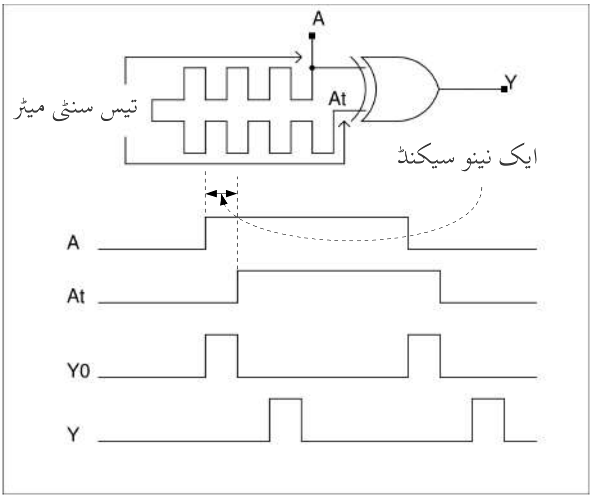
شکل 11.1: مثبت برقی لرزش

آپ نے دیکھا کہ **برقی لرزش**، اشارہ $\overline{A}$ کے ضرب گیٹ تک پہنچنے میں **تاخیر** کی وجہ سے پیدا ہوئی۔اشارات میں تاخیر کی ایک اور مثال دیکھتے ہیں۔

272 electrical glitch

273 transition state

برقی تار میں برقی دباؤ کی رفتار تقریباً خلاء میں روشنی کے رفتار کے[274] برابر ہوتی ہے۔یوں ایک نینو سیکنڈ (10^{-9}) میں برقی دباؤ تقریباً $3\times10^{8}\times10^{-9}=0.3$ میٹر یعنی 30 سنٹی میٹر فاصلہ طے کرتا ہے۔آئیے دیکھتے ہیں کہ اگر پچھلی مثال کو تبدیل کر کے اس میں نفی گیٹ کی جگہ 30 سینٹی میٹر برقی تار لگائی جائے اور ضرب گیٹ کی جگہ بلا شرکت جمع گیٹ نصب کیا جئے تو دور کا ردِ عمل کیسا ہوگا۔اس مثال کو شکل11.2 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 11.2: دو برقی تاروں کے لمبائی میں فرق کی وجہ سے لرزش پیدا ہونے کا عمل

اشارہ A گیٹ کے ایک داخلی پن پر مہیا کیا گیا ہے جبکہ اسی اشارہ کو

274 خلاء میں روشنی کی رفتار 3×10^{7} میٹر فی سیکنڈ ہے۔

30 سنٹی میٹر لمبی برقی تار کی مدد سے دوسرے داخلی پن پر بطور A_t مہیا کیا گیا ہے۔شکل میں لمبے تار کو بل کھاتے لکیر سے دکھایا گیا ہے۔یوں اشارہ A_t ،گیٹ کے پن تک تاخیر سے پہنچتا ہے۔اشارہ A بلند یا پست ہونے کے ایک نینو سیکنڈ بعد اشارہ A_t بلند یا پست ہوتا ہے۔اگر گیٹ کے دورانیہ ردِ عمل کو نظر انداز کیا جائے تو گیٹ کی مخارج Y_0 ہوگی اور اگر گیٹ کے دورانیہ ردِ عمل کو بھی مدِ نظر رکھا جائے تو اس کی مخارج Y ہوگی۔خارجی اشارہ میں دو **بلند برقی لرزشیں** دیکھنے کو آتی ہیں۔ان **برقی لرزشوں** کے دورانیہ، برقی تار میں اشارہ کے تاخیر کے برابر ہے۔یوں اشارات کی راہ میں مختلف **تاخیرات، معلومات** کو ایک لمحہ برقرار رکھنے کی صلاحیت رکھتی ہیں۔یوں مائل **تاخیرات** کا کردار، حافظہ کی طرح کا ہے۔

آپ نے دیکھا کہ مختلف طرز کے تاخیرات کی وجہ سے دور میں **برقی لرزشیں** پیدا ہوتی ہیں۔اگر واپسیں اشارہ تاخیر سے پہنچ کر مخارج تبدیل کرے، تو دورانِ تاخیر مخارج اور تاخیر کے بعد کا مخارج مختلف ہوں گے اور یوں یہ ایک **غیر متوازن** حالت کی صورت ہو گی۔

گیٹوں اور برقی تاروں میں نا قابلِ معلوم تاخیرات کی وجہ سے جب بھی ایک سے زیادہ اشارات بیک وقت تبدیل ہوں، یہ دریافت کرنا تقریباً ناممکن ہو جاتا ہے کہ ان کے اثرات کیا مرتب ہوں گے۔یوں عموماً غیر معاصر ادوار بناتے وقت اس بات کو یقینی بنایا جاتا ہے کہ کسی بھی وقت صرف ایک ہی اشارہ تبدیل ہو۔مزید یہ کہ کسی بھی دو اشارت کے تبدیلی کے درمیان اتنا وقفہ دیا جاتا ہے کہ دور میں اشارات کے تمام تاخیر کے بعد دور متوازن صورت اختیار کر سکے۔ان دو شرائط کے تحت دور کے چلنے کو **بنیادی طریقِ کار**[275] کے تحت چلنا کہتے ہیں۔

11.1 تجزیہ

غیر معاصر ترتیبی ادوار سے مراد ایسے ادوار ہیں جن میں یا تو بغیر ساعت والے پلٹ پائے جائیں اور یا پھر ان میں ایک یا ایک سے زیادہ مخارج کو بطور **واپسیں اشارات**

275 fundamental mode

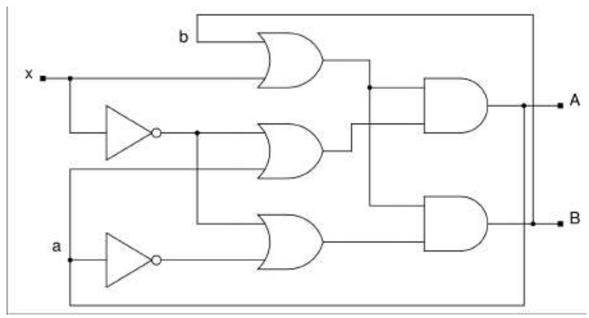
استعمال کیا گیا ہو۔جیسے اُوپر دیکھا گیا، واپسی اشارات ایک لمحہ کے لئے،مختلف تاخیرات کی بنا پر، حافظہ کی صلاحیت رکھتی ہے۔

کسی بھی خارجی اشارہ، مثلاً D ، کو جب اس طرح داخلی اشارہ کے طور استعمال کیا جائے کہ یہ D کی قیمت کو متعین کرنے میں کردار ادا کر سکے تو اسے **واپسی اشارہ**[276] کے طور استعمال کرنا کہتے ہیں۔

اس حصہ میں بغیر پلٹ والے ادوار پر غور کیا جائے گا۔پلٹ والے دور پر اگلے حصہ میں غور کیا جائے گا۔

11.1.1 عبوری جدول

غیر معاصر ترتیبی ادوار پر غور ان کے **عبوری جدول**[277] کی مدد سے کیا جاتا ہے۔ اس طریقہ کو شکل 11.3 میں دئے دور کی مدد سے سیکھتے ہیں۔



شکل 11.3: غیر معاصر دور کی مثال

276 feedback signals

277 transition table

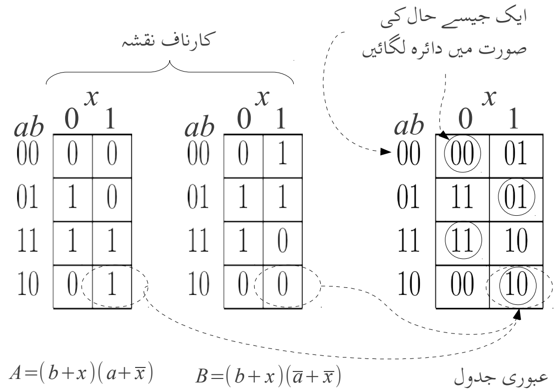
پلٹ کی غیر موجودگی کے باوجود اس دور کو ترتیبی دور اس لئے کہتے ہیں کہ خارجی اشارات A اور B کو بطور **واپسی اشارات**، a اور b ، استعمال کیا گیا ہے۔اس دور سے خارجی حالتوں کے مساوات یوں حاصل ہوتے ہیں۔

$$\begin{aligned} A &= (b+x)\cdot(a+\overline{x}) \\ B &= (b+x)\cdot(\overline{a}+\overline{x}) \end{aligned} \tag{11.1}$$

مساوات حاصل کرتے وقت **واپسی اشارات** کو بالکل عام مداخل کی طرح سمجھا جاتا ہے۔یوں اس دور کی ایک **بیرونی مداخل** x اور دو **اندرونی مداخل** a اور b ہیں۔ان دو مساوات سے بوولین جدول حاصل کرتے ہیں۔

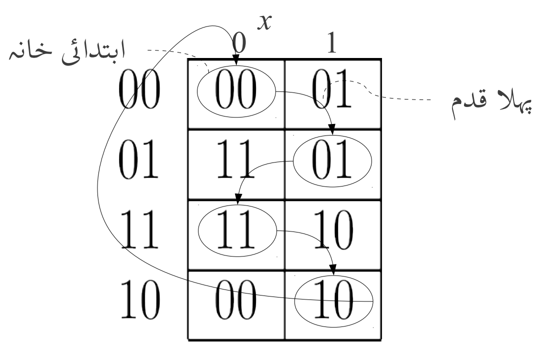
a	b	x	A	B
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

جدول 11.1: دور کا بوولین جدول



شکل *11.4:* عبوری جدول کا حصول

اس جدول سے **عبوری جدول** کا حصول شکل 11.4 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل *11.5:* عبوری جدول کا استعمال

جدول 11.1 میں **متغیرہ حالتوں**[278] A اور B کی معلومات کو پہلے علیحدہ علیحدہ **کارناف نقشہ**[279] کی طرز پر لکھا گیا ہے۔بوولین جدول کی بجائے ان کا یوں لکھنا **عبوری جدول** لکھنے میں آسانی پیدا کرتا ہے۔کارناف نقشہ میں جدول کے بائیں جانب قطار میں اندرونی مداخل، یعنی ab ،کی قیمتیں لکھی جاتی ہیں جبکہ جدول کی پہلی صف کے اوپر صف کی شکل میں بیرونی مداخل،یعنی x ، کی قیمت لکھی جاتی ہے۔ **عبوری جدول** حاصل کرنے کے لئے **متغیرہ حالات** A اور B کو ساتھ ساتھ، AB کر کے، لکھا جاتا ہے۔شکل میں متغیرہ حالتوں کے آخری صفوں کے دائیں قطاروں میں A کی قیمت 1 جبکہ B کی قیمت 0 ہے۔یوں **عبوری جدول** میں ان دو قیمتوں کو ساتھ ساتھ AB ، یعنی 10 ،کر کے لکھا گیا ہے۔شکل میں نکتہ دار لکیروں سے اس عمل کو دکھایا گیا ہے۔ **عبوری جدول** میں جہاں بھی جدول کے اندر **متغیرہ حالت** AB کی قیمت اور اسی صف میں بائیں جانب ab کی قیمت یکساں ہوں، وہاں جدول میں AB کی قیمت کو دائرہ میں بند کر دیا گیا ہے۔دائرہ میں بند **متغیرہ حالت** متوازن حالت ہے جبکہ بقایا حالتیں غیر متوازن یعنی **عبوری** ہیں۔

شکل 11.5 پر نظر رکھتے ہوئے **عبوری جدول** کے استعمال پر غور کرتے ہیں۔اس کے $ab=00$ کی صف اور $x=0$ کی قطار میں واقع خانے کو ابتدائی خانہ[280] کہہ کر ظاہر کیا گیا ہے۔اس خانے میں $ab=00$ اور $x=0$ کی صورت میں AB کی قیمت درج ہے۔تصور کریں کہ ابتدائی خانہ، دور کی ابتدائی حالت کو ظاہر کرتا ہے۔

عبوری جدول میں جس خانے میں AB اور اسی خانے کی صف میں ab کی قیمتیں یکساں ہوں وہاں دور **متوازن حالت** میں ہوتا ہے۔عبوری جدول میں ایسے تمام خانوں کے اندراج گول دائروں میں بند کئے جاتے ہیں۔

اب اگر $ab=00$ رکھتے ہوئے بیرونی مداخل x کی قیمت 0 سے 1 کر دی جائے تو عبوری جدول کے مطابق AB کی قیمت 01 ہو جائے گی اور یوں **واپسیں**

278 state variables

279 Karnaugh maps

280 ہم کسی بھی متوازن حالت کے خانے کو ابتدائی خانہ لے سکتے ہیں۔

اشارات ab اور **متغیرہ حالات** AB کی قیمتیں مختلف ہو جائیں گی۔یہ غیر متوازن صورتِ حال ہے اور دور اس میں زیادہ دیر نہیں رہ سکتا۔ برقی تاروں میں تاخیر کے بعد ab کی قیمت بھی 01 ہو جائے گی جبکہ x اپنی نئی قیمت برقرار رکھے گا۔یوں دور تاخیر کے بعد **عبوری جدول** کے $x=1$ کی قطار اور $ab=01$ کی صف میں دئے خانے تک پہنچ جائے گا۔اس خانے میں AB اور ab دونوں کی قیمتیں 01 ہیں۔یہ ایک متوازن حالت کو ظاہر کرتا ہے اور اسی لئے دائرہ میں بند دکھایا گیا ہے۔شکل میں اس پورے مرحلہ کو پہلا قدم لکھ کر ظاہر کیا گیا ہے۔پہلے قدم کو ظاہر کرنے والا تیر کا نشان، غیر متوازن خانہ سے گزر کر متوازن خانے پر اختتام پذیر ہوا ہے۔

آپ نے دیکھا کہ متوازن حالت سے شروع کرتے، x کی قیمت تبدیل کرنے سے دور کچھ لمحات کے لئے غیر متوازن حالت اختیار کر گیا۔یہ صورت زیادہ دیر برقرار نہیں رہی۔تاروں میں تاخیر کے بعد، **واپسیں اشارات** تبدیل ہوئے اور دور ایک مرتبہ دوبارہ متوازن حالت اختیار کر گیا۔عموماً ادوار کا عمل اسی طرح ہوتا ہے۔

اسی طرح $ab=01$ رکھتے ہوئے اگر x کی قیمت 1 سے 0 کی جائے تو عبوری جدول کے مطابق دور $x=0$ کی قطار اور $ab=01$ کے خانے میں درج حالت یعنی $AB=11$ اختیار کرے گا۔ایک مرتبہ پھر AB اور ab مختلف ہیں اور دور اس سے نکلنے کی کوشش کرے گا۔برقی تاروں میں تاخیر کے بعد AB کے نئے قیمتوں کی خبر ab کی مقام تک پہنچ جائے گی اور ab کی قیمت بھی 11 ہو جائے گی۔یوں دور، $x=0$ کی قطار اور $ab=11$ کی صف میں درج،بند دائرہ میں دکھائے متوازن حال، یعنی $AB=11$ ، اختیار کر لے گا۔اسی سلسلہ کو چلاتے ہوئے بار بار x کی قیمت تبدیل کرنے سے دور 00 ، 01 ، 11 اور 10 متوازن حالت اختیار کرتا ہے۔ 10 کے بعد یہی ترتیب بار بار دہرائی جاتی ہے۔شکل میں تیر والے لکیروں سے یہ تمام مراحل دکھائے گئے ہیں۔

کسی بھی دور کے **متوازن حالت** اور **غیر متوازن حالتیں** لکھتے وقت اس دور کے حالت کو AB کی بجائے ABx لکھا جاتا ہے۔ اس طرح موجودہ دور کے **متوازن حالتیں** 000 ، 011 ، 110 اور 101 ہیں جبکہ اس کے **غیر متوازن حالتیں**

001 ، 010 ، 111 اور 100 ہیں۔

عبوری جدول کے ہر صف میں عموماً کم از کم ایک متوازن حالت ضرور پایا جاتا ہے۔ایسا نہ ہونے کی صورت میں دور اس صف میں پہنچ کر غیر متوازن صورت اختیار کرے گا۔

عبوری جدول حاصل کرنے کے طریقہ کو یہاں بیان کرتے ہیں۔

- تمام **واپسیں اشارت** اور **واپسیں دائروں** کا تعین کریں
- کسی بھی ترتیب سے واپسیں دائروں کے مخارج کو A ، B ، C وغیرہ جبکہ اسی ترتیب سے ان کے واپسیں اشارات کو a ، b ، c وغیرہ سے شناخت کریں۔
- ان تمام مخارج کے بوولین تفاعل کو بیرونی اور اندرونی مداخل کی صورت میں حاصل کریں۔
- ان تفاعل کے **کارناف نقشے** بنائیں۔
- تمام **کارناف نقشوں** کو ایک عبوری جدول میں یکجا کریں۔جدول کے خانوں میں $ABC\cdots$ لکھیں جبکہ جدول کے بائیں جانب ہر صف میں $abc\cdots$ اسی ترتیب سے لکھیں۔
- جہاں $ABC\cdots$ اور اسی صف میں $abc\cdots$ کی قیمت یکساں ہو، وہاں $ABC\cdots$ کو دائرہ میں بند کر دیں۔

جدول کے حصول کے بعد بیرونی مداخل تبدیل کر کے دور کے عبوری حالتوں پر غور کیا جاسکتا ہے۔

11.1.2 جدولِ بہاو

شکل 11.4 میں **عبوری جدول** لکھتے وقت خانوں میں دور کی حالتیں بوولین طرز پر لکھے گئے۔دو مخارج کی صورت میں یہاں چار ممکنہ حالتیں ہیں یعنی 00 ، 01 ، 10 اور 11 ۔ان چار حالتوں کو نام بھی دئے جا سکتے ہیں۔مثلاً جب دور 00 حال

میں ہو تو کہا جائے کہ دور حال a میں ہے۔اسی طرح 01 کو حال b ، 10 کو حال c اور 11 کو حال d کہا جا سکتا ہے۔ایسا کرنے سے عبوری جدول سے حاصل جدول کو **جدولِ بہاو**[281] کہتے ہیں۔شکل 11.6 میں ایسا ہوا دکھایا گیا ہے۔

شکل میں دئے **جدولِ بہاو** میں ہر صف میں صرف ایک ہی **متوازن حالت** ہے۔مثلاً پہلی صف میں صرف 000 متوازن حالت جبکہ دوسری صف میں صرف 011 متوازن حالت ہیں۔ ایسے جدول جن کے صفوں میں صرف ایک ہی متوازن حالت ہو کو **اول جدولِ بہاو**[282] کہتے ہیں۔

	$x=0$	$x=1$
00	00	01
01	11	01
11	11	10
10	00	10

عبوری جدول

$00=a$
$01=b$
$10=c$
$11=d$

	$x=0$	$x=1$
a	a	b
b	d	b
d	d	c
c	a	c

جدولِ بہاو

*شکل 11.6: **عبوری جدول** سے **جدولِ بہاو** کا حصول*

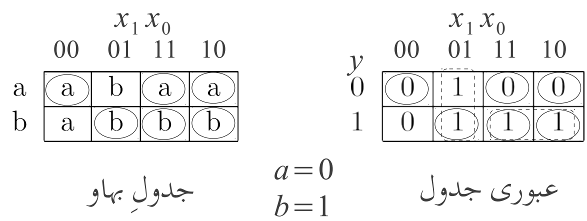
شکل 11.7 میں ایک ایسا **جدولِ بہاو** دکھایا گیا ہے جس کے صفوں میں ایک سے زیادہ **متوازن حالت** پائے جاتے ہیں۔مثلاً پہلی صف میں 000 ، 011 اور 010 متوازن حالت ہیں۔ایسے جدول کو **غیر اولین جدولِ بہاو** کہتے ہیں۔

جدولِ بہاو سے دور حاصل کرنے کی خاطر پہلے عبوری جدول حاصل کرتے ہیں۔

281 flow table

282 primitive flow table

جدول کے دو صف سے ظاہر ہے کہ دور کے دو ممکنہ حالتیں ہیں۔دو ممکنہ صورتوں کو ایک بِٹ کے عدد سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔یوں حالت a کو 0 اور حالت b کو 1 لکھتے ہوئے عبوری جدول حاصل کیا جاتا ہے۔اسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔

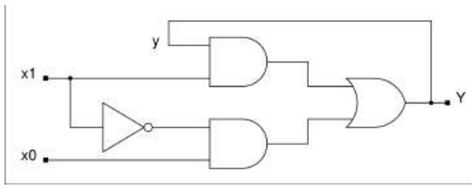


شکل 11.7: غیر اولین جدولِ بہاو سے عبوری جدول

دور کے مخارج کو Y لکھتے ہوئے عبوری جدول سے اس کا تفاعل حاصل کرتے ہیں۔

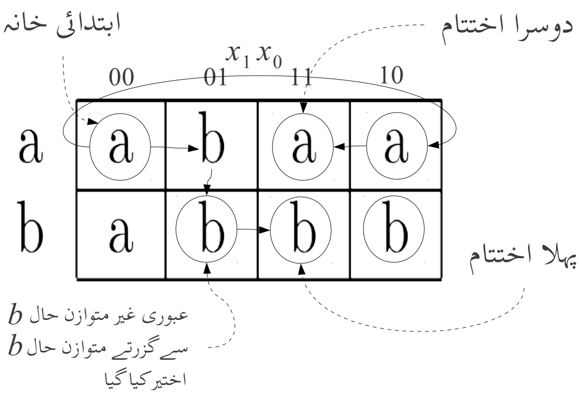
$$Y=\overline{x}_1 x_0+x_1 y \tag{11.2}$$

اس تفاعل کا دور شکل 11.8 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 11.8: غیر اولین جدولِ بہاو سے حاصل دور

اس جدولِ بہاو کے استعمال پر شکل 11.9 کی مدد سے غور کرتے ہیں۔تصور کریں کہ بیرونی مداخل $x_1 x_0$ کی قیمت 00 ہے،یعنی $x=00$ ، اور دور حال a میں ہے۔اگر x_1 کو تبدیل کئے بغیر x_0 کی قیمت 1 کر دی جائے،یعنی $x=01$ کر دیا جائے، تو عبوری جدول کے مطابق دور عبوری طور پر غیر متوازن حال b اختیار کرتے ہوئے آخر کار متوازن حال b اختیار کر لے گا۔اب اگر x_0 کی قیمت 1 رکھتے ہوئے x_1 کی قیمت بھی 1 کر دی جائے،یعنی $x=11$ کر دیا جائے، تو دور حال b میں ہی رہے گا۔اس اختتامی خانہ کو شکل میں پہلا اختتامی خانہ کہا گیا ہے۔شکل میں ابتدائی خانہ سے پہلی اختتامی خانہ تک پہنچنے کا عمل تین تیر والے لکیروں سے دکھایا گیا ہے جہاں پہلا تیر متوازن حال a سے عبوری حال b کا حصول جبکہ دوسرا تیر یہاں سے متوازن حال b کا حصول دکھلاتا ہے۔تیسرا تیر متوازن حال b سے متوازن حال b میں ہی رہنے کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل 11.9: مداخل دو مختلف ترتیب سے تبدیل کئے گئے

دیکھتے ہیں کہ اگر ابتدائی خانہ سے شروع کرتے وقت بجائے x_1 برقرار رکھتے اور x_0 تبدیل کرنے کے ہم x_0 کی قیمت 0 ہی رکھتے ہوئے x_1 کی قیمت 1 کرتے ہیں، یعنی $x = 10$ کرتے ہیں۔ایسے کرتے جدولِ بہاو کے مطابق نظام حال a ہی برقرار رکھے گا۔اب اگر x_0 کی قیمت بھی 1 کر دی جائے۔یعنی $x = 11$ کر دیا جائے، تو نظام کا اختتامی حال a ہی رہے گا۔اس اختتامی خانے کو شکل میں دوسرا اختتامی خانہ کہا گیا ہے۔

آپ نے دیکھا کہ اختتامی حال، بیرونی مداخل کے تبدیلی کے ترتیب پر منحصر ہے۔اس مثال میں ابتدائی بیرونی مداخل 00 جبکہ اختتامی بیرونی مداخل 11 ہیں۔ بھولئے گا نہیں کہ ایسے ادوار کے صحیح استعمال میں ایک سے زیادہ بیرونی مداخل بیک وقت تبدیل نہیں کئے جا سکتے۔یوں $x = 00$ سے ابتدا کرتے ہوئے ہم سیدھا $x = 11$ پر نہیں جا سکتے۔ایسا کرنے سے، ناقابلِ معلوم تاخیرات کی بنا پر، اختتامی حالت دریافت کرنا ناممکن ہوتا ہے۔

11.1.3 حالتِ دوڑ

حالت دوڑ[283] کا تذکرہ ایس-آر پلٹ پر تبصرے کے وقت آیا تھا۔اس حصہ میں اس پر تفصیلاً گفتگو ہو گی۔ **حالتِ دوڑ** اس صورت کو کہتے ہیں جب کسی بیرونی اشارہ کے تبدیل ہونے سے دور کے ایک سے زیادہ حالتیں تبدیل ہوں۔تاخیرات کی وجہ سے ایسی صورت میں حالتوں کی تبدیلی مکمل طور پر جاننا ناممکن ہو جاتا ہے۔مثلاً دو حالتوں والے دور کی موجودہ متوازن حالت 00 ہے۔بیرونی مداخل کی تبدیلی سے اس کے دونوں حالتیں تبدیل ہوتے ہیں اور آخرکار یہ 11 متوازن حالت اختیار کر لیتا ہے۔اگر پہلی واپسیں راہ میں تاخیر دوسری واپسیں راہ کے تاخیر سے کم ہو تو دور متوازن حالت 00 سے عبوری حالت 10 اور آخرکار متوازن حال 11 اختیار کرے گا جبکہ اگر دوسری راہ میں تاخیر پہلی راہ سے کم ہو تب حال 00 سے عبوری حال 01 اور پھر 11 ہو گا۔لہٰذا آپ نے دیکھا کہ جس ترتیب سے حالتیں تبدیل ہوتے ہیں اسے جاننا ممکن نہیں[284]۔

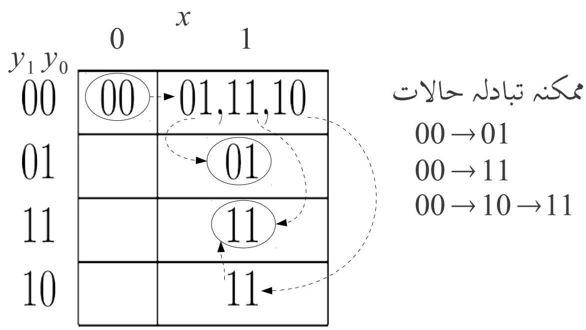
اگر عبوری حالتوں کے تبدیلی کی ترتیب حتمی حالت متعین کرنے میں کردار ادا کرے اور یہ ممکن ہو کہ دور دو مختلف حتمی متوازن حالت اختیار کر سکے، اس صورت میں دوڑ کو **بحرانی دوڑ**[285] کہتے ہیں۔کسی بھی دور کے کارآمد استعمال کے لئے یہ اشد ضروری ہے کہ اس میں **بحرانی دوڑ** کی صورت ممکن نہ ہو۔اگر عبوری حالت کے تبدیلی کی ترتیب کا حتمی متوازن حالت پر کوئی اثر نہ ہو، اس صورت میں دوڑ کو **غیر بحرانی دوڑ**[286] کہتے ہیں۔

283 race condition

284 یاد رہے کہ تاخیرات مکمل طور جاننا ممکن نہیں۔

285 critical race

286 non-critical race

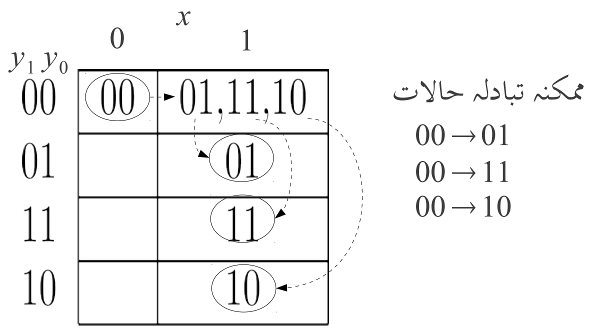


شکل *11.10:* *بحرانی دوڑ*

بحرانی دوڑ کی ایک مثال شکل 11.10 میں دکھائی گئی ہے۔یہاں حالت کو مکمل حالت کے طور یعنی $y_1 y_0 x$ لکھتے ہوئے اگر 000 سے ابتدا کی جائے اور بیرونی مداخل x کو 0 سے 1 کیا جائے تو دور حتمی حال 111 کی جانب دوڑ لگائے گا۔تاخیرات کی وجہ سے دور تین ممکنہ حالتوں یعنی 011 ، 111 اور 101 میں سے کسی بھی حالت تک پہلے پہنچ سکتا ہے۔شکل میں یہ تینوں عبوری حالت پہلے صف میں دکھائے گئے ہیں۔اگر دور 011 کے عبوری حالت تک پہلے پہنچے تو یہ یہاں سے ہوتے ہوئے حتمی متوازن حال 011 اختیار کر لے گا اور یہیں رہے گا۔اس حالت کو دوسری صف میں دائرہ میں بند دکھایا گیا ہے۔اگر دونوں واپسیں راہ میں مائل تاخیرات بالکل برابر ہوں تو دور 111 عبوری حالت میں پہلے پہنچے گا اور یہاں سے ہوتے ہوئے حتمی متوازن حال 111 اختیار کر لے گا اور یہیں رہے گا۔اس حتمی متوازن حالت کو تیسری صف میں دائرہ میں بند دکھایا گیا ہے۔تیسری صورت میں دور پہلے عبوری حال 101 پہنچے گا۔یہاں سے یہ آخری صف کی جانب رواں ہو گا لیکن آخری صف ازخود عبوری حال 111 ہے۔یوں دور عبوری حال 111 سے بھی گزر کر آخر کار تیسرے صف کے

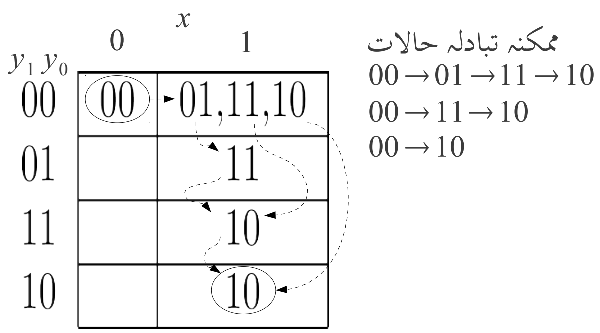
حتمی متوازن حال 111 تک پہنچے گا۔اس مثال میں دو حتمی حالتیں ممکن ہیں۔یہ دریافت کرنا ناممکن ہے کہ دور ان میں سے کس حتمی حالت تک پہنچتا ہے۔اس شکل میں بائیں جانب $x=0$ کی قطار خالی اس لئے رکھی گئی ہے کہ ہم صرف $x=0$ سے $x=1$ کی جانب جاتے دور پر غور کر رہے ہیں۔اس صورت میں ان خانوں کے اندراج کی ہمیں ضرورت نہیں۔

شکل 11.11 میں **بحرانی دوڑ** کی دوسری مثال دکھائی گئی ہے جہاں تین ممکنہ حتمی حالتیں پائے جاتے ہیں۔اگر مکمل متوازن حال 000 سے ابتدا کرتے ہوئے بیرونی مداخل x کی قیمت 1 کر دی جائے تو یہ دور حتمی حال 111 کی طرف دوڑ لگائے گا۔بالکل اُوپر مثال کی طرح، تین ممکنہ عبوری صورتیں ہیں۔ایک عبوری صورت 011 ہے جہاں سے یہ دوسری صف میں دکھائے حتمی متوازن حال 011 تک پہنچتا ہے۔دوسری عبوری صورت 111 ہے جہاں سے یہ تیسری صف کے حتمی متوازن حال 111 پہنچتا ہے اور تیسری عبوری صورت 101 ہے جہاں سے یہ آخری صف میں دکھائے حتمی متوازن حالت 101 تک پہنچتا ہے۔اس مثال میں تین ممکنہ حتمی متوازن حالتیں ہیں۔یہ جاننا ناممکن ہے کہ ان میں سے دور کس حالت کو اختیار کرتا ہے۔



شکل 11.11: بحرانی دوڑ کی دوسری مثال

اب دیکھتے ہیں **غیر بحرانی دوڑ** کی ایک مثال جسے شکل 11.12 میں دکھایا گیا ہے۔اس مثال میں ابتدا 000 سے کرتے تین عبوری حالت ممکن ہیں۔



شکل *11.12: غیر بحرانی دوڑ کی مثال*

ایک ممکنہ عبوری حال 011 ہے جہاں سے دور دوسری صف کے ایک اور عبوری حال 111 اور یہاں سے تیسری صف کے عبوری حال 101 سے ہوتے ہوئے آخر کار چوتھی صف کے حتمی متوازن حال 101 تک پہنچتا ہے۔

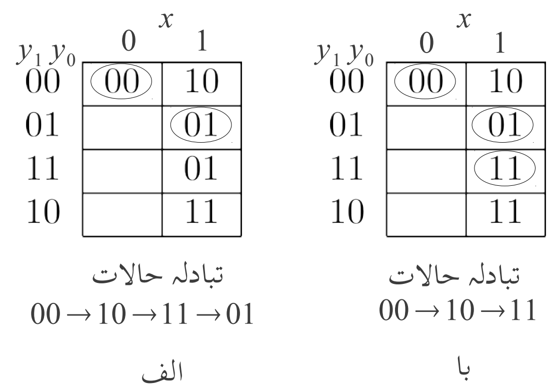
دوسری ممکنہ عبوری حال 111 ہے جہاں سے یہ تیسری صف کے عبوری حال 101 سے ہوتے ہوئے آخر کار آخری صف کے حتمی متوازن حال 101 تک پہنچتا ہے۔

تیسری ممکنہ عبوری حال 101 ہے جہاں سے یہ ہوتے ہوئے آخری صف کے حتمی متوازن حال 101 تک پہنچ جاتا ہے۔

اس مثال میں اگرچہ تین مختلف ممکنات موجود ہیں لیکن حتمی متوازن حالت سب کا ایک ہی ہے۔یوں یہ **غیر بحرانی دوڑ** ہے۔

اگر دور مخصوص اور منفرد عبوری حالتوں سے گزر کر حتمی متوازن صورت اختیار

کرتا ہو تو اسے **پھیرا**[287] لگانا کہتے ہیں۔اس کی مثال شکل 11.13 میں دی گئی ہے۔



شکل 11.13: پھیرے

ان اشکال پر غور کریں۔ان میں دوڑ کی حالت نہیں پائی جاتی چونکہ ایک وقت میں صرف ایک مخارج حالت تبدیل کرتا ہے البتہ حتمی حالت تک پہنچنے کی خاطر دور کو مخصوص اور منفرد عبوری حالتوں سے گزرنا ہوتا ہے۔

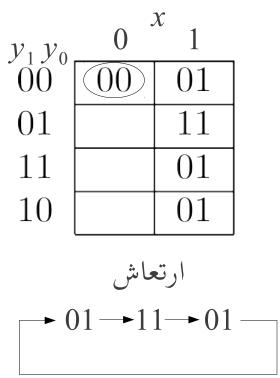
شکل کے حصہ الف میں دور 00 سے عبوری حالت 10 اور پھر 11 سے حتمی حالت 01 پہنچتا ہے۔اسی طرح حصہ با میں 00 سے عبوری حالت 10 کے راستے حتمی حالت 11 اختیار کرتا ہے۔

287 cycle

11.1.4 توازن اور ارتعاش

ایسے دور جو **پھیرے** لگاتے ہوئے کسی بھی حتمی متوازن حالت تک نہ پہنچ پائے کو **غیر متوازن دور**[288] کہتے ہیں۔شکل 11.14 میں اس کی مثال دکھائی گئی ہے۔اگر بیرونی مداخل کو 1 کیا جائے تو دور ایک عبوری حالت سے دوسری عبوری حالت منتقل ہوتا رہتا ہے مگر کسی متوازن حالت تک نہیں پہنچ پاتا۔

اس طرح کے ادوار بطور **مرتعش**[289] استعمال کئے جاتے ہیں۔بطور **مرتعش** استعمال ہونے والے ادوار کے علاوہ ادوار کو کسی صورت **غیر متوازن** نہیں ہونے دیا جاتا۔



شکل 11.14: مرتعش

11.2 حالتِ دوڑ سے پاک ثنائی علامتوں کا تقرر

حالتِ دوڑ کی صورت اس وقت پیدا ہوتی ہے جب ایک سے زیادہ مخارج بیک

288 unstable circuit

289 oscillator

وقت حالت تبدیل کرنے کی کوشش کریں۔**بحرانی دوڑ** کی صورت میں ادوار قابلِ استعمال نہیں رہتے۔اس حصہ میں **بحرانی دوڑ** کے خاتمے پر غور کیا جائے گا۔یہ یاد دہانی کراتے چلیں کہ غیر معاصر ادوار کو استعمال کرتے وقت ان کے مداخل پر یہ شرط لاگو کی جاتی ہے کہ کسی بھی وقت صرف ایک مداخل حالت تبدیل کر سکتا ہے لہٰذا ایک سے زیادہ مداخل کی تبدیلی کی فقر اس حصہ کو پڑھتے ہوئے نہ کریں۔

جن ادوار میں ایک وقت پر صرف ایک مخارج حالت تبدیل کرنے کی کوشش کرے، ایسے ادوار حالتِ دوڑ سے دوچار نہیں ہوتے۔اسی حقیقت کو بروئے کار لاتے ہوئے حالتِ دوڑ ختم کی جاتی ہے۔

عبوری جدول کے حصول کے بعد اس میں درج حالتوں کو ثنائی علامتیں تعین کی جاتی ہیں۔اگر ایسے حالتیں جن کے مابین، عبوری جدول میں، تبادلہ پایا جائے کو **ہمسایہ** ثنائی علامتیں تعین کی جائیں تو دور بحرانی دوڑ سے دو چار نہیں ہوگا۔دو ثنائی اعداد کو اس صورت ہمسایہ اعداد کہا جاتا ہے جب ان میں صرف ایک ہندسہ مختلف ہو۔یوں 1010 اور 1110 **ہمسایہ اعداد**[290] ہیں چونکہ ان اعداد میں صرف ایک بِٹ مختلف ہے۔اسی طرح 1110 اور 0110 آپس میں **ہمسایہ** ہیں جبکہ 1010 اور 0110 آپس میں **ہمسایہ** نہیں ہیں۔

اس ترکیب کو شکل 11.15 کے حصہ الف میں دئے مثال کی مدد سے دیکھتے ہیں۔

290 adjacent numbers

متغیرہ حالات			مداخل x_1x_0			
f_1	f_0	حال	00	01	11	10
0	0	a	a	b	c	c
0	1	b	a	b	c	d
1	1	c	a	b	c	c
1	0	d	d	b	c	d

الف

متغیرہ حالات			مداخل x_1x_0			
f_1	f_0	حال	00	01	11	10
0	0	a	a	b	c	c
0	1	b	a	b	c	d
1	0	c	a	b	c	c
1	1	d	d	b	c	d

ب

شکل 11.15: متغیرہ حالت کا تقرر

اس شکل میں کُل چار صف ہیں۔یوں دو بِٹ **متغیرہ حالت**[291] f_1f_0 سے اس کے چار ممکنہ حالت بیان کئے جا سکتے ہیں۔ہم حال a کے لئے $f=00$ ، حالت b کے لئے $f=01$ ،حالت c کے لئے $f=11$ اور حالت d کے لئے $f=10$ کی **متغیرہ حالتیں** منتخب کرتے ہیں۔ایسا کرنے سے دیکھتے ہیں کہ کیا نتائج رو نما ہوتے ہیں۔

اس شکل کی پہلی صف میں اگر x کی قیمت 00 سے 01 کی جائے تو حال a سے تبدیل ہو کر b ہو جائے گا۔ہم دیکھتے ہیں کہ **متغیرہ حالات** f کی قیمت 00 سے 01 ہو جائے گی۔یوں **متغیرہ حالت** کی صرف ایک بِٹ تبدیل ہوتی ہے اور یوں اس صورت میں **حالتِ دوڑ** پیدا نہیں ہوتا۔اب دیکھتے ہیں کہ اگر شکل کی پہلی صف میں x کی قیمت 00 سے 10 کی جائے تو حال a سے تبدیل ہو کر c ہو

291 state variables

جائے گا۔یوں ہم دیکھتے ہیں کہ **متغیرہ حالات** f کی قیمت 00 سے 11 ہونے کی کوشش کرے گی جس سے **حالتِ دوڑ** پیدا ہوتا ہے۔یوں ہم دیکھتے ہیں کہ دو بِٹ کی **متغیرہ حالت** کے تقرر سے **حالتِ دوڑ** سے بچھنا ممکن نہیں۔ایسی صورت میں دو سے زیادہ بِٹ پر مبنی متغیرہ حالت استعمال کر کے دیکھا جاتا ہے کہ آیا حالتِ دوڑ سے چٹکارا ممکن ہے۔

کبھی کبھار ایسا ممکن ہوتا ہے کہ چار صف کی عبوری جدول میں دو بِٹ **متغیرہ حالت** اس طرح تقرر کئے جائیں کہ حالتِ دوڑ پیدا نہ ہو۔شکل کے حصہ با میں **متغیرہ حالت** کی ترتیب بدل کر ایسا کرنے کی کوشش کی گئی ہے جہاں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ پہلی صف سے شروع کرتے حال a سے حال b تقرری سے f کی قیمت 00 سے 01 ہوتی ہے جبکہ حال a سے حال c تقرری سے f کی قیمت 00 سے 10 ہوتی ہے۔دونوں صورتوں میں چونکہ **متغیرہ حالت** کی صرف ایک بِٹ تبدیل ہوتی ہے لہٰذا پہلی صف میں **حالتِ دوڑ** کا کوئی امکان نہیں۔البتہ دوسری صف کو دیکھتے ہوئے اگر مداخل x کی قیمت 01 سے 11 کی جائے تو حال b سے تبدیل ہو کر c ہو جائے گا اور اس شکل میں **متغیرہ حالت** f کی قیمت 01 سے 10 ہو جائے گی۔اس صورت **متغیرہ حالت** کے دو بِٹ بیک وقت تبدیل ہوتے ہیں جو کہ **حالتِ دوڑ** پیدا کرتا ہے۔

ان دو صورتوں سے ظاہر ہے کہ موجودہ مسئلہ میں دو بِٹ کے **متغیرہ حالت** کی تقرری سے **حالتِ دوڑ** سے نجات حاصل کرنا ممکن نہیں۔ایسی صورت میں **حالتِ دوڑ** سے پاک **متغیرہ حالت** کے لئے ہم **ایک بلند بِٹ تقرری**[292] کا طریقہ استعمال کریں گے۔یہ طریقہ استعمال میں نہایت آسان ہے۔آئیے اس طریقہ کو اسی مثال پر استعمال کرتے دیکھیں۔

شکل 11.16 میں اسی مثال کو لیتے ہوئے، **متغیرہ حالت** کو چار بِٹ رکھا گیا ہے۔مزید یہ کہ ہر حالت کے **متغیرہ حالت** کی تقرری یوں کی گئی ہے کہ اس میں صرف ایک بلند بِٹ ہو۔یوں حال a کا **متغیرہ حال** 0001 مقرر کیا گیا ہے جبکہ حال b کا

292 one hot bit assignment

0010 ، حال c کا 0100 اور حال d کا 1000 مقرر کیا گیا ہے۔

متغیرہ حالات					مداخل x_1x_0			
f_3	f_2	f_1	f_0	حال	00	01	11	10
0	0	0	1	a	a	b	c	c
0	0	1	0	b	a	b	c	d
0	1	0	0	c	a	b	c	c
1	0	0	0	d	d	b	c	d

$a = 0001$
$b = 0010$
$c = 0100$
$d = 1000$

متغیرہ حالات یوں چنے گئے
ہیں کہ ان میں صرف ایک
بلند ثنائی ہندسہ پایا جاتا ہے

شکل 11.16: حالتِ دوڑ سے پاک متغیرہ حالت کا تقرر

شکل 11.16 میں جدول کی پہلی صف میں اگر مداخل کی قیمت 00 سے 01 کی جائے تو دور حال a سے حال b منتقل ہوتا ہے۔یوں **متغیرہ حالت** کی قیمت 0001 سے تبدیل ہو کر 0010 ہو گی جس سے **دو** بِٹ تبدیل ہوتے ہیں اور یوں یہ **حالتِ دوڑ** پیدا کرے گی۔اس صورت سے یوں بچا جا سکتا ہے کہ جدول میں ایک نیا عبوری حال، e ، شامل کیا جائے اور اس عبوری حالت کو استعمال کرتے، حال a سے عبوری حال e کے ذریعہ حال b تک پہنچا جائے۔عبوری حال e کا متغیرہ حالت یوں مقرر کیا جاتا ہے کہ یہ حال a اور حال b دونوں کا ہمسایہ عدد ہو۔ایسا عدد 0011 ہے۔یوں حال e کا متغیرہ حال 0011 مقرر کیا جاتا ہے اور جدول کو تبدیل کر کے $x = 01$ کی قطار کے حال a کی صف میں b کو تبدیل کر کے e لکھ لیا جات ہے جبکہ اسی قطار میں حال e کی صف میں b لکھا جاتا ہے۔ایسا

کرنے سے جدول تبدیل ہو کر شکل 11.17 کی شکل اختیار کر لے گا۔

متغیرہ حالات					مداخل x_1x_0			
f_3	f_2	f_1	f_0	حال	00	01	11	10
0	0	0	1	a	a	e	c	c
0	0	1	0	b	a	b	c	d
0	1	0	0	c	a	b	c	c
1	0	0	0	d	d	b	c	d
0	0	1	1	e	-	b	-	-

شکل 11.17: عبوری حالت سے حالتِ دوڑ کا خاتمہ

اس شکل کی پہلی صف میں مداخل کی 00 سے 01 تبدیلی سے مشین حال a سے عبوری حال e اختیار کرتے ہوئے آخر کار حتمی متوازن حال b تک پہنچتا ہے۔شکل میں نکتہ دار تیر کی لکیروں سے یہ عمل دکھایا گیا ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس پورے عمل میں کسی ایک قدم پر **متغیرہ حالت** کا صرف ایک بِٹ تبدیل ہوتا ہے اور یوں یہ **حالتِ دوڑ** سے پاک ہے۔شکل میں e کے صف میں بقایا خانے خالی رکھے گئے ہیں۔ان میں سے کچھ خانے زیرِ استعمال آئیں گے اور کچھ نہیں۔زیرِ استعمال نہ آنے والے خانے خالی رکھے جاتے ہیں۔ان کی قیمت **غیر ضروری**[293] ہوتی ہے۔

اسی سلسلہ کو پہلی صف میں مداخل کے 00 سے 10 کے تبادلہ کی صورت

293 don't care

میں استعمال کرتے ہیں۔شکل 11.17 میں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ایسا کرنے سے مشین حال a سے حال c منتقل ہونا چاہتا ہے۔متغیرہ حالت کو دیکھتے ہوئے یہ بات واضح ہے کہ یہ 0001 سے تبدیل ہو کر 0100 ہونا چاہتا ہے۔البتہ ایسا کرنے سے حالتِ دوڑ پیدا ہوتا ہے جسے ہم بالکل پچھلی صورت کی طرح حل کریں گے۔

اس صورت سے یوں بچا جا سکتا ہے کہ جدول میں ایک نیا عبوری حال، f ، شامل کیا جائے اور اس عبوری حالت کو استعمال کرتے، حال a سے عبوری حال f کے ذریعہ حال c تک پہنچا جائے۔عبوری حال f کا متغیرہ حالت یوں مقرر کیا جاتا ہے کہ یہ حال a اور حال c دونوں کا ہمسایہ عدد ہو۔ایسا عدد 0101 ہے۔یوں حال f کا متغیرہ حال 0101 مقرر کیا جاتا ہے اور جدول کو تبدیل کر کے $x=10$ کی قطار کے حال a کی صف میں c کو تبدیل کر کے f لکھ لیا جاتا ہے جبکہ اسی قطار میں حال f کی صف میں c لکھا جاتا ہے۔ایسا کرنے سے جدول تبدیل ہو کر شکل 11.18 کی شکل اختیار کر لے گا۔

متغیرہ حالات					مداخل $x_1 x_0$			
f_3	f_2	f_1	f_0	حال	00	01	11	10
0	0	0	1	a	a	e	f	f
0	0	1	0	b	a	b	c	d
0	1	0	0	c	a	b	c	c
1	0	0	0	d	d	b	c	d
0	0	1	1	e	-	b	-	-
0	1	0	1	f	-	-	c	c

شکل 11.18: عبوری حالت سے حالتِ دوڑ کا خاتمہ

یہی طریقہ کار تمام خانوں کے لئے دہرایا جاتا ہے۔ایسا کرنے سے شکل 11.19 حاصل ہوتا ہے۔طلبہ سے گزارش کی جاتی ہے کہ وہ اس جدول کو از خود حاصل کریں۔ تسلی کر لیں کہ اس جدول میں کسی بھی حالت سے دوسرے حالت تک پہنچنے میں **حالتِ دوڑ** پیدا نہیں ہوتا۔

متغیرہ حالات					مداخل $x_1 x_0$			
f_3	f_2	f_1	f_0	حال	00	01	11	10
0	0	0	1	a	a	~~b~~,e	~~c~~,f	~~c~~,f
0	0	1	0	b	~~a~~,e	b	c	d
0	1	0	0	c	~~a~~,f	~~b~~,g	c	c
1	0	0	0	d	d	~~b~~,h	~~c~~,i	d
0	0	1	1	e	a	b	-	-
0	1	0	1	f	a	-	c	c
0	1	1	0	g	-	b	c	-
1	0	1	0	h	-	b	-	d
1	1	0	0	i	-	-	c	-

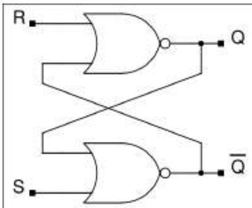
شکل 11.19: حالتِ دوڑ سے مکمل طور پاک متغیرہ حالت کی تقرری

11.3 پلٹوں کا عبوری جدول کی مدد سے تجزیہ

عبوری جدول کے استعمال سے اس حصہ میں پلٹوں والے ادوار کا تجزیہ کیا جائے گا۔چند مثالوں کے بعد حصہ 11.3.3 میں اس طریقہ کار کا قدم با قدم طریقہ دیا جائے گا۔

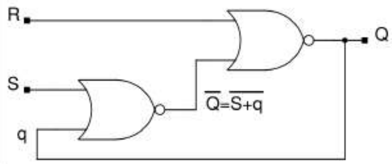
11.3.1 ایس_آر پلٹ

عبوری جدول کے استعمال سے سب سے پہلے ایس-آر پلٹ پر غور کرتے ہیں۔ شکل 11.20 میں اُوپر جانب ایس-آر پلٹ دکھایا گیا ہے۔اسی کے نیچے اسے **واپسیں دور**[294] کی طرح دکھایا گیا ہے جہاں **واپسیں اشارہ** q کی پہچان آسانی سے ممکن ہے۔



q \ SR	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	1	0	0	1

عبوری جدول



$$Q=\overline{R+\overline{S+q}} \\ =\overline{R}\,S+\overline{R}\,q$$

شکل 11.20: ایس-آر پلٹ کا عبوری جدول

شکل میں **متغیرہ حال** Q کو بطور **واپسیں اشارہ** q استعمال کیا گیا ہے۔یوں دور میں Q **متغیرہ حال**، q **اندرونی مداخل** جبکہ S اور R دو **بیرونی مداخل** ہیں۔انہیں استعمال کرتے، شکل میں دکھائی، **عبوری جدول** حاصل کی گئی ہے۔آئیے اس پلٹ کا تجزیہ اس کے عبوری جدول کی مدد سے کریں۔پلٹ کی جدولِ درسگی مندرجہ ذیل ہے۔

294 feedback circuit

S	R	Q_{n+1}	$\overline{Q_{n+1}}$
0	0	Q_n	$\overline{Q_n}$
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

(11.3)

اس جدول سے ظاہر ہے کہ نفی۔جمع گیٹ پر مبنی ایس-آر پلٹ کا صحیح استعمال تب ممکن ہے جب اس کے دونوں مداخل کسی صورت اکٹھے بلند نہ ہوں چونکہ ایسا ہونے سے پلٹ کے مخارج Q اور $\overline{Q}$ دونوں پست ہو جاتے ہیں جبکہ کسی بھی پلٹ کے مخارج کا ہر صورت آپس میں متضاد رہنا ضروری ہے۔اس شرط کو یوں بیان کیا جا سکتا ہے کہ نفی۔جمع گیٹ پر مبنی ایس-آر پلٹ کے مداخل کو ہر صورت مندرجہ ذیل مساوات پر پورا اترنا چاہئے۔

$$S \cdot R = 0 \tag{11.4}$$

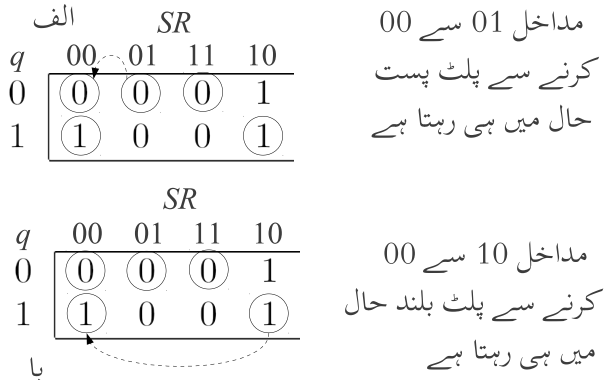
شکل 11.21 کو دیکھتے آگے پڑھیں۔عبوری جدول میں $SR=01$ کی قطار میں متوازن حال $q=0$ کی صف میں پایا جاتا ہے جہاں **متغیرہ حال** $Q=0$ یعنی پست ہے۔اگر $SR=00$ کیا جئے تو عبوری جدول کے **مطابق متغیرہ** حالت پست ہی رہے گا۔ اس عمل کو شکل کے حصہ الف میں نکتہ دار تیر سے دکھایا گیا ہے۔

اسی طرح $SR=10$ کی صورت میں پلٹ کا متوازن بلند حالت $q=1$ کی صف میں پایا جاتا ہے۔اگر $SR=00$ کیا جائے تو عبوری جدول کے مطابق پلٹ بلند حالت میں ہی رہتا ہے جیسے شکل کے حصہ با میں دکھایا گیا ہے۔یہ دونوں اعمال پلٹ کے بوولین جدول سے بھی وضح ہے۔

اب دیکھتے ہیں کہ $SR=11$ سے $SR=00$ کرنے سے کیا صورت پیدا ہوتی

ہے۔پہلے تو یاد دہانی کراتے چلیں کہ اس طرح کے ادوار کو **بنیادی طریقِ کار**[295] کے طرز پر چلایا جاتا ہے جہاں ایک سے زیادہ بیرونی مداخل تبدیل کرنے کی اجازت نہیں ہوتی۔ بہرحال پھر بھی دیکھتے ہیں کہ ایسا کرنے سے کیا مسائل کھڑے ہوتے ہیں۔

$SR=11$ کرنے سے پہلے تو بوولین جدول کے مطابق Q اور $\overline{Q}$ دونوں پست ہوتے ہیں۔اس طرح یہ آپس میں متضاد حالت میں نہیں ہوتے جبکہ کسی بھی پلٹ کے لئے یہ لازم ہے کہ اس کے دونوں مخارج ہر وقت متضاد حالت میں ہوں۔دوسری بات یہ کہ عبوری جدول کو دیکھتے ہوئے اگر S پہلے پست حالت اختیار کر لے تو حتمی حال 0 ہو گا جبکہ اگر R پہلے پست ہو پائے تب حتمی حال 1 ہو گا۔چونکہ یہ قبل از وقت معلوم کرنا ناممکن ہے کہ ان میں پہلے کون پست حالت اختیار کرے گا لہٰذا یہ جاننا ناممکن ہے کہ حتمی حالت کیا ہو گا۔یوں اس طرح، دور کا استعمال غیر یقینی صورت پیدا کرتا ہے۔

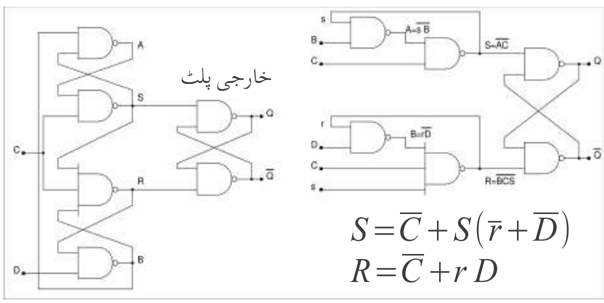


شکل 11.21: ایس-آر پلٹ کا استعمال

295 fundamental mode

11.3.2 ساعت کے کنارے چلتا ڈی پلٹ

شکل 11.22 میں ساعت کے کنارہ چلتا ڈی پلٹ دکھایا گیا ہے۔ڈی پلٹ میں اندرونی واپسیں دور پایا جاتا ہے جس کے اندرونی **متغیرہ حالات** S اور R ہیں[296]۔یوں اس کے واپسیں اشارات s اور r ہیں۔شکل میں دور کو دوبارہ **واپسیں دور** کی طرز پر بنایا گیا ہے تاکہ **واپسیں اشارات** s اور r کی پہچان آسان ہو۔



شکل 11.22: ڈی پلٹ بطور واپسیں دور

اس دور کے S اور R متغیرہ حالات، s اور r واپسیں اشارات جبکہ C اور D بیرونی مداخل ہیں۔یوں ہم لکھ سکتے ہیں۔

296 نفی-ضرب گیٹ کے ایس-آر پلٹ کے درآمدات کو اس کتاب میں عموماً $\overline{S}$ اور $\overline{R}$ لکھا گیا ہے۔یہاں انہیں S اور R لکھا گیا ہے۔امید کی جاتی ہے کہ اس سے پریشانی پیدا نہیں ہو گی

$$
\begin{aligned}
A &= \overline{sB} \\
B &= \overline{Dr} \\
S &= \overline{AC} = \overline{A}+\overline{C} = \overline{\overline{sB}}+\overline{C} = sB+\overline{C} = s\left(\overline{rD}\right)+\overline{C} \\
&= s\left(\overline{r}+\overline{D}\right)+\overline{C} \\
R &= \overline{BCs} = \overline{B}+\overline{C}+\overline{s} = \overline{\overline{Dr}}+\overline{C}+\overline{s} \\
&= Dr+\overline{C}+\overline{s}
\end{aligned}
\tag{11.5}
$$

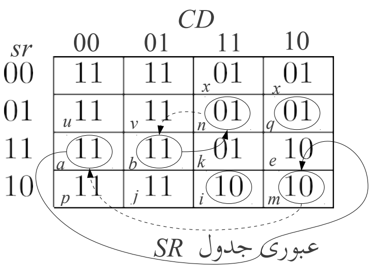
شکل 11.23 میں ان مساوات سے حاصل S اور R کے بوولین جدول کو **کارناف نقشہ** کی طرح لکھ کر عبوری جدول حاصل کیا گیا ہے۔مکمل حالت کو $srCD$ کی صورت میں لکھتے ہوئے اس جدول پر غور کرتے ہیں۔

sr \ CD	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	0	0
11	1	1	0	1
10	1	1	1	1

$S = s\left(\overline{r}+\overline{D}\right)+\overline{C}$

sr \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	0
10	1	1	0	0

$R = rD+\overline{C}+\overline{s}$



شکل 11.23: ڈی پلٹ کے عبوری جدول کا حصول اور استعمال

تصور کریں کہ جس لمحہ پلٹ کو برقی طاقت مہیا کر کے زندہ کیا جاتا ہے اس لمحہ ساعت،یعنی C ، اور بیرونی مداخل، یعنی D ،دونوں پست ہیں۔اس صورت عبوری جدول کے مطابق دور $CD=00$ کی قطار میں ہوگا۔اس قطار میں تین خانے عبوری متغیرہ حالت کو ظاہر کرتے ہیں۔یہ تین خانے 0000 ، 0100 اور 1000 ہیں۔ان تینوں خانوں میں عبوری حال $SR=11$ ہے۔چوتھا خانہ،یعنی 1100 ، متوازن حالت کو ظاہر کرتا ہے اور اس میں متوازن حال $SR=11$ ہے۔یوں اگر برقی طاقت کے فراہمی کے لمحہ تاخیرات ایسے ہوں کہ دور ان تین عبوری خانوں میں کسی ایک میں داخل ہوتا ہے تو یہاں سے جلد وہ $sr=11$ کی صف پہنچ کر متوازن حالت $SR=11$ اختیار کر لے گا۔اگر زندہ ہوتے ہی دور سیدھا 1100 خانہ میں داخل ہو تب یہ یہی رہے گا۔

اس کے برعکس برقی طاقت مہیا کرنے کے لمحہ اگر $C=1$ اور $D=1$ ہوں تو عبوری جدول کے مطابق دور 0111 یا 1011 کے متوازن حالت تک پہنچ کر یہی رہے گا جبکہ $C=1$ اور $D=0$ کی صورت میں دور 0110 یا 1010 میں ہوگا۔

پست ساعت کی صورت میں **متغیرہ حالات** SR کی قیمت 11 رہتی ہے۔ عبوری جدول میں $CD=00$ اور $CD=01$ کی دو قطاریں اس بات کو ظاہر کرتی ہیں جہاں تمام SR کی قیمتیں 11 ہیں۔ہم جانتے ہیں کہ ایس-آر پلٹ کی دونوں مداخل بلند ہونے کی صورت میں پلٹ اپنی حالت برقرار رکھتا ہے۔یوں شکل 11.22 میں اس صورت میں خارجی پلٹ اپنی حالت برقرار رکھے گا۔

پست ساعت، یعنی $C=0$ ، اور پست D ،یعنی $D=0$ ،کی صورت میں متوازن **متغیرہ حالت** SR حاصل کرنے کی خاطر ہم عبوری جدول کے $CD=00$ کی قطار میں دیکھتے ہیں جہاں ہمیں **مکمل حال** 1100 بطور متوازن حالت ملتا ہے۔جدول کے اس خانے میں a لکھ کر اسے واضح کیا گیا ہے۔یہاں $SR=11$ ہونے کی وجہ سے خارجی پلٹ اپنی حالت برقرار رکھے گا۔

پست ساعت اور بلند D کی صورت میں $CD=01$ کی قطار میں متوازن حال 1101 پایا جاتا ہے جہاں $SR=11$ ہی ہے اور یوں خارجی پلٹ اپنی حالت برقرار

رکھے گا۔جدول کے اس خانے میں b لکھ کر اسے واضح کیا گیا ہے۔

تصور کریں کہ دور کے متوازن حال 1100 ،یعنی خانہ a ،میں ہوتے ہوئے بیرونی مداخل C بلند ہوتا ہے۔بیرونی مداخل C جس لمحہ 0 سے 1 ہوتا ہے اس لمحہ کو ساعت کا **کنارہ چڑھائی**[297] کہتے ہیں۔ یوں $D=0$ کی صورت میں ساعت کے کنارہ چڑھائی آنے سے دور خانہ a کی صف میں رہتے ہوئے، $CD=00$ سے $CD=01$ کی قطار میں داخل ہو کر عبوری صورت 1110 اختیار کرتا ہے۔اس عبوری حالت کو خانہ e کہا گیا ہے۔یہاں سے یہ جلد حتمی متوازن حال 1010 تک پہنچتا ہے۔اس خانہ کو m کہا گیا ہے 1010 حال میں متغیرہ حالت $SR=10$ ہیں۔ خارجی پلٹ $SR=10$ کی صورت میں پست حالت اختیار کر لے گا اور یوں $Q=0$ ہو جائے گا۔اس قدم کو شکل میں خانہ a سے خانہ e کے راستے خانہ m تک تیر والے لکیر سے دکھایا گیا ہے۔اس پورے کا نچوڑ یہ ہے کہ $D=0$ کی صورت میں ساعت کے کنارہ چڑھائی پر $Q=0$ ہو جائے گا یعنی ڈی پلٹ پست حالت اختیار کر لیتا ہے۔

اس پورے عمل پر دوبارہ غور کریں۔ساعت کے کنارہ چڑھائی آتے ہی دور عبوری حال 1110 اور پھر متوازن حال 1010 اختیار کرتا ہے۔ان دونوں حالت میں $SR=10$ ہی رہتے ہیں اور یوں عبوری حالت سے گزرتے ہوئے کسی قسم کی لرزش پیدا نہیں ہوتی۔آپ نیچے پڑھتے ہوئے ہر قدم پر تسلی کر لیں کہ کسی بھی عبوری حالت سے گزرتے وقت SR کی قیمت وہی ہوتی ہے جو اس قدم کے حتمی حالت میں گی۔یوں ایسے لمحات پر لرزش سے کسی قسم کی غیر یقینی صورت پیدا نہیں ہوتی۔

اسی طرح مکمل حال 1101 میں موجود دور، ساعت کے کنارہ چڑھائی آتے، عبوری حال 1111 سے ہوتے ہوئے متوازن حال 0111 اختیار کرے گا۔اس قدم کو شکل میں خانہ b سے خانہ k کے راستے خانہ n تک تیر والے لکیر سے دکھایا گیا ہے۔یہ قدم بلند بیرونی مداخل یعنی $D=1$ کی صورت میں ساعت کے کنارہ چڑھائی پر $SR=01$ ہونے کا عمل ہے جس سے داخلی پلٹ بلند ہو جائے گا اور یوں ڈی پلٹ کا $Q=1$ ہو جائے گا۔

297 rising edge

ساعت کے کنارہ اترائی کے عمل کو نکتہ دار تیر والے لکیروں سے دکھایا گیا ہے۔ انہیں آپ خود سمجھ سکتے ہیں۔یہ دونوں لکیریں اس بات کو واضح کرتی ہیں کہ ساعت کے کنارہ اترائی پر عبوری حالت اور حتمی متوازن حالت دونوں میں $SR=11$ ہوتا ہے۔ $SR=11$ ہونے کی صورت میں بیرونی پلٹ اپنی حالت برقرار رکھتا ہے اور یوں ساعت کے کنارہ اترائی پر ڈی پلٹ کے حال Q میں کسی قسم کی تبدیلی رو نما نہیں ہوتی۔

ایک آخری بات اس پلٹ کے حوالہ سے کرتے ہیں۔شکل 11.22 میں اشارہ S کو R پیدا کرنے والے نفی۔ضرب گیٹ کو داخلی اشارہ کے طور مہیا کیا گیا ہے۔اس بات سے حتمی یقین کرایا جاتا ہے کہ S اور R کسی صورت اکٹھے پست نہیں ہو سکتے۔ یاد رہے کہ ایسا ہونے سے بیرونی پلٹ کے دونوں مخارج بلند ہو جائیں گے جو کہ ناقابلِ قبول صورت ہو گی۔یوں عبوری جدول میں 0010 اور 0010 کے خانے کوئی معنی نہیں رکھتے۔ان خانوں کو x لکھ کر واضح کیا گیا ہے۔

11.3.3 ایس-آر پلٹوں والے غیر معاصر ادوار کا قدم با قدم تجزیہ

اُوپر دئے مثالوں میں استعمال کئے طریقہ کار کو یہاں بیان کرتے ہیں۔پلٹ کے اپنے واپسیں اشارات کو نظر انداز کرتے ہیں۔

- تمام پلٹوں کے مخارج کو Y_i سے ظاہر کریں اور اسی طرح ان میں سے جو واپسیں اشارات کے طور استعمال کئے گئے ہوں انہیں y_i سے ظاہر کریں جہاں $i=0,1,2\cdots$ ہے۔
- تمام پلٹوں کے S_i اور R_i مداخل کے مساوات حاصل کریں۔
- نفی۔جمع گیٹ پر مبنی ایس-آر پلٹوں کے لئے تسلی کر لیں کہ $SR=0$ ہے جبکہ نفی۔ضرب گیٹوں پر مبنی ایس-آر پلٹوں کے لئے $\overline{S}\,\overline{R}=0$ ہونا ضروری ہے۔ایسا نہ ہونے کی صورت میں پلٹ غلط نتائج دے سکتا ہے۔
- S_i اور R_i کو دیکھتے ہوئے تمام پلٹوں کے Y_i حاصل کریں۔
- ہر Y_i کو **کارناف نقشہ** کے طرز پر بیان کریں۔ان نقشوں کے بائیں جانب قطار میں واپسیں اشارات y جبکہ نقشوں کے اُوپر صف میں بیرونی مداخل x لکھیں جہاں y سے مراد $\cdots y_3 y_2 y_1 y_0$ جبکہ x سے مراد $\cdots x_3 x_2 x_1 x_0$ ہے۔

- ان تمام نقشوں کو عبوری جدول میں یکجا کریں۔نقشوں کے خانوں میں Y لکھیں، جہاں Y سے مراد $\cdots Y_3 Y_2 Y_1 Y_0$ ہے۔
- وہ خانے جن میں $Y = y$ ہے، متوازن حالت کو ظاہر کرتے ہیں۔انہیں دائرہ میں بند کر دیں۔یوں عبوری جدول حاصل ہوتا ہے۔

12 سوالات

1.1 مندرجہ ذیل اعشاری اعداد کو ثنائی شکل میں لکھیں۔

(ا) 33 (ب) 64 (پ) 128 (ت) 256

(ٹ) 4096 (ث) 0.375 (ج) 5.625 (چ) 13.6875

1.2 مندرجہ ذیل ثنائی اعداد کو اعشاری شکل میں لکھیں۔

(ا) 10 (ب) 101

(پ) 1101 (ت) 11011

(ٹ) 101101011 (ث) 11001010011

1.3 مندرجہ ذیل ثنائی اعداد کو اعشاری شکل میں لکھیں۔

(ا) 10.1 (ب) 101.01

(پ) 0.001101 (ت) 1011.01101

(ٹ) 100.001 (ث) 1111.1111

1.4 مندرجہ ذیل اعشاری اعداد کو اساس سولہ اور اساس آٹھ میں تبدیل کریں۔

(ا) 7 (ب) 23 (پ) 32 (ت) 64

(ٹ) 1024 (ث) 2048

1.5 مندرجہ ذیل اساس سولہ اعداد کو اساس آٹھ اور ثنائی شکل میں لکھیں۔

(ا) 7 (ب) 10 (پ) 1A (ت) 2B3

(ٹ) A.BC (ث) 0.12 (ج) F0 (چ) FFFF

2.1 مندرجہ ذیل ثنائی اعداد کے سوالات حل کریں۔انہیں سوالات کو اعشاری شکل میں بھی حل کریں۔جوابات کا موازنہ کریں۔

(ا) 110+101 (ب) 11+101

(پ) 1011+1101 (ت) 1101+1001

(ٹ) 101+1011 (ث) 101+1111

2.2 مندرجہ ذیل ثنائی اعداد کے سوالات حل کریں۔انہیں سوالات کو اعشاری شکل میں بھی حل کریں۔جوابات کا موازنہ کریں۔

(ا) 110-101 (ب) 111-101

(پ) 1111-1101 (ت) 1101-1001

(ٹ) 101-1011 (ث) 101-1111

2.3 مندرجہ ذیل ثنائی اعداد کے سوالات حل کریں۔انہیں سوالات کو اعشاری شکل میں بھی حل کریں۔جوابات کا موازنہ کریں۔

(ا) 110-10.1 (ب) 101-10.1

(پ) 11.11-1.101 (ت) 110.1-10.01

(ٹ) 101.011-10.11 (ث) 111.1-11.01

2.4 مندرجہ ذیل اعشاری سوالات کو ثنائی شکل میں تبدیل کر کے حل کریں۔

(ا) 64+32 (ب) 256-128

(پ) 121.2-94.3 (ت) 36.09+22.24

(ٹ) 1024-63 (ث) 2056+1024

2.5 مندرجہ ذیل اعشاری اعداد کے تکملہ نو اور تکملہ دس حاصل کریں۔

(ا) 6 (ب) 8

(پ) 19 (ت) 205

(ٹ) 3160029 (ث) 9807568

(ج) 0.63 (چ) 39.09

(ح) 3093.9801 (خ) 23409.65487

2.6 مندرجہ ذیل ثنائی اعداد کے تکملہ ایک اور تکملہ دو حاصل کریں۔

(ا) 1011 (ب) 1001

(پ) 111101 (ت) 10101010

(ٹ) 11.11 (ث) 1101.0011

2.7 مندرجہ ذیل اعشاری سوالات کو تکملہ نو اور تکملہ دس سے حل کریں۔

(ا)	9-4	(ب)	16-9
(پ)	23.9-13	(ت)	555.078-303.93
(ٹ)	0.555-0.045	(ث)	1000-909.5301

2.8 مندرجہ ذیل ثنائی سوالات کو تکملہ ایک اور تکملہ دو سے حل کریں۔

(ا)	11-10	(ب)	1101-1010
(پ)	11.10-10.11	(ت)	1101.01-1001.1
(ٹ)	101-1010	(ث)	0.11-1101.11

2.9 مندرجہ ذیل اعشاری سوالات کو ثنائی شکل میں تبدیل کر کے حل کریں۔(ا) 3×9 (ب) 31×23

(پ)	15×3.625	(ت)	1024×16
(ٹ)	2048×2048	(ث)	65.75×11.625

3.1 مندرجہ ذیل بوولین مساوات کے جدول لکھیں۔

(ا)	$XYZ+\overline{X}\,Y\,\overline{Z}$	(ب)	$ABC+A\overline{B}C+\overline{A}\,\overline{B}\,C$
(پ)	$A\left(B+\overline{C}\right)$	(ت)	$\left(A+B\right)\left(AB+BC+\overline{C}\,A\right)$
(ٹ)	$A\,\overline{B}+\overline{A}\,B$	(ث)	$A\,\overline{B}+B\,\overline{C}$

3.2 مندرجہ ذیل کی تکملی شکل حاصل کریں۔یاد رہے کہ $\left(AB+C\,\overline{D}\right)$ کی

تکملی شکل یوں حاصل کی جاتی ہے۔ $\overline{(AB+C\overline{D})}=(\overline{A}+\overline{B})(\overline{C}+D)$

(ا) $(X+YZ+XY)$ (ب) $AB(C\overline{D}+\overline{C}D)$

(پ) $\overline{A}\,\overline{B}+A\overline{B}$ (ت) $X\overline{Y}Z+\overline{X}Y$

(ٹ) $(A+B)(B+C)(C+A)$

3.3 مندرجہ ذیل کے ادوار جمع، ضرب اور نفی گیٹوں کی مدد سے بنائیں۔

(ا) $AB\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}C$ (ب) $A+B(A+\overline{C})$

(پ) $\overline{X}\,\overline{Y}(X+\overline{Y})$ (ت) $AB+BC+CA$

(ٹ) $ABC+\overline{A}B\overline{C}+AB\overline{C}$

3.4 ڈی مارگن کے کلیات کو **بوولین جدول سے اخذ کرنے کے طریقہ** سے ثابت کریں۔

3.5 بوولین جدول سے اخذ کرنے کے طریقہ سے مندرجہ ذیل ثابت کریں۔

(ا) $X\overline{Y}+XY=X$ (ب) $X+\overline{X}Y=X+Y$

3.6 مندرجہ ذیل کو مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں لکھیں۔

(ا) $(A+B)(C+D)$ (ب) $(A+B)(\overline{B}+C)(A+\overline{C})$

(پ) $(A+B)(A+B+C)(C+B)$ (ت) $(A+B+C)(\overline{B}+\overline{C})$

3.7 مندرجہ ذیل کو ضربِ ارکانِ جمع کی شکل میں لکھیں۔

(ا) $X+\overline{Y}Z+\overline{X}\,\overline{Z}$ (ب) $XY+\overline{Z}X$

(پ) $X\,\overline{Y}\,(\overline{Y}\,\overline{Z}+YZ)$ (ت) $(A+B\overline{C})(\overline{A}\,B+\overline{B}\,A)$

3.8 ایک تفاعل Y مندرجہ ذیل صورتوں میں ایک (1) کے برابر ہوتا ہے۔اگر $A=0$ ، $B=0$ اور $C=1$ ہو یا اگر $A=1$ ، $B=1$ اور $C=0$ ہو اور یا اگر $A=1$ ، $B=1$ اور $C=1$ ہو۔ان صورتوں کے علاوہ اس تفاعل کی قیمت صفر (0) رہتی ہے۔ان معلومات کو جدول کی شکل میں لکھ کر اس تفاعل کی مساوات مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں حاصل کریں۔

3.9 گزشتہ سوال میں دئے گئے تفاعل Y کو **ضرب -- جمع**[298] دور کی شکل میں بنائیں۔اسی تفاعل کو دوبارہ **نفی-ضرب - - نفی-ضرب**[299] دور سے حاصل کریں۔

3.10 تفاعل Z کی قیمت مندرجہ ذیل صورتوں میں صفر (0) ہوتی ہے۔اگر $A=0$ ، $B=0$ اور $C=0$ ہو یا اگر $A=1$ ، $B=0$ اور $C=0$ ہو یا اگر $A=1$ ، $B=1$ اور $C=0$ ہو اور یا اگر $A=1$ ، $B=1$ اور $C=1$ ہو۔ان صورتوں کے علاوہ اس کی قیمت ایک رہتی ہے۔ان معلومات کو جدول کی شکل میں لکھ کر Z کی مساوات ضربِ ارکانِ جمع کی شکل میں حاصل کریں۔

3.11 گزشتہ سوال میں دئے گئے تفاعل Z کو پہلے **جمع -- ضرب** دور اور پھر **نفی-جمع - - نفی-جمع** دور سے حاصل کریں۔

3.12 جدول میں A ، B اور C تین آزاد داخلی متغیرات ہیں جبکہ اس میں

298 AND-OR

299 NAND-NAND

$F0$ ، $F1$ اور $F2$ تابع متغیرات ہیں۔

A	B	C	F0	F1	F2
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

(ا) اس جدول میں تینوں تابع متغیرات کو باری باری **مجموعہ ارکانِ ضرب** کی صورت میں لکھیں۔

(ب) **منطقی ضرب گیٹ** اور **منطقی جمع گیٹ** استعمال کرتے ہوئے ان تابع متغیرات کے **ضرب - - جمع** دور بنائیں۔

(پ) **ضرب - - جمع** ادوار سے ان تابع متغیرات کے **نفی-ضرب - - نفی- ضرب** ادوار حاصل کریں۔

(ت) اس جدول میں تینوں تابع متغیرات کو باری باری **ضربِ ارکانِ جمع** کی صورت میں لکھیں۔

(ٹ) **منطقی جمع گیٹ** اور **منطقی ضرب گیٹ** استعمال کرتے ہوئے ان تابع متغیرات کے **جمع - - ضرب** دور بنائیں۔

(ث) **جمع - - ضرب** ادوار سے ان تابع متغیرات کے **نفی-جمع - - نفی-جمع** ادوار حاصل کریں۔

3.13 مندرجہ ذیل تفاعل مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں ہیں۔انہیں ضربِ ارکانِ جمع کی شکل میں لکھیں۔

(ا) $Z(A,B)=\sum(0,1)$ (ب) $F(A,B,C)=\sum(1,3,7)$

(پ) $F(A,B,C)=\sum(0,5,7)$ (ت) $Y(A,B,C)=\sum(0,7)$

(ٹ) $Z(A,B,C,D)=\sum(0,2,5,12)$

3.14 مندرجہ ذیل تفاعل ضربِ ارکانِ جمع کی شکل میں ہیں۔انہیں مجموعہ ارکانِ ضرب کی شکل میں لکھیں۔

(ا) $F(A,B)=\prod(1,3)$ (ب) $Z(A,B,C)=\prod(0,4,7)$

(پ) $Z(A,B,C,D)=\prod(0,1,5,7,13,15)$

3.15 انٹرنیٹ[300] سے مندرجہ ذیل **معلوماتی صفحات**[301] حاصل کریں۔یہ گیٹوں کے مخلوط ادوار[302] پاکستان کے ہر شہر میں نہایت سستے داموں دستیاب ہیں۔(ا) 7400 (ب) 4011 (پ) 7408 (ت)4081 (ٹ) 4000 (ث)7432 (ج)7404 (چ)4049 (ح)4070 (مثال:7400 کے معلوماتی صفحات حاصل کرنے کی خاطر انٹرنیٹ کے گوگل[303] میں *datasheet* 7400 لکھیں)

3.16 گزشتہ سوال میں حاصل کئے گئے معلوماتی صفحات سے 7400 مخلوط دور میں چار گیٹوں کے مخارج کن پنوں پر دستیاب ہیں۔

300 internet

301 datasheet

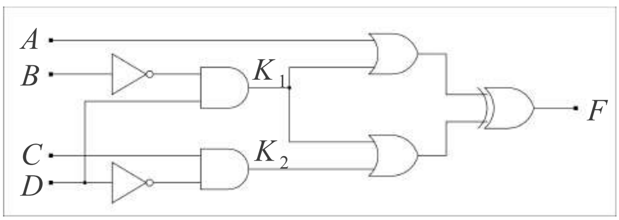
302 integrated circuit (IC)

303 Google

3.17 انٹرنیٹ سے تین مداخل والے ضرب گیٹ اور چار مداخل والے جمع گیٹ کے مخلوط ادوار دریافت کریں۔

4.1 کارناف نقشے میں

5.1 شکل 12.1 میں چار مداخل والا دور دیا گیا ہے۔



شکل 12.1: مثال 5.1

(ا) شکل 12.1 کے اندرونی متغیرات K_1 اور K_2 کے بوولین مساوات حاصل کریں۔

(ب) اسی شکل میں خارجی تابع متغیرہ F کی بوولین مساوات حاصل کریں۔

(پ) ایک بوولین جدول بنائیں جس میں چار آزاد متغیرات A ، B ، C اور D کے تمام ممکنہ ترتیب درج ہوں۔اس بوولین جدول میں K_1 ، K_2 اور F کے خانے بنائیں اور انہیں پُر کریں۔

5.2 ایک ایسا بوولین جدول بنائیں جس کے تین مداخل اور ایک مخارج ہو۔اس جدول کو یوں پُر کریں کہ مخارج کی قیمت صرف اُس صورت میں ایک (1) کے برابر ہو جب صرف ایک مداخل کی قیمت صفر (0) ہو۔اس جدول کی مدد سے مخارج کا **ترکیبی دور** تشکیل دیں۔

5.3 چار مداخل کا ایک ایسا بوولین جدول بنائیں جس کا مخارج صرف اُس صورت بلند (1) ہو جب مخارج ثنائی عدد کی قیمت نو (9) سے کم ہو۔اس تفاعل کا ترکیبی دور تشکیل دیں۔

5.4 تین مداخل اور تین مخارج والا ایک ایسا بوولین جدول تشکیل دیں جس میں مداخل ثنائی عدد کی قیمت سات (7) سے کم ہونے کی صورت میں مخارج کی قیمت مداخل سے ایک زیادہ ہو جبکہ مداخل کی قیمت سات کے برابر ہونے کی صورت میں مخارج کی قیمت صفر (000) ہو۔

5.5 **اقلیتی دور** ایسے ترکیبی دور کو کہتے ہیں جس کا مداخل اس صورت بلند (1) ہوتا ہے جب اس کے زیادہ تر مداخل پست (0) ہوں۔تین مداخل والا اقلیتی دور تشکیل دیں۔

5.6 ایک ترکیبی دور تشکیل دیں جو اعشاری ہندسے کا اساس نو خارج کرے۔ایسے

دور کے چار مداخل اور چار مخارج ہوں گے۔

5.7 تین بِٹ کے دو اعداد کا موازنہ کرنے والا ایسا ترکیبی دور تشکیل دیں جس کا مخارج اس صورت بلند (1) ہو جب دونوں اعداد کی قیمتیں برابر ہوں۔

5.8 چار بِٹ کے دو ثنائی اعداد ضرب کرنے والا ترکیبی دور تشکیل دیں۔

5.9 **نفی-جمع** گیٹ استعمال کرتے 4×16 **شناخت کار** تشکیل دیں۔

5.10 مندرجہ ذیل تین تفاعل کو ایک عدد 3×8 **شناخت کار** کی مدد سے حاصل کریں۔اس دور کو شکل 5.25 کی طرز پر تشکیل دیں۔

$$F_0(X, Y, Z) = \sum (0,3,7)$$
$$F_1(X, Y, Z) = \sum (1,2,5)$$
$$F_2(X, Y, Z) = \sum (0,1,2,3,5,7)$$

5.11 مندرجہ ذیل تفاعل کو 16×1 **داخلی منتخب کار** کی مدد سے حاصل کریں۔

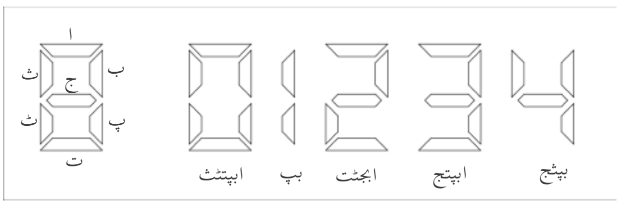
$$F(A, B, C, D) = \sum (0,1,4,7,13,15)$$

5.12 **مکمل جمع کار** کو دو عدد **داخلی منتخب کار** کی مدد سے حاصل کریں۔

5.13 شکل 12.2 میں اعشاری ہندسے کی نمائش کرنے والی تختی[304] دکھائی گئی ہے جو سات قابلِ روشن حصوں پر مبنی ہے۔ان حصوں میں سے کسی ایک یا ایک سے زیادہ حصوں کو بیک وقت روشن کیا جا سکتا ہے۔یوں مختلف حصے روشن کرنے سے اعشاری ہندسے لکھے جا سکتے ہیں۔مثلاً (ب) اور (پ) بیک وقت روشن کرنے سے (1) لکھا جائے گا۔اسی طرح (ا)، (ب)، (پ)، (ت)، (ٹ) اور (ث) بیک وقت روشن کرنے سے (0) لکھا جا سکتا ہے۔

فرض کریں کہ کسی بھی حصے کو بلند (1) کرنے سے یہ حصہ روشن ہو جاتا ہے۔چار مداخل اور سات مخارج والا ایسا ترکیبی دور تشکیل دیں جو مہیا کردہ اعشاری ہندسے کو اس تختی پر دکھلائے۔ اعشاری ہندسہ کو ثنائی علامتی روپ میں مہیا کیا جائے گا۔

4511 مخلوط دور یہی کام سر انجام دیتا ہے۔



شکل 12.2: سات حصوں والی نمائشی تختی

304 seven segment display

5.14 انٹرنیٹ سے سات حصوں والی نمائشی تختی کے معلوماتی صفحات حاصل کریں۔ ایس کرنے کی خاطر گوگل میں $7-segment\ display\ datasheet$ لکھیں۔

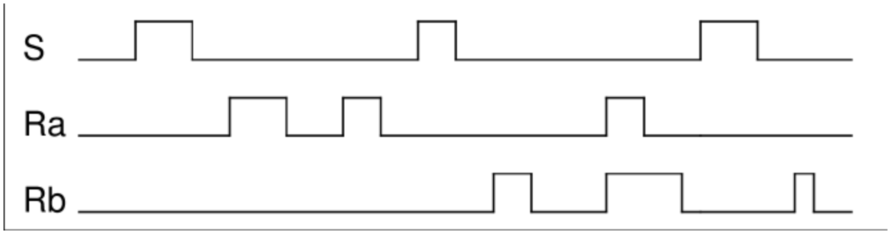
6.1 ثابت کریں کہ جے-کے پلٹ کے مخارج $\overline{Q}_{n+1}$ کی مساوات یوں ہے

$$\overline{Q}_{n+1}=\overline{J}\,\overline{Q}+KQ$$

6.2 شکل میں ضرب گیٹ کا دورانیہ ردِ عمل 10 نینو سیکنڈ جبکہ جمع گیٹ کا 15 نینو سیکنڈ ہے۔تینوں مداخل بیک وقت تبدیل کئے جاتے ہیں۔ کتنی دیر بعد مخارج F_1 اور F_2 متوازن حالت میں ہوں گے۔ (جواب: $10\,ns$ ، $25\,ns$)

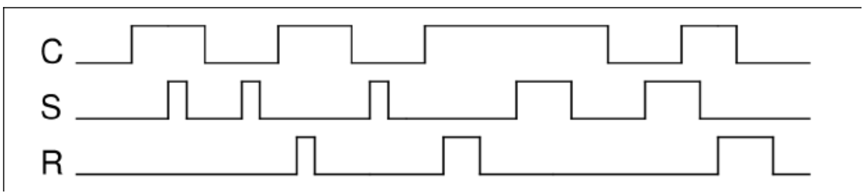
6.3 ایک کمپیوٹر $2\,GHz$ کے **ساعتی اشارہ** سے چلتا ہے۔یہ اشارہ تیس فی صد وقت **بلند** رہتا ہے جبکہ اس کے **دورانیہ اترائی** اور **دورانیہ چڑھائی** دونوں پانچ پانچ فی صد وقت لیتے ہیں۔ساعتی اشارہ کا **دوری عرصہ** ،**دورانیہ چڑھائی** اور **پست دورانیہ** حاصل کریں۔ (جواب: $5\times10^{-10}s$ ، $2.5\times10^{-11}s$ ، $3\times10^{-10}s$)

6.4 نفی-جمع گیٹوں پر مبنی زیادہ مداخل والے ایس-آر پلٹ کے مداخل کو گراف میں تبدیل ہوتے دکھایا گیا ہے۔اس کا مخارج کھینچیے۔



شکل 12.3: زیادہ مداخل والا ایس-آر پلٹ

6.5 آقا-غلام پلٹ کے مداخل گراف کئے گئے ہیں۔ Q_a اور Q گراف کریں۔



شکل 12.4: آقا-غلام پلٹ کے مداخل

6.6 شکل 6.25 میں سلسلہ وار ثنائی جمع کار دکھایا گیا ہے۔اسے استعمال کرتے ہوئے 10110011_2 اور 00110011_2 کو جمع کریں۔

6.7 x ، y مداخل اور z مخارج والا ایک ترتیبی دور جس میں دو ڈی پلٹ، A اور B استعمال ہوئے ہیں کے مساوات مندرجہ ذیل ہیں۔

$$A(t+1) = \overline{x}y + xA$$
$$B(t+1) = \overline{x}B + xA$$
$$z = B$$

(ا) اس ترتیبی دور کی شکل بنائیں۔ (ب) ان مساوات سے حالات کا جدول حاصل کریں۔ (ج) حالات کے جدول سے حالات کا خاکہ حاصل کریں۔

6.8 ایک مداخل x اور دو عدد جے-کے پلٹ A اور B پر مبنی ترتیبی دور کے مندرجہ ذیل مساوات ہیں۔

$$
\begin{aligned}
J_A &= \overline{B} \\
K_A &= x \\
J_B &= A \\
K_B &= x
\end{aligned}
$$

(ا) ان سے حالات کے مساوات $A(t+1)$ اور $B(t+1)$ حاصل کریں۔(ب) ان کے حالات کا خاکہ بنائیں۔

6.9 دو عدد ڈی پلٹ، A اور B ، استعمال کرتے ہوئے ایک مداخل، x ، والا ایسا ترتیبی دور تخلیق دیں جو بلترتیب 00 ، 01 ، 10 اور 11 **حالتیں** اختیار کر سکے۔اگر مداخل بلند ہو تو یہ اوپر جانب کی طرف بڑھے اور اگر مداخل پست ہو تو یہ نیچے کی جانب بڑھے۔اُوپر جانب 11 تک پہنچنے کے بعد مداخل بلند ہونے کی صورت میں یہ اسی حالت میں رہے۔اسی طرح نیچے جانب 00 حالت پہنچ کر مداخل پست ہونے کی صورت یہ اسی حالت میں رہے۔

6.10 پچھلے سوال میں مداخل e کا اضافہ کریں۔اگر یہ مداخل بلند ہو تو دور بالکل اسی طرح کام کرے جیسے پہلے کرتا تھا جبکہ اگر یہ مداخل پست ہو تو دور جس حالت میں ہو اسی میں رہے۔

6.11 پچھلے سوال کے مداخل کی تعداد میں مزید اضافہ کرتے ہوئے مداخل s کا اضافہ کریں۔ s بلند کرنے سے دور کو 00 حالت اختیار کر لینا چاہیے جبکہ s پست ہونے کی صورت میں دور بالکل پہلے کی طرح کام کرے۔

7.1 چار بِٹ کے **سلسلہ وار دائیں منتقل کھاتے** میں ابتدائی ثنائی مواد 1011 موجود ہے۔اس کھاتے کے مخارج کو اسی کھاتے کو بطور مداخل مہیا کیا جاتا ہے۔سات گھڑی کے کنارے گزرنے کے بعد کھاتے میں کیا عدد ہو گا۔

7.2 گزشتہ سوال میں **دائیں منتقل کھاتے** کے بجائے **بائیں منتقل کھاتا** استعمال کرتے جواب معلوم کریں۔

7.3 گزشتہ دو سوالات میں ہر کنارہِ ساعت پر کھاتے میں ثنائی عدد حاصل کریں۔

7.4 آٹھ بِٹ کے **سلسلہ وار دائیں منتقل کھاتے** کے مخارج کو چار بِٹ کے **سلالہ وار دائیں منتقل کھاتے** کو بطور مداخل فراہم کیا جاتا ہے۔آٹھ بِٹ کھاتے میں ابتدائی مواد 10110110 پایا جاتا ہے جبکہ اسے بطور مداخل متواتر 1010 فراہم کیا جاتا ہے۔ ساعت کے سات کنارے گزرنے کے بعد ان کھاتوں میں کیا اعداد پائے جائیں گے۔

7.5 گزشتہ سوال میں چار بِٹ کا سلسلہ وار بائیں منتقل کھاتا استعمال کرتے ہوئے جواب حاصل کریں۔

7.6 آٹھ بِٹ کے دو عدد **عالمگیر کھاتے** استعمال کرتے ہوئے سولہ بِٹ کا **عالمگیر کھاتا** حاصل کریں۔

7.7 شکل 7.7 میں **سلسلہ وار ثنائی جمع کار** دکھایا گیا ہے۔اگر اس شکل میں کھاتا۔ا اور کھاتا۔ب دونوں آٹھ آٹھ بِٹ کے ہوں اور ان میں ابتدائی ثنائی مواد 11001010 اور

11100001 پائے جائیں۔تصور کریں کہ ساعت کے آٹھ کنارے گزرتے ہیں۔ساعت کے ہر کنارہ گزرنے کے بعد کھاتا-ا میں موجود مواد کیا ہو گا۔

7.8 سلسلہ وار ثنائی جمع کار سے سلسلہ وار ثنائی منفی کار حاصل کریں۔ایسا کرنے کی خاطر منفی ہونے والے عدد کے تکملہ کو کھاتا-ب میں متوازی لکھنا بھی دکھائیں۔

8.1 چار بِٹ معاصر سیدھا گنت کار کی موجودہ گنتی 0101_2 ہے۔ساعت کے کتنے کناروں کے بعد یہ 0000_2 دے گا۔

8.2 سولہ بِٹ معاصر گنت کار کی موجودہ گنتی $3FA7_{16}$ ہے۔یہ ساعت کے کتنے کنارے گزرنے کے بعد 0000_{16} پڑھے گا۔(ا) تصور کریں کہ یہ سیدھا گنت کار ہے۔ (ب) تصور کریں کہ یہ الٹ گنت کار ہے۔

8.3 چار بِٹ **ثنائی لہر نما گنت کار** کو استعمال کرتے ہوئے **اعشاری اعداد کے ثنائی علامتی روپ**[305] کا **گنت کار** بنایا جا سکتا ہے۔ایسا کرنے کی خاطر ثنائی گنت کار کو 1010_2 کے گنتی پر پہنچتے ہی زبردستی پست کر دیا جاتا ہے۔ایک عدد نفی-ضرب گیٹ کے استعمال سے ایسا کرنا ممکن ہوتا ہے۔زبردستی پست صلاحیت رکھنے والے پلٹ استعمال کرتے ہوئے یہ دور تخلیق دیں۔

8.4 ڈی پلٹ استعمال کرتے ہوئے چار بِٹ معاصر ثنائی گنت کار تشکیل دیں۔

---

305 BCD

8.5 جے-کے پلٹ استعمال کرتے ہوئے ایسا معاصر گنت کار تشکیل دیں جو اس ترتیب کو دہرائے۔ 0 ، 2 ، 3 اور 7 ۔

8.6 ڈی پلٹ استعمال کرتے ہوئے چار بِٹ کا ثنائی معاصر گنت کار تشکیل دیں جو صفر (0000_2) سے چودہ (1110_2) تک کی جفت گنتی کے بعد ایک (0001_2) سے پندرہ (1111_2) تک طاق گنتی کرنے کے بعد اسی طرح ان دو ترتیب کو دہراتا رہے۔

8.7 شکل 8.11 میں دورانیہ پیدا کار دکھایا گیا ہے۔اگر ساعت کا تعدد $10\,MHz$ ہو تب $500\,ns$ کے دورانیہ کے لئے **درکار دورانیہ** کے تین بِٹ کیا ہوں گے۔

8.8 کارناف نقشوں کے استعمال سے مساوات 8.3 حاصل کریں۔

8.9 مساوات 8.3 کے متبادل مساوات جے-کے پلٹ کی خاطر حاصل کریں۔

9.1 مندرجہ ذیل مختلف جسامت کے حافظہ میں پتہ بِٹوں کی تعداد مندرجہ ذیل ہے۔ان حافظہ میں الفاظ ذخیرہ کرنے کے کتنے مقام ہیں۔ (ا) 4 (ب) 16 (ج) 32 (د) 132

9.2 حافظہ کے جسامت کو عموماً $N \times D$ لکھا اور پکارا جاتا ہے جہاں N اس حافظہ میں **الفاظ** کی تعداد اور B ایک **لفظ** میں بٹ کی تعداد بتلاتے ہیں۔یوں مندرجہ ذیل حافظہ میں پتہ کے لئے درکار پن اور ثنائی مواد کے لئے درکار پن کیا ہوں گے۔ (ا) $64K\times8$ (ب) $16K\times4$ (ج) $256K\times8$ (د) $1G\times32$

9.3 کسی حافظہ کے 50293_{10} پتہ پر 172_{10} مواد لکھا ہوا ہے۔اس تک رسائی کے لئے سولہ پتہ بِٹ کیا ہوں گے اور اس سے پڑھے جانے والے آٹھ مواد بِٹ کیا ہوں گے۔

9.4 چار عدد $2k \times 8$ حافظہ اور یک عدد 2×4 شناخت کار کی مدد سے $8k \times 8$ حافظہ حاصل کریں۔

9.5 دو عدد $256k \times 8$ حافظہ کے استعمال سے $256k \times 16$ حافظہ حاصل کریں۔

9.6 چار پتہ بِٹ اور آٹھ مواد بِٹ والے حافظہ کو استعمال کرتے ہوئے نو (9) کا پھاڑا حاصل کرنا ہے۔حافظہ کو ثنائی علامتی روپ میں 0 تا 9 کا اعشاری عدد بطور پتہ فراہم کیا جائے گا۔حافظہ نے مواد بِٹوں پر جواب ثنائی علامتی روپ کی شکل میہی پیش کرنا ہے۔مثلاً اگر اسے دو (0010) فراہم کیا جائے تو یہ اٹھارہ (0001 1000) خارج کرے۔ (ا) حافظہ میں لکھی جانے والے مواد کو جدول کی شکل میں لکھیں۔ (ب) حافظہ میں کتنی جگہ باقی رہ جائے گی۔

9.7 16×4 حافظہ استعمال کرتے دئے گئے چار بِٹ ثنائی عدد میہی 1 کی تعداد معلوم کرنی ہے۔حافظہ کو ثنائی عدد بطور پتہ مہیا کیا جاتا ہے۔حافظہ نے دئے گئے ثنائی عدد میں 1 کی تعداد بطور مواد خارج کرنی ہے۔مثلاً اگر اسے 1011 فراہم کیا جائے تو یہ 0011_2 یعنی تین خارج کرے۔

9.8 انٹرنیٹ سے مندرجہ ذیل حافظہ کے معلوماتی حاصل کر کے ان کی قسم (یعنی پختہ یا عارضی)، جسامت اور دورانیہ رسائی دریافت کریں۔یہ تمام حافظہ مختلف دورانیہ رسائی کی صلاحیت کے لئے دستیاب ہیں۔ (ا) 2708 (ب) 2732 (پ) 2764 (ت) 27256 (ٹ) 6116 (ث) 62256 (مثال: انٹرنیٹ سے 2708 کی معلومات حاصل کرنے کی خاطر گوگل میں *datasheet* 2732 لکھیں)

Alphabetical Index

فرہنگ